

**PENERAPAN FUZZY MULTI OBJECTIVE LINEAR
PROGRAMMING DALAM OPTIMASI KEUNTUNGAN
PRODUKSI BATIK DI RUMAH BATIK MENTARI**

SKRIPSI



**FEVI HANESTI
F1C217017**

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA
JURUSAN MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM**

**FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS JAMBI**

2021

SURAT PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa skripsi ini benar-benar karya sendiri. Sepanjang pengetahuan saya tidak terdapat karya atau pendapat yang ditulis atau diterbitkan orang lain kecuali sebagai acuan atau kutipan dengan mengikuti tata penulisan karya ilmiah yang telah lazim.

Tanda tangan yang tertera dalam halaman pengesahan adalah asli. Jika tidak asli, saya siap menerima sanksi sesuai dengan peraturan yang berlaku.

Jambi, Juli 2021

Saya menyatakan,



FEVIHANESTI
F1C217017

RINGKASAN

Penelitian ini bertujuan untuk mengetahui keuntungan maksimum dan lama waktu produksi di Rumah Batik Mentari dengan menambah persediaan bahan baku. Penambahan persediaan bahan baku dihitung berdasarkan fungsi keanggotaan dengan kurva trapesium. Data yang dibutuhkan dalam penelitian ini diperoleh dari hasil wawancara kepada pelaku usaha.

Metode yang digunakan yaitu metode simpleks dengan model *fuzzy multi objective linear programming* yang mempertimbangkan dua fungsi tujuan. Solusi yang diharapkan berupa bilangan *integer*. Apabila solusi belum berupa bilangan *integer*, maka dapat diselesaikan dengan metode *branch and bound*.

Berdasarkan hasil penelitian ini, diperoleh diperoleh jumlah produksi batik yang optimal adalah sebanyak 135 potong yang terdiri dari 67 potong motif angso duo, 18 potong motif gentala dan 50 potong motif batang hari. Sedangkan motif tampuk manggis dan duren pecah tidak memberikan kontribusi untuk memperoleh keuntungan maksimum. Dengan demikian dapat diperoleh keuntungan maksimum sebesar Rp 5.675.800 dengan waktu produksi yang dibutuhkan selama 270 jam.

SUMMARY

This research aims to find out the maximum profit and length of production time in Rumah Batik Mentari by increasing the supply of raw materials. The addition of raw material inventory is calculated based on the membership function with trapezoidal curve. The data needed in this study was obtained from interviews with businesses.

The method used is simplex method with fuzzy multi objective linear programming model that considers two purpose functions. The expected solution is an integer number. If the solution is not yet an integer number, it can be solved by branch and bound method.

Based on the results of this study, obtained the optimal amount of batik production is as much as 135 pieces consisting of 67 pieces of angso duo, 18 pieces of gentala and 50 pieces of batanghari. While the motif of tampuk manggis and duren pecah does not contribute to obtain maximum profit. Thus, a maximum profit of Rp 5,675,800 can be obtained with the required production time of 270 hours.

**PENERAPAN FUZZY MULTI OBJECTIVE LINEAR
PROGRAMMING DALAM OPTIMASI KEUNTUNGAN
PRODUKSI BATIK DI RUMAH BATIK MENTARI**

SKRIPSI

Diajukan sebagai salah satu syarat untuk memperoleh
Gelar Sarjana pada Program Studi Matematika



FEVI HANESTI

F1C217017

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA
JURUSAN MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM**

**FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS JAMBI**

2021

PENGESAHAN

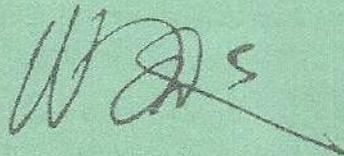
Skripsi dengan Judul **PENERAPAN FUZZY MULTI OBJECTIVE LINEAR PROGRAMMING DALAM OPTIMASI KEUNTUNGAN PRODUKSI BATIK DI RUMAH BATIK MENTARI** yang disusun oleh **FEVI HANESTI, NIM: F1C217017** telah dipertahankan di depan tim penguji pada tanggal 17 Juni 2021 dan dinyatakan lulus.

Susunan Tim Penguji:

Ketua : Drs. Wardi Syafmen, M.Si.
Sekretaris : Syamsyida Rozi, S.Si., M.Si.
Anggota : 1. Dr. Drs. Kamid, M.Si.
2. Niken Rarasati, S.Si., M.Si.
3. Cut Multahadah, S.Pd., M.Pd.

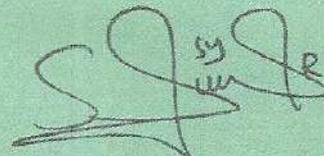
Disetujui:

Pembimbing Utama



Drs. Wardi Syafmen, M.Si.
NIP. 196202071992031002

Pembimbing Pendamping



Syamsyida Rozi, S.Si., M.Si.
NIP. 198407292019032012

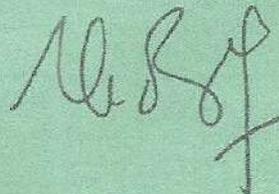
Diketahui:

Dekan Fakultas Sains dan Teknologi



Prof. Dr. Damris M, M.Sc., Ph.D
NIP. 196605191991121001

Ketua Jurusan Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam



Dr. Madyawati Latief, SP. M.Si.
NIP. 197206241999032001

RIWAYAT HIDUP



Fevi Hanesti lahir di Jambi pada tanggal 27 Maret 2000, penulis merupakan anak tunggal dari pasangan Bapak Fery Adhadi dan Ibu Farida Hanun. Jalur pendidikan formal yang pernah ditempuh penulis, sebagai berikut:

1. SD Attaufiq Kota Jambi tamat tahun 2005-2011
2. SMP N 1 Namang Kabupaten Bangka Tengah tamat tahun 2012-2014
3. SMA N 1 Namang Kabupaten Bangka Tengah tamat tahun 2015-2017

Penulis mulai menempuh pendidikan Perguruan Tinggi Negeri (PTN) pada tahun 2017 di program studi S1 Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Jambi melalui jalur SNMPTN (Seleksi Nasional Masuk Perguruan Tinggi Negeri). Selama menempuh pendidikan di jenjang S1, penulis cukup aktif dalam bidang akademik maupun organisasi, serta aktif dalam kegiatan seminar-seminar baik tingkat jurusan, fakultas dan universitas. Selain itu, penulis juga melekasanakan kegiatan magang di Badan Keuangan Daerah (Bakeuda) Provinsi Jambi.

PRAKATA

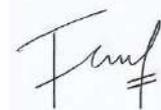
Puji syukur penulis ucapkan kehadiran Allah SWT atas rahmat dan karunia-Nya sehingga dapat menyelesaikan Skripsi dengan berjudul **“Penerapan *Fuzzy Multi Objective Linear Programming* Dalam Optimasi Keuntungan Produksi Batik Di Rumah Batik Mentari”**. Shalawat serta salam penulis haturkan kepada junjungan besar Nabi Muhammad SAW.

Skripsi ini dibuat dan disusun sebagai salah satu syarat untuk memperoleh Gelar Sarjana Program Studi Matematika, Jurusan Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Jambi. Selama proses pembuatan dan penyusunan skripsi, tidak sedikit hambatan yang penulis hadapi. Tetapi berkat dukungan dari berbagai pihak, skripsi ini dapat terselesaikan. Pada kesempatan ini, penulis ingin mengucapkan terimakasih kepada

1. Allah SWT karena dengan ridho dan rahmat-Nya laporan ini dapat diselesaikan.
2. Bapak Fery dan Ibu Farida selaku orang tua yang tiada hentinya memberikan dukungan dan do'anya untuk keberhasilan penulis.
3. Nyai Fatimah, Datuk Mong serta keluarga yang selalu menemani dan memberi dukungan dari awal hingga akhir selama masa studi di Universitas Jambi.
4. Prof. Drs. Damris M, M.Sc., Ph.D. selaku Dekan Fakultas Sains dan Teknologi.
5. Dr. Madyawati Latief, S.P., M.Si. selaku Ketua Jurusan Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam.
6. Gusmi Kholijah, S.Si., M.Si. selaku Ketua Program Studi Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Jurusan Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Jambi.
7. Dr. Drs. Kamid, M.Si. selaku Dosen Pembimbing Akademik.
8. Drs. Wardi Syafmen, M.Si. selaku Dosen Pembimbing Utama dan Syamsyida Rozi, S.Si., M.Si. selaku Dosen Pembimbing Pendamping.
9. Seluruh Dosen Program Studi Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Jurusan Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Jambi.
10. Ellys dan boby selaku teman sepembimbingan dan telah memberikan banyak saran.
11. Mita, Dea, Neni, Mawar, Tiara, Suci, Roma, Baron serta seluruh angkatan 2017 yang memberikan banyak saran, do'a dan semangat selaku teman seperjuangan dari awal perkuliahan.
12. Semua pihak yang telah bersedia membantu dan tidak bisa disebutkan satu persatu.

Semoga skripsi ini bermanfaat bagi pembaca dan dapat diaplikasikan pada masa mendatang. Penulis menyadari skripsi ini jauh dari kesempurnaan dan mengharapka adanya saran serta kritik yang membangun agar dapat membantu penulis dalam menyusun skripsi lainnya di masa mendatang.

Jambi, Juli 2021
Yang menyatakan,



FEVI HANESTI
F1C217017

DAFTAR ISI

PENGESAHAN	i
RIWAYAT HIDUP.....	ii
PRAKATA.....	iii
DAFTAR ISI.....	iv
DAFTAR TABEL	v
DAFTAR GAMBAR	vi
DAFTAR LAMPIRAN.....	vii
I. PENDAHULUAN.....	1
1.1 Latar Belakang.....	1
1.2 Rumusan Masalah.....	4
1.3 Tujuan Penelitian.....	4
1.4 Batasan Masalah	4
1.5 Manfaat Penelitian	5
II. TINJAUAN PUSTAKA.....	6
2.1 Rumah Batik Mentari.....	6
2.2 <i>Linear Programming (LP)</i>	8
2.3 Metode Simpleks.....	11
2.4 Logika <i>Fuzzy</i>	14
2.5 <i>Fuzzy Linear Programming (FLP)</i>	14
2.6 Metode Dua Fase	18
2.7 Metode <i>Branch and Bound</i>	19
III. METODOLOGI PENELITIAN	20
3.1 Tempat dan Waktu.....	20
3.2 Jenis dan Sumber Data	20
3.3 Metode Penelitian.....	20
3.4 Diagram Alur Penelitian.....	21
IV. HASIL DAN PEMBAHASAN	22
4.1 Pengumpulan Data	22
4.2 Data Bahan Baku Batik.....	22
4.3 Data Harga Bahan Baku Batik	23
4.4 Data Biaya Bahan Baku Batik	23
4.5 Data Waktu Produksi Kain Batik	24
4.6 Data Biaya Pengeluaran.....	24
4.7 Data Keuntungan Kain Batik	25
4.8 Pembentukan Model Matematis	25
4.9 Penyelesaian dengan Metode Simpleks	26
4.10 Solusi Optimal Model FMOLP	32
4.11 Pembentukan Model Baru.....	32
4.12 Penyelesaian dengan Metode Dua Fase.....	33
4.13 Solusi Optimum untuk FMOLP.....	37
4.14 Penyelesaian dengan Metode <i>Branch and Bound</i>	41
V. PENUTUP.....	44
DAFTAR PUSTAKA.....	46
LAMPIRAN	48

DAFTAR TABEL

Tabel 1. Bentuk Umum Tabel Linier Programming	10
Tabel 2. Tabel Awal Simpleks.....	11
Tabel 3. Data Bahan Baku.....	22
Tabel 4. Data Harga Bahan Baku Batik.....	23
Tabel 5. Data Biaya Bahan Baku Batik	23
Tabel 6. Data Waktu Produksi Batik.....	24
Tabel 7. Data Biaya Pengeluaran Batik.....	24
Tabel 8. Data Keuntungan Batik.....	25
Tabel 9. Solusi Optimal Model FMOLP.....	32
Tabel 10. Solusi Optimum	37
Tabel 11. Solusi Integer	42

DAFTAR GAMBAR

Gambar 1. Tampuk Manggis	6
Gambar 2. Duren Pecah	6
Gambar 3. Angso Duo	7
Gambar 4. Gentala.....	7
Gambar 5. Batanghari.....	7
Gambar 6. Diagram Alur Metode Simpleks	13
Gambar 7. Fungsi Keanggotaan Kurva Trapesium.....	16
Gambar 8. Diagram Alur Menemukan Solusi FMOLP	18
Gambar 9. Diagram Alur Penelitian	21
Gambar 10. Bagan Hasil Metode Branch and Bound.....	43

DAFTAR LAMPIRAN

Lampiran 1. Rubrik Wawancara.....	48
Lampiran 2. Analisis Metode Branch and Bound	49



I. PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Seiring berkembangnya dunia industri dan kemajuan di bidang teknologi, membuat riset operasi banyak diterapkan di kehidupan nyata terutama pada bidang produksi. Riset operasi digunakan untuk memecahkan suatu permasalahan yang berkaitan dengan produksi suatu produk. Produksi ialah proses yang dilakukan untuk menghasilkan suatu barang sehingga memiliki nilai jual. Salah satu produk yang banyak diproduksi di Jambi yaitu batik. Pusat produksi Batik Jambi berada di Ulu Gedong Kota Seberang. Rumah Batik Mentari merupakan salah satu rumah produksi yang berada di Ulu Gedong. Rumah Batik Mentari memproduksi dua jenis batik yaitu batik cap dan batik tulis. Tetapi, banyak masyarakat yang menggunakan batik cap dikarenakan harga batik cap lebih ekonomis dibandingkan batik tulis. Sehingga, batik cap lebih banyak diproduksi.

Selama proses produksi, terdapat beberapa tahapan yang harus dilakukan yaitu pemotongan kain mori, pengecapan, pewarnaan, pencucian, penglorodan, pengeringan dan packing. Selain tahapan-tahapan pada proses produksi, ada 3 bahan baku utama yang diperlukan yaitu kain, lilin dan pewarna. Untuk 1 potong kain batik yang diproduksi berukuran 2 meter dengan jam kerja karyawan selama 8 jam per hari dan waktu istirahat selama 1 jam. Batik yang diproduksi memiliki motif yang bermacam-macam dimana motif tersebut merupakan ciri khas daerah Jambi. Adapun motif yang dimaksud yaitu tampuk manggis, duren pecah, angso duo, gentala dan batanghari. Karena berbagai macam motif yang akan diproduksi, maka bahan baku yang digunakan untuk 1 motif kain batik berbeda-beda dimana kapasitas tiap bahan baku yang tersedia selama 1 minggu sebanyak 240 meter kain, 300 gram lilin dan 5.800 gram pewarna. Banyaknya kain batik yang diproduksi selama satu minggu sekitar ± 120 potong kain batik. Kain batik yang sudah diproduksi akan dijual ke konsumen dan tiap harga kain batik berbeda-beda tergantung dari motif pada kain batik.

Suatu usaha tentunya harus mempertimbangkan hasil keuntungan yang diperoleh agar tidak terjadi kerugian selama proses produksi. Tetapi, pada Rumah Batik Mentari tidak menghitung keuntungan yang didapat secara rinci, dengan biaya pengeluaran seperti pembelian bahan baku, gaji karyawan, biaya listrik dan bahan bakar. Apabila permintaan produksi meningkat, maka persediaan bahan baku juga meningkat. Perubahan ini mengakibatkan kesulitannya proses produksi, karena terbatasnya ketersediaan bahan baku

sehingga harus digunakan seoptimal mungkin agar tercapai keuntungan produksi secara menyeluruh. Hal ini tentunya dapat diatasi apabila mengetahui seberapa banyak produk yang harus dihasilkan untuk memperoleh keuntungan maksimum dengan keterbatasan informasi/data.

Salah satu model yang digunakan dalam riset operasi adalah *linear programming*. *Linear programming* berkaitan dengan pengalokasian sumber daya yang terbatas dengan sebaik mungkin, sehingga diperoleh hasil yang optimal. Hal ini dapat membantu dalam memperoleh keuntungan secara matematis. Setiap nilai parameter yang dimodelkan dalam *linear programming* pada fungsi tujuan dan kendala sudah diketahui secara pasti. Metode yang dapat digunakan untuk memperoleh hasil yang optimal, yaitu metode simpleks. Metode simpleks bertujuan untuk memecahkan permasalahan dalam model *linear programming*. Metode ini sangat efektif digunakan pada permasalahan *linear programming* dengan lebih dari dua variabel keputusan. *Linear programming* yang baik membutuhkan data yang terdefinisi dengan sangat baik dan tepat, dimana untuk memperoleh data tersebut membutuhkan waktu, energi dan biaya yang tinggi. Pada permasalahan nyata, kepastian, reliabilitas dan ketepatan data sangat sulit untuk didapatkan. Sehingga, data yang diperoleh menjadi tidak pasti atau tidak tepat karena kurangnya informasi yang diperoleh.

Teori himpunan *fuzzy* digunakan sebagai kerangka matematis untuk mengatasi masalah ketidakpastian, ketidakjelasan ataupun dapat digunakan untuk kekurangan informasi. Dalam kehidupan sehari-hari kekurangan informasi banyak ditemukan diberbagai bidang kehidupan. Ketidakjelasan juga dapat digunakan untuk mendeskripsikan yang berhubungan dengan ketidakpastian dalam bentuk linguistik atau bahasa. Sistem logika *fuzzy* digunakan dalam sebuah sistem yang dibangun dengan cara definisi dan cara kerja *fuzzy* yang benar, walaupun sebuah fenomena yang akan dimodelkan dalam sistem *fuzzy* adalah bersifat samar-samar. Memang banyak alternatif untuk menjawab kemungkinan yang terjadi, seperti sistem linier, linier berganda, sistem pakar, jaringan saraf tiruan (JST), dan masih banyak lagi metode yang dapat digunakan. Dari sekian banyak metode yang dapat digunakan, logika *fuzzy* sering digunakan sebagai pilihan terbaik. Hal ini untuk mempermudah dalam membuat model sistem agar lebih cepat dan efisien (Setiawan, dkk. 2018).

Pengambilan keputusan merupakan proses mengidentifikasi dan memilih alternatif berdasarkan nilai-nilai dan preferensi pembuat keputusan. Pengambilan keputusan dapat diartikan juga sebagai proses untuk mengurangi ketidakpastian dan keraguan tentang alternatif untuk memungkinkan pilihan

yang masuk akal. Sedangkan, pengoptimalan merupakan jenis pengambilan keputusan dimana keputusan yang diambil harus mengoptimalkan satu atau lebih tujuan dalam beberapa keadaan tertentu. Model *linear programming* adalah model optimasi dengan mempertimbangkan fungsi tujuan dan fungsi kendala yang linier. Tetapi, pengambilan keputusan yang dimodelkan dalam *linear programming* seringkali tidak diketahui secara pasti nilai parameter dari tiap variabel keputusannya. Masalah ketidakpastian ini dapat diatasi dengan mengembangkan model *linear programming* dalam lingkungan *fuzzy* dan menjadi alternatif sebagai model pengambilan keputusan, dimana nilai-nilai yang dihasilkan masuk akal untuk dipilih berdasarkan informasi yang terbatas atau kurang tepat atau tidak pasti. Sehingga, model yang digunakan menjadi *fuzzy linear programming (FLP)* dan diperlukan pemahaman yang baik tentang FLP serta menerapkannya untuk menemukan keuntungan optimal yang bisa diperoleh (Kaur dan Kumar, 2016).

Fuzzy linear programming (FLP) merupakan model *linear programming* dengan menggunakan parameter *fuzzy*. Konsep *fuzzy linear programming* dengan variabel keputusan *fuzzy* pertama kali diperkenalkan oleh Tanaka dan Asai. Masalah *fuzzy linear programming* dalam penelitian ini, melibatkan bilangan *fuzzy* untuk koefisien variabel keputusan dalam kendala dan sisi kanan kendala. Pada model FLP diperlukan suatu nilai toleransi. Nilai toleransi merupakan nilai yang diperkirakan secara subjektif untuk penambahan kapasitas bahan baku. Apabila terjadinya penambahan toleransi pada kapasitas persediaan, maka waktu produksi yang dibutuhkan juga bertambah. Dalam penelitian ini akan mengatasi permasalahan optimasi dengan memperhitungkan lebih dari satu fungsi tujuan yaitu memaksimalkan keuntungan dengan waktu produksi yang minimum. Sehingga, model yang terbentuk menjadi *Fuzzy Multi Objective Linear Programming (FMOLP)*. Hasil dari model *Fuzzy Multi Objective Linear Programming* lebih optimal dibandingkan dengan model *Linear Programming*. Hal ini telah dibuktikan oleh penelitian sebelumnya.

Penelitian sebelumnya dengan menggunakan metode yang sama oleh Legiani, dkk (2016) dengan judul "Optimasi Produksi Sepatu Menggunakan Program Linier *Multi Objective Fuzzy*". Penelitian ini mempertimbangkan 2 fungsi tujuan yaitu memaksimalkan keuntungan dan meminimumkan biaya limbah dengan penambahan toleransi pada fungsi kendala. *Fuzzy multi objective linear programming* menemukan cara untuk menangani ketidakjelasan dalam parameter model dengan menambahkan toleransi pada kendala, sehingga diperoleh keuntungan yang optimal dengan biaya limbah yang minimum. Jika

dibandingkan dengan solusi pada *linear programming* biasa, pada *fuzzy multi objective linear programming* memperoleh solusi yang lebih optimal.

Selain penelitian di atas, terdapat penelitian lain dengan menggunakan metode yang sama yaitu “Optimasi Produksi Hijab Menggunakan Program *Linear Multi Objective Fuzzy*” oleh Erfianti dan Muhajir (2020). Dalam penelitian ini juga mempertimbangkan 2 fungsi tujuan yaitu memaksimalkan keuntungan dan meminimumkan waktu pengerjaan, dengan penambahan toleransi pada kendala. Solusi yang diperoleh pada model *fuzzy multi objective linear programming* juga lebih optimal dibandingkan dengan *linear programming* biasa.

Berdasarkan uraian di atas, untuk mengatasi permasalahan tentang terbatasnya persediaan bahan baku agar diperoleh keuntungan optimal dengan waktu produksi yang minimum, maka pada penelitian ini digunakan *fuzzy multi objective linear programming*. Hasil yang diperoleh diharapkan bernilai *integer* agar dapat digunakan sebagai dasar untuk melakukan proses produksi tanpa khawatir dengan persediaan bahan baku dan waktu produksi. Sehingga diperoleh judul dalam penelitian ini yaitu “Penerapan *Fuzzy Multi Objective Linear Programming* Dalam Optimasi Keuntungan Produksi Batik Di Rumah Batik Mentari”.

1.2 Rumusan Masalah

Adapun rumusan masalah dalam penelitian ini, sebagai berikut:

1. Bagaimana keuntungan maksimum yang diperoleh dari produksi batik per minggu dengan model *fuzzy multi objective linier programming*?
2. Bagaimana waktu produksi minimum yang diperoleh dari produksi batik per minggu dengan model *fuzzy multi objective linier programming*?

1.3 Tujuan Penelitian

Adapun tujuan dalam penelitian ini, sebagai berikut:

1. Mengetahui keuntungan maksimum yang diperoleh per minggu dengan model *fuzzy multi objective linear programming*
2. Mengetahui waktu produksi minimum yang diperoleh per minggu dengan model *fuzzy multi objective linear programming*

1.4 Batasan Masalah

Adapun kendala masalah dalam penelitian ini, sebagai berikut:

1. Jenis batik yang diproduksi, yaitu batik cap;

2. Asumsi pada penelitian ini, yaitu adanya lima variabel keputusan yang terdiri dari banyaknya motif tampuk manggis yang diproduksi, banyaknya motif duren pecah yang diproduksi, banyaknya motif angso duo yang diproduksi, banyaknya motif gentala yang diproduksi dan banyaknya motif batanghari yang diproduksi;
3. Fungsi objektif diperoleh dari besarnya keuntungan tiap motif kain batik yang diproduksi dan waktu yang dibutuhkan selama proses produksi;
4. Kendala berupa persediaan bahan baku;
5. Bahan baku yang dilibatkan dalam model program linier merupakan bahan baku utama, yaitu kain, lilin dan pewarna;
6. Optimasi diinvestigasi untuk setiap kali produksi selama ± 1 minggu;
7. Tidak terjadi penumpukan barang;
8. Model matematika yang dibentuk adalah *fuzzy multi objective linear programming*;
9. Hasil solusi yang diharapkan berupa bilangan bulat.

1.5 Manfaat Penelitian

Adapun manfaat dalam penelitian ini, sebagai berikut:

1. Bagi peneliti, sebagai sarana dalam mengaplikasikan ilmu yang diperoleh dan menambah pengetahuan tentang *fuzzy multi objective linear programming*;
2. Bagi perusahaan, sebagai bahan pertimbangan dalam melakukan produksi sehingga diperoleh keuntungan yang optimal dan waktu produksi minimum sesuai dengan ketersediaan bahan baku yang ada;
3. Bagi peneliti lain, sebagai acuan dan referensi untuk penelitian yang berkaitan dengan produksi menggunakan *fuzzy multi objective linear programming*.



II. TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Rumah Batik Mentari

Tahun 1980 tanggal 12 s/d 22 Oktober di Desa Ulu Gedong diadakan Pendidikan dan Pelatihan Batik di Kotamadya Jambi, diklat yang pertama kali di selenggarakan ini diprakarsai oleh Kanwil Departemen Perindustrian Propinsi Jambi (Drs. H. Suprijadi Soleh) bekerjasama dengan instansi terkait dan Ketua Tim Penggerak PKK Propinsi Jambi (Prof. Dr. Sri Soedewi Maschun Sofwan, SH.), dengan mendatangkan tenaga pelatih/instruktur dari Balai Besar Kerajinan dan Batik Yogyakarta. Sampai saat ini tidak seorangpun tahu dengan pasti siapa pencipta motif batik tradisional yang sangat banyak jumlahnya, juga filosofi yang terkandung dalam motif tersebut. Yang jelas motif batik daerah Jambi mempunyai ciri-ciri khas tersendiri dan telah berkembang sedemikian rupa hingga dikenal oleh masyarakat Indonesia dan mancanegara. Dengan munculnya industri tekstil bermotif batik, disatu sisi merupakan penunjang atas keberadaan dan pelestarian motif batik tradisional itu sendiri (Dinas Komunikasi dan Informatika, 2018).

Rumah Batik Mentari merupakan salah satu tempat produksi batik di Kota Seberang tepatnya di daerah Ulu Gedong. Batik yang diproduksi terdiri dari batik cap dan batik tulis. Perbedaan batik cap dan batik tulis terletak pada proses pembuatannya. Batik cap dilakukan dengan alat cap yang terbuat dari tembaga dan batik tulis dilakukan dengan canting dimana motif yang akan dibuat telah tergambar pada kain. Motif kain batik yang diproduksi oleh Rumah Batik Mentari, sebagai berikut:



Gambar 1. Tampuk Manggis



Gambar 2. Duren Pecah



Gambar 3. Angso Duo



Gambar 4. Gentala



Gambar 5. Batanghari

Langkah-langkah dalam proses pembuatan batik cap, sebagai berikut

1. Kain mori diletakkan di atas meja datar yang telah dilapisi dengan bahan yang empuk;
2. Lilin direbus hingga mencair dan dijaga agar suhu tetap dalam kondisi 60° s/d 70° Celcius;
3. Canting cap dimasukkan ke dalam cairan lilin (kurang lebih 2 cm bagian bawah canting cap yang tercelup cairan);
4. Kemudian kain dicap dengan canting yang telah dimasukkan ke dalam cairan lilin;
5. Cairan lilin akan meresap ke dalam pori-pori kain hingga tembus ke sisi lain permukaan kain;
6. Setelah proses pengecapan pada kain selesai dengan berbagai kombinasi canting cap yang digunakan, selanjutnya dilakukan proses pewarnaan, dengan cara mencelupkan kain mori ke dalam tangki yang berisi warna yang sudah dipilih;
7. Kain yang permukaannya telah diresapi oleh cairan lilin, tidak akan terkena dalam proses pewarnaan ini;
8. Setelah proses pewarnaan selesai, dilanjutkan dengan pelorodan (penghilangan bekas motif cairan lilin melalui proses merebus kain). Sehingga akan tampak 2 warna, yaitu warna dasar asli kain mori yang tertutup lilin dan warna setelah proses pewarnaan;
9. Batik yang sudah dilorodkan, kemudian dilanjutkan dengan proses pencucian dan pengeringan;
10. Proses terakhir dari pembuatan batik cap adalah packing. Batik yang sudah kering, disetrika terlebih dahulu dan batik siap untuk dipasarkan.

2.2 Linear Programming (LP)

Sejarah Linear Programming

Program Linier (LP) atau *Linear Programming* adalah suatu model dari Penelitian Operasional atau *Operation Research (OR)*. OR adalah suatu metode untuk memecahkan masalah optimasi. Model lain dalam OR selain PL yaitu *Dynamic Programming, Network Analysis, Markov Chain, Games Theory, Non Linear Programming* dan *Integer Linear Programming*. Pada tahun 1940, istilah OR muncul ketika P.M.S.Blackett seorang fisikawan Inggris memimpin tim yang bernama *Anti Aircraft Command Research Group* mempelajari basis kerja radar. Pada tahun 1939, di Amerika ide PL berasal dari *L.U.Kantorivict* seorang matematikawan Rusia yang menulis suatu karangan jika diterjemahkan dalam bahasa Inggris berjudul *Mathematical Method in the Organization and Planning of Production*. Kemudian, pada tahun 1947 ide tersebut dikembangkan oleh George D. Dantzig seorang matematikawan dari USA yang menemukan cara untuk memecahkan masalah PL dengan suatu metode yaitu metode simpleks (Suyitno, 2018).

Definisi Linear Programming

Program linier adalah suatu cara/teknik aplikasi matematika untuk menyelesaikan persoalan pengalokasian sumber-sumber terbatas diantara beberapa aktivitas yang bertujuan untuk memaksimalkan keuntungan atau meminimumkan biaya yang dibatasi oleh batasan-batasan tertentu (Rafflesia dan Widodo, 2014).

Pemrograman linier merupakan mekanisme paling dasar untuk merumuskan berbagai masalah dengan upaya sederhana. Masalah pemrograman linier ditandai dengan fungsi tujuan dan kendala linier (Luenberger dan Yinyu, 2016).

Persoalan pemrograman linier dapat ditemukan pada berbagai bidang dan dapat digunakan sebagai suatu alternatif yang paling tepat dalam pengambilan keputusan sehingga diperoleh solusi yang paling baik (*the best solution*). Ada tiga elemen penting dalam pemrograman linier, yaitu

- a. Variabel keputusan (*decision variables*): x_1, x_2, \dots, x_n adalah variabel yang nilai-nilainya dipilih untuk dibuat keputusan;
- b. Fungsi tujuan (*objective function*): $Z = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ adalah fungsi yang akan dioptimasi (dimaksimalkan atau diminimumkan);
- c. Pembatas (*constraint*): $g_i(x_1, x_2, \dots, x_n) \leq b_i$ adalah pembatas-pembatas yang harus dipenuhi.

(Ruminta, 2014).

Asumsi-Asumsi dalam Permasalahan *Linear Programming*

Beberapa asumsi yang digunakan dalam pemrograman linier untuk mendekati dan merepresentasikan situasi kehidupan nyata, yaitu

1. Proporsionalitas, naik atau turunnya nilai Z dan penggunaan sumber daya yang tersedia akan berbanding lurus dengan perubahan tingkat kegiatan (X);
2. Aditivitas, untuk setiap fungsi dimana nilai fungsi total diperoleh dengan menjumlahkan kontribusi-kontribusi individual dari masing-masing kegiatan;
3. Divisibilitas, kadang-kadang angka dari variabel-variabel keputusan yang dihasilkan oleh setiap kegiatan tidak selalu bilangan bulat (*integer*), tetapi juga dapat berupa bilangan pecahan (*non-integer*);
4. Kepastian, semua parameter pada model (dalam *linear programming*) merupakan konstanta-konstanta yang diketahui. Tetapi, dalam dunia nyata asumsi ini jarang dipenuhi secara tepat.

(Ruminta, 2014).

Syarat-Syarat dari Permasalahan *Linear Programming*

Beberapa syarat-syarat penting dalam merumuskan permasalahan pemrograman linier, sebagai berikut:

1. Ada beberapa kuantitas yang memungkinkan dioptimasi untuk digunakan sebagai fungsi tujuan;
2. Ada variabel-variabel yang dapat dibuat menjadi variabel keputusan;
3. Ada pembatas dalam mencapai tujuan;
4. Ada langkah-langkah alternatif pemecahan yang dapat dipilih;
5. Tujuan dan pembatas harus dapat diekspresikan dalam persamaan atau ketidaksamaan linier.

(Ruminta, 2014).

Formulasi Model *Linear Programming*

Formulasi model merupakan langkah yang paling menentukan dalam program linier dimana mencakup identifikasi hal-hal yang berkaitan dengan tujuan dan kendala dari permasalahan. Terdapat beberapa unsur dalam memformulasikan model program linier, yaitu

1. Variabel Keputusan

Variabel keputusan adalah variabel yang dapat menentukan keputusan-keputusan yang akan dibuat dalam pencapaian solusi optimal.

2. Fungsi Tujuan

Fungsi tujuan merupakan fungsi yang menggambarkan tujuan atau sasaran dalam permasalahan program linier yang berkaitan dengan pemanfaatan sumber daya secara optimal untuk memperoleh keuntungan maksimum atau untuk penggunaan biaya minimum.

3. Fungsi Kendala/Pembatas

Fungsi kendala/pembatas merupakan rumusan dari ketersediaan sumber daya yang dimiliki dalam mencapai tujuan.

4. Variabel Pembatas

Variabel pembatas menggambarkan tentang wilayah variabel, dimana jumlah sumber daya yang tersedia untuk persoalan ini tidak boleh bernilai negatif.

$$X_j \geq 0 \text{ untuk } i = 1, 2, 3, \dots \text{ dan } j = 1, 2, 3, \dots$$

(Rafflesia dan Widodo, 2014).

Bentuk umum tabel *linear programming* yang disajikan pada Tabel 1.

Tabel 1. Bentuk Umum Tabel Linier Programming

Sumber daya	Kegiatan				Kapasitas
	1	2	...	N	
1	a_{11}	a_{12}	...	a_{1n}	b_1
2	a_{21}	a_{22}	...	a_{2n}	b_2
⋮	⋮	⋮		⋮	⋮
m	a_{m1}	a_{m2}	...	a_{mn}	b_m
Z/unit	C_1	C_2	...	C_n	
Tingkat kegiatan	X_1	X_2	...	X_n	

(Wijaya, 2013).

Model *Linear Programming* (LP)

Secara umum, model matematis untuk maksimum dan minimum terdapat perbedaan pada kendala, yaitu

a. Kasus maksimasi

$$\text{Maksimumkan: } Z = C_1X_1 + C_2X_2 + \dots + C_nX_n$$

Kendala:

$$\begin{aligned} a_{11}X_1 + a_{12}X_2 + \dots + a_{1n}X_n &\leq b_1 \\ a_{21}X_1 + a_{22}X_2 + \dots + a_{2n}X_n &\leq b_2 \\ &\vdots \\ a_{m1}X_1 + a_{m2}X_2 + \dots + a_{mn}X_n &\leq b_m \\ X_1, X_2, \dots, X_n &\geq 0 \end{aligned} \tag{2.2.1}$$

b. Kasus minimasi

$$\text{Maksimumkan: } Z = C_1X_1 + C_2X_2 + \dots + C_nX_n$$

Kendala:

$$\begin{aligned}
 a_{11}X_1 + a_{12}X_2 + \dots + a_{1n}X_n &\geq b_1 \\
 a_{21}X_1 + a_{22}X_2 + \dots + a_{2n}X_n &\geq b_2 \\
 &\vdots \\
 a_{m1}X_1 + a_{m2}X_2 + \dots + a_{mn}X_n &\geq b_n \\
 X_1, X_2, \dots, X_n &\geq 0
 \end{aligned}$$

(Wijaya, 2013).

Keterangan:

Z = nilai yang dioptimalkan (maksimum atau minimum)

c_j = kenaikan nilai Z untuk kenaikan setiap satu unit kegiatan j

x_j = tingkat kegiatan ke- j (variabel keputusan)

a_{ij} = banyaknya sumber daya i untuk menghasilkan setiap unit kegiatan j

b_i = banyaknya sumber daya i yang tersedia

n = banyaknya kegiatan

m = banyaknya sumber daya yang tersedia

(Syarifuddin, 2011).

2.3 Metode Simpleks

Definisi Metode Simpleks

Metode simpleks merupakan cara yang digunakan untuk memecahkan permasalahan atau penentuan kombinasi optimal dengan tabel simpleks. Metode simpleks lebih efektif digunakan sebagai alternatif untuk memecahkan permasalahan *linear programming* yang melibatkan dua atau lebih variabel keputusan (Syarifuddin, 2011).

Metode simpleks merupakan metode yang secara sistematis dimulai dari suatu pemecahan dasar yang feasible ke pemecahan lainnya yang dilakukan berulang-ulang (iterasi) dengan jumlah ulangan yang terbatas, sehingga akhirnya tercapai suatu pemecahan dasar yang optimum (Rafflesia dan Widodo, 2014).

Tabel awal simpleks untuk kasus maksimasi yang disajikan dalam Tabel 2.

Tabel 2. Tabel Awal Simpleks

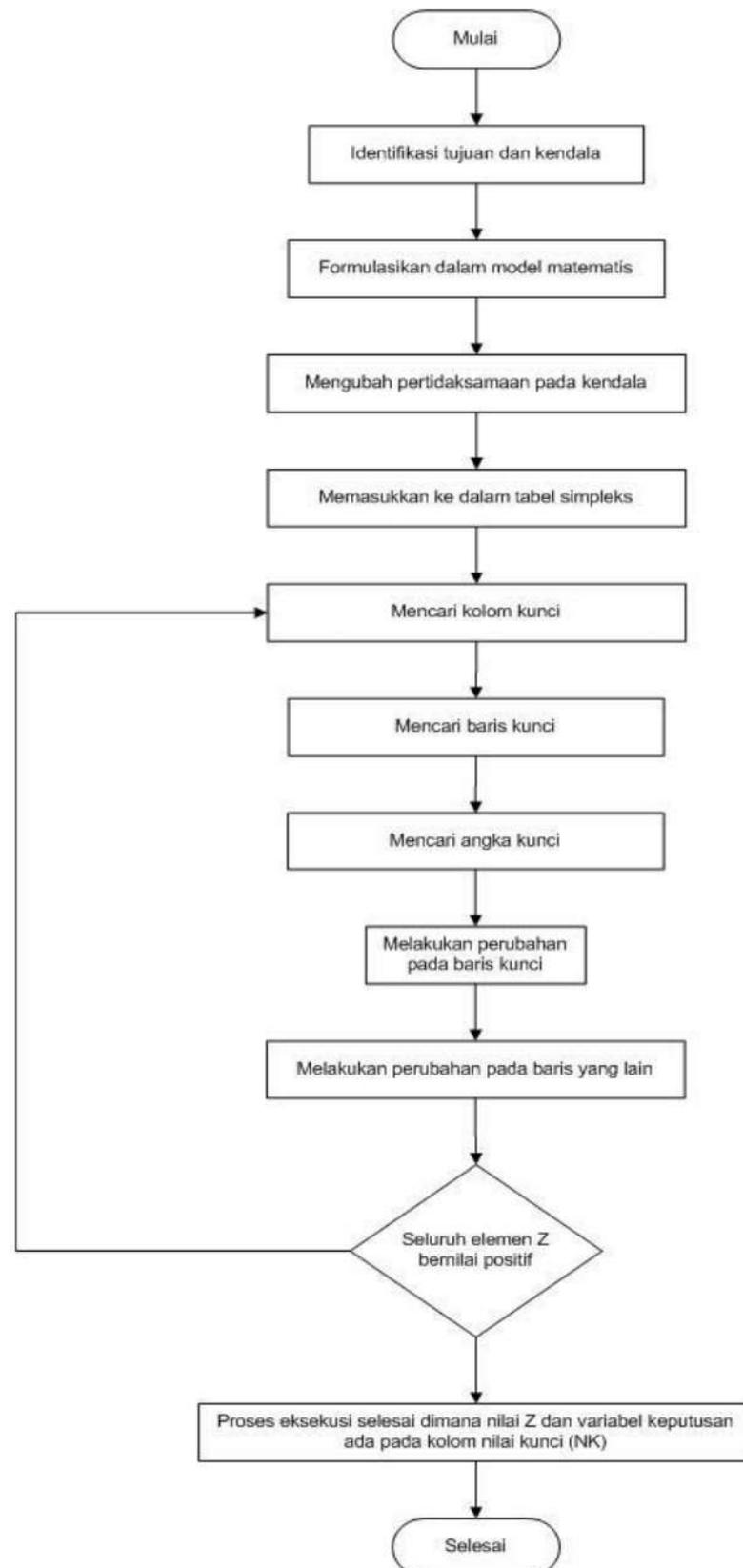
Variabel Dasar	X_1	X_2	X_3	S_1	S_2	S_3	Nilai Kunci	Indeks
Z	$-C_1$	$-C_2$	$-C_3$	0	0	0	0	
S_1	a_{11}	a_{12}	a_{13}	1	0	0	b_1	-
S_2	a_{21}	a_{22}	a_{23}	0	1	0	b_2	-
S_3	a_{31}	a_{32}	a_{33}	0	0	1	b_3	-

(Wijaya, 2013).

Langkah-Langkah Metode Simpleks

1. Mengidentifikasi variabel keputusan dan memformulasikan dalam simbol matematis;
2. Mengidentifikasi tujuan yang akan dicapai dan kendala-kendala yang terjadi;
3. Memformulasikan tujuan dan kendala ke dalam fungsi model matematis;
4. Mengubah pertidaksamaan " \leq " pada kendala menjadi persamaan "=" dengan menambahkan variabel slack;
5. Menginput koefisien pada fungsi tujuan dan kendala yang telah diubah ke dalam tabel simpleks;
6. Memilih kolom kunci: negatif terbesar pada baris Z, yaitu kolom A;
7. Memilih baris kunci: positif terkecil pada indeks ($\text{indeks} = b_i$ pada masing-masing baris dibagi angka pada kolom kunci di masing-masing baris);
8. Mencari angka kunci: pertemuan antara kolom kunci dan baris kunci;
9. Mengubah variabel keputusan pada baris kunci dengan variabel keputusan pada kolom kunci dan kemudian mengubah seluruh elemen pada baris kunci dengan cara membagi seluruh elemen tersebut dengan angka kunci;
10. Mengubah nilai-nilai pada baris lain dengan menggunakan rumus: $\text{baris baru} = \text{nilai baris lama} - (\text{nilai baris kunci} \cdot \text{koefisien kolom kunci})$;
11. Memastikan seluruh elemen pada baris Z tidak ada yang bernilai negative, apabila masih terdapat nilai negatif maka ulangi dari langkah ke-6 dan seterusnya;
12. Apabila seluruh elemen pada baris Z tidak ada yang bernilai negatif maka proses eksekusi telah selesai, dengan nilai optimum untuk Z dan variabel keputusannya pada kolom nilai kunci.

(Wijaya, 2013).



Gambar 6. Diagram Alur Metode Simpleks

(Wijaya, 2013).

2.4 Logika Fuzzy

Logika *fuzzy* digunakan sebagai suatu cara untuk memetakan permasalahan dari *input* menuju *output* yang diharapkan. Pada himpunan *fuzzy*, nilai keanggotaan terletak pada rentang 0 sampai 1. Himpunan *fuzzy* merupakan suatu grup yang mewakili suatu kondisi atau keadaan tertentu dalam suatu variabel *fuzzy*. Variabel *fuzzy* merupakan variabel yang hendak dibahas dalam suatu sistem *fuzzy*, misalnya umur, temperatur, dan lain-lain. Fungsi keanggotaan atau *membership function* adalah suatu kurva yang menunjukkan pemetaan titik-titik *input* data ke dalam nilai keanggotaannya yang memiliki interval antara 0 sampai 1 (Setiawan, dkk. 2018).

2.5 Fuzzy Linear Programming (FLP)

Fuzzy Linear Programming (FLP) adalah pencarian suatu nilai Z yang merupakan fungsi objektif yang akan dioptimalkan sedemikian hingga tunduk pada batasan-batasan yang dimodelkan dengan menggunakan himpunan *fuzzy* (Kusumadewi dan Purnomo, 2010).

Program linier fuzzy digunakan jika kondisi yang muncul akibat subjektifitas dan intuisi yang dominan dapat diselesaikan bukan hanya asumsi kepastian pada program linier (Aprilianti dan Sasongko, 2017).

Klasifikasi Masalah Fuzzy Linear Programming

Konsep *fuzzy linear programming* dengan variabel keputusan *fuzzy*, pertama kali diperkenalkan oleh Tanaka dan Asai. Masalah *fuzzy linear programming* dapat diklasifikasikan ke dalam tujuh kelompok tergantung pada ketidakjelasan variabel keputusan. Adapun tujuh kelompok yang dimaksud, sebagai berikut:

1. Masalah *fuzzy linear programming* dengan melibatkan bilangan *fuzzy* untuk variabel keputusan dan sisi kanan kendala;
2. Masalah *fuzzy linear programming* dengan melibatkan bilangan *fuzzy* untuk koefisien variabel keputusan dalam fungsi tujuan;
3. Masalah *fuzzy linear programming* dengan melibatkan bilangan *fuzzy* untuk koefisien variabel keputusan dalam kendala dan sisi kanan kendala;
4. Masalah *fuzzy linear programming* dengan melibatkan bilangan *fuzzy* untuk variabel keputusan, koefisien variabel keputusan dalam fungsi tujuan dan sisi kanan kendala;
5. Masalah *fuzzy linear programming* dengan melibatkan bilangan *fuzzy* untuk koefisien variabel keputusan dalam fungsi tujuan, koefisien variabel keputusan dalam kendala dan sisi kanan kendala;

6. Masalah *fuzzy linear programming* dengan melibatkan bilangan *fuzzy* untuk koefisien variabel keputusan dalam variabel keputusan, koefisien variabel keputusan dalam kendala dan sisi kanan kendala;
7. Masalah *fuzzy linear programming* dengan melibatkan bilangan *fuzzy* untuk variabel keputusan, koefisien variabel keputusan dalam fungsi tujuan, koefisien variabel keputusan dalam kendala dan sisi kanan kendala.

(Kaur dan Kumar, 2016).

Definisi Dasar pada Fuzzy Linear Programming

Definisi 1:

Asumsikan X merupakan himpunan objek-objek, maka himpunan yang berisi pasangan terurut, yaitu:

$$\bar{A} = \{(x, \mu_{\bar{A}}(x)) : x \in X\}, \mu_{\bar{A}}: X \rightarrow [0,1]$$

disebut himpunan *fuzzy* dalam X dan $\mu_{\bar{A}}(x)$ disebut fungsi keanggotaan.

Definisi 2:

Asumsikan \bar{A} adalah himpunan *fuzzy* di X dan $\lambda \in [0,1]$ merupakan bilangan real. Maka, suatu himpunan $\bar{A}^\lambda = \{x \in X : \mu_{\bar{A}}(x) \geq \lambda\}$ disebut λ -cut dari \bar{A} .

(Kaur dan Kumar, 2016).

Model Fuzzy Linear Programming (FLP)

Berdasarkan uraian di atas, maka pada model (2.2.1) dapat dibentuk menjadi model FLP sebagai berikut:

Maksimumkan/Minimumkan:

$$Z = \sum_{j=1}^n c_j x_j = C_1 X_1 + C_2 X_2 + \dots + C_n X_n$$

Kendala:

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j = a_{m1} X_1 + a_{m2} X_2 + \dots + a_{mn} X_n \lesseqgtr \text{ atau } \gtrseq b_i \quad (2.5.1)$$

$$x_j \geq 0$$

dengan $i = 1, 2, \dots, m$

Kemudian dibentuk fungsi keanggotaan untuk model keputusan himpunan *fuzzy*, sebagai berikut:

$$\mu_D[x] = \min_i \{\mu_i[B_i x]\} \quad (2.5.2)$$

Keterangan:

$\mu_D[x]$ = fungsi keanggotaan untuk model keputusan himpunan *fuzzy*

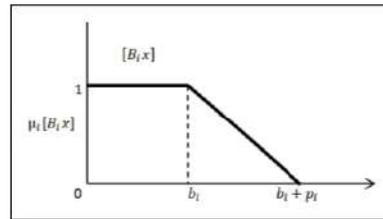
$\mu_i[B_i x]$ = fungsi keanggotaan kendala pada himpunan ke- i

$B_i x$ = kendala ke- i pada fungsi keanggotaan

Berdasarkan pada fungsi keanggotaan diatas, untuk mencari solusi terbaik yaitu solusi dengan nilai keanggotaannya paling besar, dengan demikian solusi sebenarnya dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$\max_{x \geq 0} \mu_D[x] = \max_{x \geq 0} \min_i \{ \mu_i[B_i x] \} \quad (2.5.3)$$

Mengacu pada solusi (2.5.3), nilai $\mu_i(B_i x) = 0$ jika kendala ke-i benar-benar dilanggar. Sedangkan, nilai $\mu_i(B_i x) = 1$, jika kendala ke-i benar-benar dipatuhi (sama halnya kendala bernilai tegas). Nilai $\mu_i(B_i x)$ akan turun secara monoton pada selang $[0,1]$, yang ditunjukkan pada Gambar 6.



Gambar 7. Fungsi Keanggotaan Kurva Trapesium

Dimana fungsi keanggotaannya:

$$\mu_i[B_i x] = \begin{cases} 1 ; B_i x \leq b_i \\ 1 - \frac{B_i x - b_i}{p_i} ; b_i < B_i x \leq b_i + p_i \\ 0 ; B_i x > b_i + p_i \end{cases} \quad (2.5.4)$$

dengan $i = 0,1,2, \dots, m$ dan p_i adalah toleransi interval yang diperbolehkan untuk melakukan pelanggaran baik pada fungsi objektif maupun kendala. Dengan mensubstitusi formula (2.5.4) ke (2.5.3), akan diperoleh:

$$\max_{x \geq 0} \mu_D[x] = \max_{x \geq 0} \min_i \left\{ 1 - \frac{B_i x - b_i}{p_i} \right\}$$

Berdasarkan Gambar 6, dapat dilihat bahwa semakin besar nilai domain maka akan cenderung semakin kecil nilai keanggotaannya. Sehingga, untuk mencari λ -cut dapat dihitung sebagai $\lambda = 1 - t$ dengan $b_i + t \cdot p_i$ adalah ruas kanan kendala ke-i (Kusumadewi dan Purnomo, 2010).

Misalkan $p_i > 0$ adalah toleransi dari b_i atau p_i merupakan penambahan setiap bahan baku yang masih bisa dilakukan tempat usaha dari setiap persediaan bahan baku, dimana nilai p_i merupakan parameter *fuzzy*. Jika Z_1 menyatakan solusi optimal dari *linear programming* pada model (2.2.1) dan Z_2 menyatakan solusi optimal dari *fuzzy linear programming* pada model (2.5.1). Maka, fungsi keanggotaan yang menggambarkan derajat optimalitas dari nilai fungsi tujuan, adalah:

$$\mu_0[B_0x] = \begin{cases} 1 & ; \sum_{j=1}^n c_j x_j > Z_2 \\ \frac{\sum_{j=1}^n c_j x_j - Z_1}{Z_2 - Z_1} & ; Z_1 \leq \sum_{j=1}^n c_j x_j \leq Z_2 \\ 0 & ; \sum_{j=1}^n c_j x_j < Z_1 \end{cases} \quad (2.5.5)$$

Selanjutnya, didefinisikan juga fungsi keanggotaan yang menggambarkan derajat toleransi dari pelanggaran kendala ke- i , sebagai berikut:

$$\mu_i[B_i x] = \begin{cases} 1 & ; \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j < b_i \\ \frac{(b_i + p_i) - \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j}{p_i} & ; b_i \leq \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq b_i + p_i \\ 0 & ; \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j > b_i + p_i \end{cases} \quad (2.5.6)$$

Misalkan fungsi λ didefinisikan sebagai $\lambda = \min\{\mu_i[B_i x]\}$, diperoleh bentuk *linear programming* baru dimana fungsi tujuannya memaksimalkan λ , pada kendala $\lambda \leq \mu_i[B_i x]$ dan $x \geq 0$ dengan $i = 0, 1, 2, \dots$

Model *linear programming* ini dituliskan, sebagai berikut:

Maksimumkan: λ

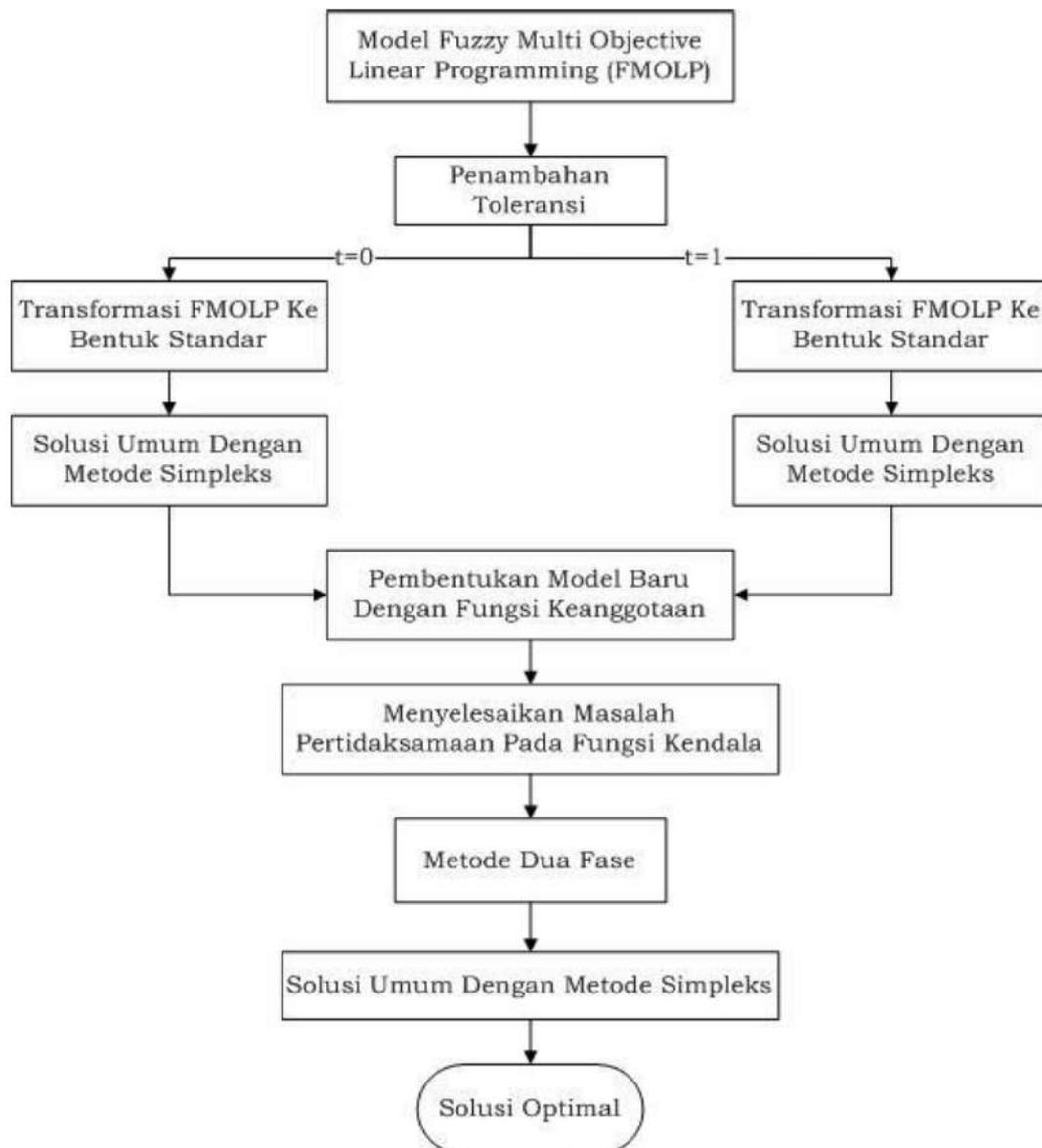
Kendala:

$$\begin{aligned} \lambda \leq \mu_0[B_0x] & \quad \text{atau} \quad \sum_{j=1}^n c_j x_j - \lambda(Z_2 - Z_1) \geq Z_1 \\ \lambda \leq \mu_i[B_i x] & \quad \text{atau} \quad \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j + \lambda(p_i) \leq b_i + p_i \\ & \quad p > 0; \lambda \in [0, 1]; \text{ dan } x_j \geq 0 \end{aligned} \quad (2.5.7)$$

dengan $i = 1, 2, \dots, m$

(Basriati dan Santi, 2018).

Berdasarkan uraian di atas, model *fuzzy linear programming* dapat dikembangkan dengan mempertimbangkan 2 fungsi tujuan sehingga model menjadi *fuzzy multi objective linear programming*. *Fuzzy Multi Objective Linear Programming (FMOLP)* adalah metode optimasi dengan beberapa fungsi tujuan yang tunduk pada beberapa kendala. Solusi dari permasalahan ini diperoleh seperti penyelesaian optimasi dengan satu fungsi tujuan (Kusumadewi dan Purnomo, 2013).



Gambar 8. Diagram Alur Menemukan Solusi FMOLP

2.6 Metode Dua Fase

Penggunaan penalty M dalam metode big M , dapat mengakibatkan kesalahan pembulatan komputer. Metode dua fase digunakan untuk menghilangkan konstanta M . Metode ini menyelesaikan *Linear Programming (LP)* dalam dua fase, yaitu

- Fase 1. Ubah masalah dalam bentuk persamaan dan tambahkan variabel buatan yang diperlukan ke kendala untuk memperoleh solusi awal. Selanjutnya, temukan solusi awal dari fungsi tujuan yang dihasilkan dengan meminimumkan jumlah variabel buatan terlepas dari apakah model LP memaksimumkan atau meminimumkan. Jika nilai minimum dari fungsi

tujuan positif, maka masalah tidak memiliki solusi yang layak. Jika tidak, lanjutkan ke Fase 2.

- Fase 2. Gunakan solusi yang layak dari Fase 1 sebagai solusi awal untuk masalah semula.

(Taha, 2017).

2.7 Metode *Branch and Bound*

Metode *branch and bound* digunakan untuk mencari solusi optimal dari suatu persoalan *Integer Programming (IP)* dengan mengenumerasi titik-titik dalam daerah *fisibel* dari suatu subpersoalan. Suatu persoalan IP, baik campuran ataupun murni dapat diperoleh bentuk persoalan program linier relaksasi. Artinya apabila setiap persoalan IP dapat dipandang sebagai persoalan LP relaksasi dengan beberapa kendala tambahan, yaitu kendala yang menyatakan variabel-variabel mana yang harus berharga *integer* atau harus berharga nol atau satu. Hal ini berarti bahwa daerah *fisible* untuk setiap persoalan IP akan berada dalam daerah *fisible* untuk persoalan LP relaksasi yang bersangkutan (Dimiyati dan Dimiyati, 2018).

Langkah-langkah dalam metode *branch and bound*, sebagai berikut

1. Selesaikan masalah LP dengan metode simpleks biasa tanpa pembatasan bilangan bulat;
2. Jika variabel basis yang diharapkan sudah bernilai *integer*, maka solusi optimum *integer* telah tercapai. Jika tidak bernilai *integer*, maka lanjutkan ke langkah berikutnya;
3. Pencabangan dilakukan melalui kendala-kendala *mutually exclusive* yang perlu untuk memenuhi persyaratan *integer*;
4. Untuk setiap sub masalah, nilai solusi optimum kontinu fungsi tujuan ditetapkan \leq sebagai batas atas. Solusi bulat terbaik menjadi batas bawah dimana sub-sub masalah yang memiliki batas atas kurang dari batas bawah yang ada tidak diikutsertakan pada analisis selanjutnya. Suatu solusi *integer* layak adalah sama baik atau lebih baik dari batas atas untuk setiap sub masalah yang dicari. Jika solusi demikian ada, suatu sub masalah dengan batas atas terbaik dipilih untuk dicabangkan. Kembali ke langkah 3.

(Mulyono, 2017).



III. METODOLOGI PENELITIAN

3.1 Tempat dan Waktu

Penelitian ini dilaksanakan sejak tanggal 28 Oktober 2020 hingga 30 April 2021. Data yang diperoleh dalam penelitian ini merupakan data primer di lokasi usaha yaitu di Rumah Batik Mentari yang beralamat di Jalan KH. Zuhdi, Rt 08, Kelurahan Ulu Gedong, Kecamatan Danau Teluk, Kota Jambi.

3.2 Jenis dan Sumber Data

Jenis data dalam penelitian ini adalah data primer. Sumber data diperoleh dari Rumah Batik Mentari.

3.3 Metode Penelitian

Penelitian dilakukan dengan mengkaji buku dan jurnal yang berkaitan, dimana data yang digunakan yaitu data kuantitatif yang diperoleh langsung dari perusahaan. Langkah-langkah dalam penelitian ini, sebagai berikut

1. Identifikasi Masalah

Penelitian ini dilakukan untuk menganalisis optimasi jumlah produksi kain batik dengan mengoptimalkan keterkendala ketersediaan bahan baku, sehingga diperoleh hasil yang optimal.

2. Pengumpulan Data

Pengumpulan data dilakukan dengan observasi langsung ke tempat dan melakukan wawancara kepada pihak Rumah Batik Mentari terkait informasi yang diperlukan.

3. Pembentukan Model

Berdasarkan data yang telah diperoleh, maka bisa dibentuk model matematis Adapun langkah-langkah dalam pembentukan model, sebagai berikut:

a. Menentukan variabel keputusan

Variabel keputusan dalam model merupakan motif kain batik yang akan diproduksi, dimana satuan dari masing-masing variabel keputusan ini adalah potong kain dan untuk satu potong kain berukuran $2 r^2$, yaitu

X_1 = banyaknya produksi kain batik motif tampuk manggis per minggu

X_2 = banyaknya produksi kain batik motif duren pecah per minggu

X_3 = banyaknya produksi kain batik motif angso duo per minggu

X_4 = banyaknya produksi kain batik motif gentala per minggu

X_5 = banyaknya produksi kain batik motif batanghari per minggu

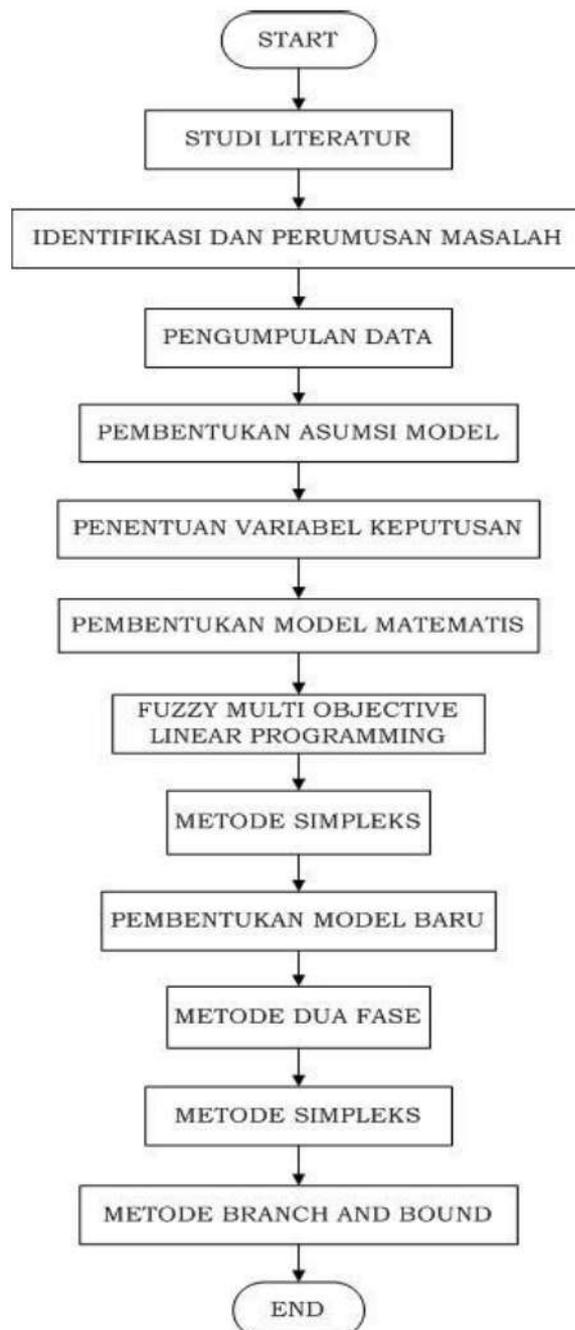
b. Menentukan fungsi tujuan

Fungsi tujuan dalam penelitian ini, yaitu untuk memaksimalkan keuntungan dan meminimumkan waktu produksi batik di Rumah Batik Mentari.

c. Menentukan fungsi kendala

Fungsi kendala dalam penelitian ini, ditentukan sesuai dengan kapasitas persediaan bahan baku.

3.4 Diagram Alur Penelitian



Gambar 9. Diagram Alur Penelitian



IV. HASIL DAN PEMBAHASAN

4.1 Pengumpulan Data

Menganalisis permasalahan optimasi keuntungan kain batik, maka dibutuhkan beberapa data mingguan dari Rumah Batik Mentari yaitu:

1. Data bahan baku kain batik;
2. Data harga bahan baku kain batik;
3. Data biaya bahan baku kain batik;
4. Data waktu produksi kain batik;
5. Data gaji karyawan;
6. Data keuntungan kain batik.

4.2 Data Bahan Baku Batik

Pembuatan batik membutuhkan tiga bahan baku, yaitu kain, lilin dan pewarna. Banyaknya bahan baku yang digunakan untuk setiap motif batik berbeda-beda. Data bahan baku produksi batik per minggu disajikan pada Tabel 3:

Tabel 3. Data Bahan Baku

Bahan Baku	Tampuk Manggis	Duren Pecah	Motif Batik			Kapasitas Persediaan
			Angso Duo	Gentala	Batanghari	
Kain (meter)	2	2	2	2	2	240
Lilin (ons)	3	3,3	2,2	1,8	2,8	300
Pewarna (gram)	40	55	40	45	50	5.800

1) Fungsi kendala kain

Ukuran dasar kain yang akan dijadikan kain batik memiliki lebar 1m dengan panjang 240m. Dari kain sepanjang 240m ini, akan dipotong-potong untuk memproduksi kain batik dengan 5 motif. Masing-masing dari 5 motif tersebut membutuhkan kain dengan panjang 2m per potongnya. Sehingga secara matematis, kendala ini dituliskan dalam bentuk pertidaksamaan

$$2X_1 + 2X_2 + 2X_3 + 2X_4 + 2X_5 \leq 240 \quad (4.2.1)$$

2) Fungsi kendala lilin

Lilin yang dibutuhkan untuk memproduksi batik motif tampuk manggis sebanyak 3 ons per potong, motif duren pecah sebanyak 3,3 ons per potong, motif angso duo sebanyak 2,2 ons per potong, motif gentala sebanyak 1,8 ons kain per potong dan motif batanghari sebanyak 2,8 ons per potong. Kapasitas persediaan lilin untuk memproduksi 5 motif batik sebanyak 300 ons. Sehingga secara matematis, kendala ini dituliskan dalam bentuk pertidaksamaan

$$3X_1 + 3,3X_2 + 2,2X_3 + 1,8X_4 + 2,8X_5 \leq 300 \quad (4.2.2)$$

3) Fungsi kendala pewarna

Pewarna yang dibutuhkan untuk memproduksi batik motif tampuk manggis sebanyak 40 gram per potong, motif duren pecah sebanyak 55 gram per potong, motif angso duo sebanyak 40 gram per potong, motif gentala sebanyak 45 gram kain per potong dan motif batanghari sebanyak 50 gram per potong. Kapasitas persediaan lilin untuk memproduksi 5 motif batik sebanyak 5.800 gram. Sehingga secara matematis, kendala ini dituliskan dalam bentuk pertidaksamaan

$$40X_1 + 55X_2 + 40X_3 + 45X_4 + 50X_5 \leq 5.800 \quad (4.2.3)$$

4.3 Data Harga Bahan Baku Batik

Harga untuk setiap bahan baku batik disajikan pada Tabel 4.

Tabel 4. Data Harga Bahan Baku Batik

Bahan Baku	Ukuran	Harga (Rp)
Kain	2 meter	40.000
Lilin	1 ons	4.000
Pewarna	10 gram	5.000

Berdasarkan Tabel 4, untuk bahan baku kain berukuran 2 meter membutuhkan biaya sebesar Rp 40.000, sedangkan untuk 1 ons lilin membutuhkan biaya sebesar Rp 4.000 dan untuk 10 gram pewarna membutuhkan biaya sebesar Rp 5.000.

4.4 Data Biaya Bahan Baku Batik

Data biaya bahan baku setiap motif batik disajikan pada Tabel 5.

Tabel 5. Data Biaya Bahan Baku Batik

Motif	Bahan Baku			Total Biaya (Rp)
	Kain (meter)	Lilin (ons)	Pewarna (gram)	
Tampuk Manggis	40.000	12.000	20.000	72.000
Duren Pecah	40.000	13.200	27.500	80.700
Angso Duo	40.000	8.800	20.000	68.800
Gentala	40.000	7.200	22.500	69.700
Batanghari	40.000	11.200	25.000	76.200

Berdasarkan Tabel 5, total biaya yang dibutuhkan untuk memproduksi kain batik motif tampuk manggis sebesar Rp 72.000, motif duren pecah sebesar Rp 80.700, motif angso duo sebesar Rp 68.800, motif gentala sebesar Rp 69.700 dan motif batanghari sebesar Rp 76.200.

4.5 Data Waktu Produksi Kain Batik

Waktu produksi merupakan waktu yang dibutuhkan untuk menyelesaikan satu potong batik per motif. Data waktu produksi yang dibutuhkan disajikan pada Tabel 6.

Tabel 6. Data Waktu Produksi Batik

Proses Produksi	Motif Kain Batik				
	Tampuk Manggis	Duren Pecah	Angso Duo	Gentala	Batanghari
Pemotongan Kain	0,02	0,02	0,02	0,02	0,02
Pengecapan	0,5	0,5	0,25	0,25	0,25
Pewarnaan	0,75	0,75	0,5	0,5	0,5
Penglorodan, Pencucian dan Pengeringan	1,15	1,15	1,15	1,15	1,15
Packing	0,08	0,08	0,08	0,08	0,08
Total (jam)	2,5	2,5	2	2	2

Berdasarkan tabel di atas, untuk memproduksi batik motif tampuk manggis membutuhkan waktu selama 2,5 jam, motif duren pecah selama 2,5 jam, motif angso duo selama 2 jam, motif gentala selama 2 jam dan motif batanghari selama 2 jam. Karena waktu yang diperlukan harus seminimum mungkin, maka secara matematis dapat dituliskan

$$\text{Minimumkan: } Z = 2,5X_1 + 2,5X_2 + 2X_3 + 2X_4 + 2X_5 \quad (4.5.1)$$

4.6 Data Biaya Pengeluaran

Biaya pengeluaran terdiri dari gaji karyawan, bahan bakar dan listrik. Karyawan ialah tenaga kerja yang menjalankan setiap proses produksi batik. Data biaya pengeluaran produksi batik disajikan pada Tabel 7.

Tabel 7. Data Biaya Pengeluaran Batik

Pengeluaran	Biaya (Rp)
Gaji Karyawan	
Pemotongan Kain	2.000
Pengecapan	6.000
Pewarnaan	3.000
Pencucian dan Penglorodan	5.000
Pengeringan	2.000
Packing	2.000
Jumlah	20.000
Bahan Bakar dan Listrik	30.000
Total	50.000

Berdasarkan Tabel 7, selama proses produksi biaya yang dikeluarkan untuk gaji karyawan sebesar Rp 20.000, sedangkan untuk biaya bahan bakar dan listrik sebesar Rp 30.000. Sehingga, total biaya pengeluaran sebesar Rp 50.000.

4.7 Data Keuntungan Kain Batik

Harga pokok merupakan biaya yang dikeluarkan oleh perusahaan selama proses produksi. Sedangkan, harga jual merupakan besarnya harga yang harus dibayar oleh konsumen sehingga pihak perusahaan memperoleh keuntungan. Data harga pokok dan harga jual setiap motif batik disajikan pada Tabel 8.

Tabel 8. Data Keuntungan Batik

Harga Per Potong (RP)	Motif Batik				
	Tampuk Manggis	Duren Pecah	Angso Duo	Gentala	Batanghari
Harga Pokok	122.000	130.700	118.800	119.700	126.200
Harga Jual	165.000	175.000	160.000	160.000	170.000
Keuntungan	43.000	44.300	41.200	40.300	43.800

Berdasarkan Tabel 8, keuntungan yang diperoleh untuk satu potong batik motif tampuk manggis sebesar Rp 43.000, motif duren pecah sebesar Rp 44.300, motif angso duo Rp 41.200, motif gentala Rp 40.300 dan motif batanghari Rp 43.800. Selama proses produksi diharapkan memperoleh keuntungan maksimum, sehingga secara matematis dapat dituliskan

$$\text{Maksimumkan: } Z = 43.000X_1 + 44.300X_2 + 41.200X_3 + 40.300X_4 + 43.800X_5 \quad (4.7.1)$$

4.8 Pembentukan Model Matematis

Berdasarkan formula pada (4.2.1), (4.2.2), (4.2.3), (4.5.1) dan (4.7.1) maka dapat dibentuk suatu model *fuzzy multi objective linear programming* dengan Z_1 merupakan keuntungan dan Z_2 merupakan waktu produksi.

Maksimumkan:

$$Z_1 = 43.000X_1 + 44.300X_2 + 41.200X_3 + 40.300X_4 + 43.800X_5$$

Minimumkan:

$$Z_2 = 2,5X_1 + 2,5X_2 + 2X_3 + 2X_4 + 2X_5 \quad (4.8.1)$$

Kendala:

$$2X_1 + 2X_2 + 2X_3 + 2X_4 + 2X_5 \lesssim 240$$

$$3X_1 + 3,3X_2 + 2,2X_3 + 1,8X_4 + 2,8X_5 \lesssim 300$$

$$40X_1 + 55X_2 + 40X_3 + 45X_4 + 50X_5 \lesssim 5.800$$

$$X_1, X_2, X_3, X_4, X_5 \geq 0$$

Penambahan toleransi pada masing-masing kendala digunakan untuk mengatasi ketidakpastian. Penambahan toleransi yang diizinkan sebesar 60 meter untuk kendala kain, 40 ons untuk kendala lilin dan 400 gram untuk kendala pewarna. Sehingga, model (4.8.1) dituliskan sebagai berikut

Maksimumkan:

$$Z_1 = 43.000X_1 + 44.300X_2 + 41.200X_3 + 40.300X_4 + 43.800X_5 \quad (4.8.2)$$

Minimumkan:

$$Z_2 = 2,5X_1 + 2,5X_2 + 2X_3 + 2X_4 + 2X_5$$

Kendala:

$$2X_1 + 2X_2 + 2X_3 + 2X_4 + 2X_5 \leq 240 + 60t$$

$$3X_1 + 3,3X_2 + 2,2X_3 + 1,8X_4 + 2,8X_5 \leq 300 + 40t$$

$$40X_1 + 55X_2 + 40X_3 + 45X_4 + 50X_5 \leq 5.800 + 400t$$

$$X_1, X_2, X_3, X_4, X_5 \geq 0$$

$$0 \leq t \leq 1$$

Jika $t = 0$, maka tidak ada penambahan toleransi pada model. Sehingga, model (4.8.2) dapat dituliskan sebagai berikut

Maksimumkan:

$$Z_{11} = 43.000X_1 + 44.300X_2 + 41.200X_3 + 40.300X_4 + 43.800X_5$$

Minimumkan:

$$Z_{21} = 2,5X_1 + 2,5X_2 + 2X_3 + 2X_4 + 2X_5 \tag{4.8.3}$$

Kendala:

$$2X_1 + 2X_2 + 2X_3 + 2X_4 + 2X_5 \leq 240$$

$$3X_1 + 3,3X_2 + 2,2X_3 + 1,8X_4 + 2,8X_5 \leq 300$$

$$40X_1 + 55X_2 + 40X_3 + 45X_4 + 50X_5 \leq 5.800$$

$$X_1, X_2, X_3, X_4, X_5 \geq 0$$

$$0 \leq t \leq 1$$

Jika $t = 1$, maka ada penambahan toleransi pada model. Sehingga, model (4.8.2) dapat dituliskan sebagai berikut

Maksimumkan:

$$Z_{12} = 43.000X_1 + 44.300X_2 + 41.200X_3 + 40.300X_4 + 43.800X_5$$

Minimumkan:

$$Z_{22} = 2,5X_1 + 2,5X_2 + 2X_3 + 2X_4 + 2X_5 \tag{4.8.4}$$

Kendala:

$$2X_1 + 2X_2 + 2X_3 + 2X_4 + 2X_5 \leq 300$$

$$3X_1 + 3,3X_2 + 2,2X_3 + 1,8X_4 + 2,8X_5 \leq 340$$

$$40X_1 + 55X_2 + 40X_3 + 45X_4 + 50X_5 \leq 6.200$$

$$X_1, X_2, X_3, X_4, X_5 \geq 0$$

$$0 \leq t \leq 1$$

4.9 Penyelesaian dengan Metode Simpleks

Solusi dari model (4.8.3) dan (4.8.4) akan ditemukan dengan metode simpleks. Untuk itu, dimulai dengan menuliskan model (4.8.3) dan (4.8.4) menjadi bentuk standar sebagai berikut

- Bentuk standar dari model (4.8.3)

Maksimumkan:

$$Z_{11} - 43.000X_1 - 44.300X_2 - 41.200X_3 - 40.300X_4 - 43.800X_5 - 0S_1 - 0S_2 - 0S_3 = 0$$

Minimumkan:

$$Z_{12} - 2,5X_1 - 2,5X_2 - 2X_3 - 2X_4 - 2X_5 = 0$$

Kendala:

$$\begin{aligned} 2X_1 + 2X_2 + 2X_3 + 2X_4 + 2X_5 + S_1 &= 240 \\ 3X_1 + 3,3X_2 + 2,2X_3 + 1,8X_4 + 2,8X_5 + S_2 &= 300 \\ 40X_1 + 55X_2 + 40X_3 + 45X_4 + 50X_5 + S_3 &= 5.800 \\ X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, S_1, S_2, S_3 &\geq 0 \end{aligned} \quad (4.9.1)$$

Tahapan pertama dalam metode simpleks yaitu menginput koefisien dan konstanta pada model ke dalam tabel simpleks sesuai dengan kolom dan baris sebagaimana pada iterasi 0 berikut.

Iterasi 0

Variabel Dasar	Z_{11}	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	S_1	S_2	S_3	Nilai Kanan	Indeks
Z_{11}	1	-43.000	-44.300	-41.200	-40.300	-43.800	0	0	0	0	
S_1	0	2	2	2	2	2	1	0	0	240	120
S_2	0	3	3,3	2,2	1,8	2,8	0	1	0	300	90,91
S_3	0	40	55	40	45	50	0	0	1	5.800	105,45

Berdasarkan iterasi 0, nilai negatif terbesar dari baris Z_{11} terletak pada kolom X_2 , sehingga X_2 menjadi variabel basis dan merupakan kolom kunci. Nilai indeks dihitung dari perbandingan antara nilai kanan dengan kolom kunci dan diperoleh indeks positif terkecil bernilai 90,91 yang terletak pada baris S_2 . Sehingga, S_2 menjadi variabel non basis dan merupakan baris kunci dengan angka kunci 3,3.

Iterasi 1

Variabel Dasar	Z_{11}	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	S_1	S_2	S_3	Nilai Kanan	Indeks
Z_{11}	1	-2.727,27	0	-11.666,67	-16.136,36	-6.212,12	0	13.424,24	0	4.027.272,73	
S_1	0	0,18	0	0,67	0,91	0,3	1	-0,61	0	58,18	64
X_2	0	0,91	1	0,67	0,55	0,85	0	0,3	0	90,91	166,67
S_3	0	-10	0	3,33	15	3,33	0	-16,67	1	800	53,33

Berdasarkan iterasi 1, karena masih terdapat nilai negatif pada baris Z_{11} , maka iterasi dilanjutkan. Nilai negatif terbesar dari baris Z_{11} terletak pada kolom X_4 dan indeks positif terkecil terletak pada baris S_3 dengan angka kunci 15. Sehingga, X_4 menjadi variabel basis dan S_3 menjadi variabel non basis.

Iterasi 2

Variabel Dasar	Z_{11}	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	S_1	S_2	S_3	Nilai Kanan	Indeks
Z_{11}	1	-13.484,85	0	-8.080,81	0	-2.626,26	0	-4.505,05	1.075,76	4.887.878,79	
S_1	0	0,79	0	0,46	0	0,1	1	0,4	-0,06	9,7	12,31
X_2	0	1,27	1	0,55	0	0,73	0	0,91	-0,04	61,82	48,57
X_4	0	-0,67	0	0,22	1	0,22	0	-1,11	0,07	53,33	-80

Berdasarkan iterasi 2, karena masih terdapat nilai negatif pada baris Z_{11} , maka iterasi dilanjutkan. Nilai negatif terbesar dari baris Z_{11} terletak pada kolom X_1 dan indeks positif terkecil terletak pada baris S_1 dengan angka kunci 0,79. Sehingga, X_1 menjadi variabel basis dan S_1 menjadi variabel non basis.

Iterasi 3

Variabel Dasar	Z_{11}	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	S_1	S_2	S_3	Nilai Kanan	Indeks
Z_{11}	1	0	0	-128,21	0	-897,44	17.115,38	2.410,26	38,46	5.053.846,15	
X_1	0	1	0	0,59	0	0,13	1,27	0,51	-0,08	12,31	96
X_2	0	0	1	-0,21	0	0,56	-1,62	0,26	0,06	46,15	81,82
X_4	0	0	0	0,62	1	0,31	0,85	-0,77	0,02	61,54	200

Berdasarkan iterasi 3, karena masih terdapat nilai negatif pada baris Z_{11} , maka iterasi dilanjutkan. Nilai negatif terbesar dari baris Z_{11} terletak pada kolom X_5 dan indeks positif terkecil terletak pada baris X_2 dengan angka kunci 0,56. Sehingga, X_5 menjadi variabel basis dan X_1 menjadi variabel non basis.

Iterasi 4

Variabel Dasar	Z_{11}	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	S_1	S_2	S_3	Nilai Kanan	Indeks
Z_{11}	1	0	1.590,91	-454,55	0	0	14.545,45	2.818,18	136,36	5.127.272,73	
X_1	0	1	-0,23	0,64	0	0	1,64	0,45	-0,09	1,82	2,86
X_5	0	0	1,77	-0,36	0	1	-2,86	0,45	0,11	81,82	-225
X_4	0	0	-0,55	0,73	1	0	1,73	-0,91	-0,02	36,36	50

Berdasarkan iterasi 4, karena masih terdapat nilai negatif pada baris Z_{11} , maka iterasi dilanjutkan. Nilai negatif terbesar dari baris Z_{11} terletak pada kolom X_3 dan indeks positif terkecil terletak pada baris X_1 dengan angka kunci 0,64. Sehingga, X_5 menjadi variabel basis dan X_2 menjadi variabel non basis.

Iterasi 5

Variabel Dasar	Z_{11}	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	S_1	S_2	S_3	Nilai Kanan	Indeks
Z_{11}	1	714,29	1.428,57	0	0	0	15.714,29	3.142,86	71,43	5.128.571,43	
X_3	0	1,57	-0,36	1	0	0	2,57	0,71	-0,14	2,86	
X_5	0	0,57	1,64	0	0	1	-1,93	0,71	0,06	82,86	
X_4	0	-1,14	-0,29	0	1	0	-0,14	-1,43	0,09	34,29	

Berdasarkan iterasi 5, karena tidak terdapat nilai negatif pada baris Z_{11} , maka iterasi dihentikan. Diperoleh solusi optimal $Z_{11} = 5.128.571,43$ dan $Z_{21} = 240$ dengan $X_3 = 2,86$, $X_4 = 34,29$ dan $X_5 = 82,86$. Artinya, keuntungan maksimal yang diperoleh sebesar Rp 5.128.571,43 dengan jumlah produksi optimal selama satu minggu adalah 120 potong batik dan waktu yang dibutuhkan selama 240 jam. Solusi optimal tersebut diperoleh dengan memproduksi batik motif angsa duo sebanyak 2,86 potong, motif gentala sebanyak 34,29 potong dan motif batanghari sebanyak 82,86 potong, dimana persediaan bahan baku kain (S_1), lilin (S_2) dan pewarna (S_3) habis terpakai.

- Bentuk standar sistem pertidaksamaan (4.8.4)

Maksimumkan:

$$Z_{12} - 43.000X_1 - 44.300X_2 - 41.200X_3 - 40.300X_4 - 43.800X_5 - 0S_1 - 0S_2 - 0S_3 = 0$$

Minimumkan:

$$Z_{22} - 2,5X_1 - 2,5X_2 - 2X_3 - 2X_4 - 2X_5 = 0$$

Kendala:

$$\begin{aligned} 2X_1 + 2X_2 + 2X_3 + 2X_4 + 2X_5 + S_1 &= 300 \\ 3X_1 + 3,3X_2 + 2,2X_3 + 1,8X_4 + 2,8X_5 + S_2 &= 340 \\ 40X_1 + 55X_2 + 40X_3 + 45X_4 + 50X_5 + S_3 &= 6.200 \\ X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, S_1, S_2, S_3 &\geq 0 \end{aligned} \quad (4.9.2)$$

Setelah diubah ke dalam bentuk standar, maka dilanjutkan dengan mengoptimasi model (4.9.2). Tahapan pertama dalam metode simpleks yaitu menginput koefisien dan konstanta pada model ke dalam tabel simpleks sesuai dengan kolom dan baris. Kemudian, dilanjutkan dengan iterasi pada model hingga diperoleh solusi optimal.

Iterasi 0

Variabel Dasar	Z_{12}	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	S_1	S_2	S_3	Nilai Kanan	Indeks
Z_{12}	1	-43.000	-44.300	-41.200	-40.300	-43.800	0	0	0	0	
S_1	0	2	2	2	2	2	1	0	0	300	150
S_2	0	3	3,3	2,2	1,8	2,8	0	1	0	340	103,03
S_3	0	40	55	40	45	50	0	0	1	6.200	112,73

Berdasarkan iterasi 0, nilai negatif terbesar dari baris Z_{12} terletak pada kolom X_2 , sehingga X_2 menjadi variabel basis dan merupakan kolom kunci. Nilai indeks dihitung dari perbandingan antara nilai kanan dengan kolom kunci dan diperoleh indeks positif terkecil bernilai 103,03 yang terletak pada baris S_2 . Sehingga, S_2 menjadi variabel non basis dan merupakan baris kunci dengan angka kunci 3,3.

Iterasi 1

Variabel Dasar	Z_{12}	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	S_1	S_2	S_3	Nilai Kanan	Indeks
Z_{12}	1	-2.727,27	0	-11.666,67	-16.136,36	-6.212,12	0	13.424,24	0	4.564.242,42	
S_1	0	0,18	0	0,67	0,91	0,3	1	-0,61	0	93,94	103,33
X_2	0	0,91	1	0,67	0,55	0,85	0	0,3	0	103,03	188,89
S_3	0	-10	0	3,33	15	3,33	0	-16,67	1	533,33	35,56

Berdasarkan iterasi 1, karena masih terdapat nilai negatif pada baris Z_{12} , maka iterasi dilanjutkan. Nilai negatif terbesar dari baris Z_{12} terletak pada kolom X_4 dan indeks positif terkecil terletak pada baris S_3 dengan angka kunci 15. Sehingga, X_4 menjadi variabel basis dan S_3 menjadi variabel non basis.

Iterasi 2

Variabel Dasar	Z_{12}	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	S_1	S_2	S_3	Nilai Kanan	Indeks
Z_{12}	1	-13.484,85	0	-8.080,81	0	-2.626,26	0	-4.505,05	1.075,76	5.137.979,80	
S_1	0	0,79	0	0,46	0	0,1	1	0,4	-0,06	61,62	78,21
X_2	0	1,27	1	0,55	0	0,73	0	0,91	-0,04	83,64	65,71
X_4	0	-0,67	0	0,22	1	0,22	0	-1,11	0,07	35,56	-53,33

Berdasarkan iterasi 2, karena masih terdapat nilai negatif pada baris Z_{12} , maka iterasi dilanjutkan. Nilai negatif terbesar dari baris Z_{12} terletak pada kolom X_1 dan indeks positif terkecil terletak pada baris X_2 dengan angka kunci 1,27. Sehingga, X_1 menjadi variabel basis dan X_2 menjadi variabel non basis.

Iterasi 3

Variabel Dasar	Z_{12}	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	S_1	S_2	S_3	Nilai Kanan	Indeks
Z_{12}	1	0	10.595,24	-2.301,59	0	5.079,37	0	5.126,98	690,48	6.024.126,98	
S_1	0	0	-0,62	0,13	0	-0,35	1	-0,16	-0,04	9,84	77,5
X_1	0	1	0,79	0,43	0	0,57	0	0,71	-0,03	65,71	153,33
X_4	0	0	0,52	0,51	1	0,6	0	-0,63	0,05	79,37	156,25

Berdasarkan iterasi 3, karena masih terdapat nilai negatif pada baris Z_{12} , maka iterasi dilanjutkan. Nilai negatif terbesar dari baris Z_{12} terletak pada kolom X_3 dan indeks positif terkecil terletak pada baris S_1 dengan angka kunci 0,13. Sehingga, X_3 menjadi variabel basis dan S_1 menjadi variabel non basis.

Iterasi 4

Variabel Dasar	Z_{12}	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	S_1	S_2	S_3	Nilai Kanan	Indeks
Z_{12}	1	0	-625	0	0	-1.250	18.125	2.250	0	6.202.500	
X_3	0	0	-4,88	1	0	-2,75	7,88	-1,25	-0,3	77,5	-28,18
X_1	0	1	2,88	0	0	1,75	-3,38	1,25	0,1	32,5	18,57
X_4	0	0	3	0	1	2	-4	0	0,2	40	20

Berdasarkan iterasi 4, karena masih terdapat nilai negatif pada baris Z_{12} , maka iterasi dilanjutkan. Nilai negatif terbesar dari baris Z_{12} terletak pada kolom X_5 dan indeks positif terkecil terletak pada baris X_1 dengan angka kunci 1,75. Sehingga, X_5 menjadi variabel basis dan X_1 menjadi variabel non basis.

Iterasi 5

Variabel Dasar	Z_{12}	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	S_1	S_2	S_3	Nilai Kanan	Indeks
Z_{12}	1	714,29	1.428,57	0	0	0	15.714,29	3.142,86	71,43	6.225.714,29	
X_3	0	1,57	-0,36	1	0	0	2,57	0,71	-0,14	128,57	
X_5	0	0,57	1,64	0	0	1	-1,93	0,71	0,06	18,57	
X_4	0	-1,14	-0,29	0	1	0	-0,14	-1,43	0,09	2,86	

Berdasarkan iterasi 5, karena tidak terdapat nilai negatif pada baris Z_{12} , maka iterasi dihentikan. Diperoleh solusi optimal $Z_{12} = 6.225.714,29$ dan $Z_{22} = 300$ dengan $X_3 = 128,57$, $X_4 = 2,86$ dan $X_5 = 18,57$. Artinya, keuntungan maksimal yang diperoleh sebesar Rp 6.225.714,29 dengan jumlah produksi optimal selama satu minggu adalah 150 potong batik dan waktu yang dibutuhkan selama 300 jam. Solusi optimal tersebut diperoleh dengan memproduksi batik motif angso duo sebanyak 128,57 potong, motif gentala

sebanyak 2,86 potong dan motif batanghari sebanyak 18,57 potong, dimana persediaan bahan baku kain (S_1), lilin (S_2) dan pewarna (S_3) habis terpakai.

4.10 Solusi Optimal Model FMOLP

Berdasarkan uraian pada subbab 4.9, diperoleh solusi optimal dari model (4.9.1) dan (4.9.2) sebagaimana yang ditampilkan pada Tabel 9.

Tabel 9. Solusi Optimal Model FMOLP

$t = 0$	$t = 1$
$X_1 = 0$	$X_1 = 0$
$X_2 = 0$	$X_2 = 0$
$X_3 = 2,86$	$X_3 = 128,57$
$X_4 = 34,29$	$X_4 = 2,86$
$X_5 = 82,86$	$X_5 = 18,57$
$Z_{11} = 5.128.571,43$	$Z_{12} = 6.225.714,29$
$Z_{21} = 240$	$Z_{22} = 300$

4.11 Pembentukan Model Baru

Berdasarkan Tabel 9, ketika $t = 1$ tidak memenuhi solusi optimum yang dapat diterima berdasarkan kendala *fuzzy*. Sehingga, dibentuklah model baru dengan tujuan memaksimalkan λ dan menambahkan kedua fungsi tujuan menjadi fungsi kendala, maka diperoleh model *linear programming* baru sebagai berikut

Maksimumkan: λ

Kendala:

$$\begin{aligned}
 43.000 X_1 + 44.300X_2 + 41.200X_3 + 40.300X_4 \\
 + 43.800X_5 - 1.097.142,86\lambda &\geq 5.128.571,43 \\
 2,5X_1 + 2,5X_2 + 2X_3 + 2X_4 + 2X_5 + 60\lambda &\leq 300 \\
 2X_1 + 2X_2 + 2X_3 + 2X_4 + 2X_5 + 60\lambda &\leq 300 \\
 3X_1 + 3,3X_2 + 2,2X_3 + 1,8X_4 + 2,8X_5 + 40\lambda &\leq 340 \\
 40X_1 + 55X_2 + 40X_3 + 45X_4 + 50X_5 + 400\lambda &\leq 6.200 \\
 \lambda, X_1, X_2, X_3, X_4, X_5 &\geq 0
 \end{aligned} \tag{4.11.1}$$

Model (4.12.1) diperoleh dari fungsi keanggotaan dimana $0 \leq \lambda \leq 1$ dan akan diselesaikan dengan metode 2 fase. Hal ini dikarenakan pada kendala terdapat pertidaksamaan lebih besar sama dengan (\geq) dan terlebih dahulu di ubah ke dalam bentuk standar.

Maksimumkan: λ

Kendala:

$$\begin{aligned}
 43.000 X_1 + 44.300X_2 + 41.200X_3 + 40.300X_4 \\
 + 43.800X_5 - 1.097.142,86\lambda - S_1 + R_1 &= 5.128.571,423 \\
 2,5X_1 + 2,5X_2 + 2X_3 + 2X_4 + 2X_5 + 60\lambda + S_2 &= 300
 \end{aligned} \tag{4.11.2}$$

$$\begin{aligned}
2X_1 + 2X_2 + 2X_3 + 2X_4 + 2X_5 + 60\lambda + S_3 &= 300 \\
3X_1 + 3,3X_2 + 2,2X_3 + 1,8X_4 + 2,8X_5 + 40\lambda + S_4 &= 340 \\
40X_1 + 55X_2 + 40X_3 + 45X_4 + 50X_5 + 400\lambda + S_5 &= 6.200 \\
\lambda, X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, R_1, S_2, S_3, S_4, S_5 &\geq 0
\end{aligned}$$

4.12 Penyelesaian dengan Metode Dua Fase

Fase 1

Minimumkan: $r = R_1$

Kendala:

$$\begin{aligned}
43.000 X_1 + 44.300X_2 + 41.200X_3 + 40.300X_4 &= 5.128.571,43 \\
+43.800X_5 - 1.097.142,86\lambda - S_1 + R_1 & \\
2,5X_1 + 2,5X_2 + 2X_3 + 2X_4 + 2X_5 + 60\lambda + S_2 &= 300 \\
2X_1 + 2X_2 + 2X_3 + 2X_4 + 2X_5 + 60\lambda + S_3 &= 300 \\
3X_1 + 3,3X_2 + 2,2X_3 + 1,8X_4 + 2,8X_5 + 40\lambda + S_4 &= 340 \\
40X_1 + 55X_2 + 40X_3 + 45X_4 + 50X_5 + 400\lambda + S_5 &= 6.200 \\
\lambda, X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, R_1, S_2, S_3, S_4, S_5 &\geq 0
\end{aligned} \tag{4.12.1}$$

diperoleh variabel dasar: R_1, S_2, S_3, S_4, S_5 . Karena R_1 muncul di persamaan r , maka harus disubstitusikan dengan kendala pertama dari sistem persamaan (4.12.1).

$$R_1 = 43.000 X_1 + 44.300X_2 + 41.200X_3 + 40.300X_4 + 43.800X_5 - 1.097.142,86 - S_1$$

Setelah persamaan R_1 disubstitusi ke persamaan r , maka *linear programming* yang harus diselesaikan adalah

Minimumkan:

$$r = 43.000 X_1 + 44.300X_2 + 41.200X_3 + 40.300X_4 + 43.800X_5 - 1.097.142,86\lambda - S_1$$

Kendala:

$$\begin{aligned}
43.000 X_1 + 44.300X_2 + 41.200X_3 + 40.300X_4 &= 5.128.571,43 \\
+43.800X_5 - 1.097.142,86\lambda - S_1 + R_1 & \\
2,5X_1 + 2,5X_2 + 2X_3 + 2X_4 + 2X_5 + 60\lambda + S_2 &= 300 \\
2X_1 + 2X_2 + 2X_3 + 2X_4 + 2X_5 + 60\lambda + S_3 &= 300 \\
3X_1 + 3,3X_2 + 2,2X_3 + 1,8X_4 + 2,8X_5 + 40\lambda + S_4 &= 340 \\
40X_1 + 55X_2 + 40X_3 + 45X_4 + 50X_5 + 400\lambda + S_5 &= 6.200 \\
\lambda, X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, R_1, S_2, S_3, S_4, S_5 &\geq 0
\end{aligned} \tag{4.12.2}$$

Model (4.12.2) dapat diselesaikan dengan metode simpleks sebagai berikut.

Iterasi 0

Variabel Dasar	r	X ₁	X ₂	X ₃	X ₄	X ₅	λ	S ₁	S ₂	S ₃	S ₄	S ₅	R ₁	Nilai Kanan	Indeks
r	1	43.000	44.300	41.200	40.300	43.800	-1.097.142,86	-1	0	0	0	0	0	5.128.571,43	
R ₁	0	43.000	44.300	41.200	40.300	43.800	-1.097.142,86	-1	0	0	0	0	1	5.128.571,43	115,77
S ₂	0	2,5	2,5	2	2	2	60	0	1	0	0	0	0	300	120
S ₃	0	2	2	2	2	2	60	0	0	1	0	0	0	300	150
S ₄	0	3	3,3	2,2	1,8	2,8	40	0	0	0	1	0	0	340	103,03
S ₅	0	40	55	40	45	50	400	0	0	0	0	1	0	6.200	112,73

Berdasarkan iterasi 0, nilai positif terbesar dari baris r terletak pada kolom X₂, sehingga X₂ menjadi variabel basis dan merupakan kolom kunci. Nilai indeks dihitung dari perbandingan antara nilai kanan dengan kolom kunci dan diperoleh indeks positif terkecil bernilai 103,03 yang terletak pada baris S₄. Sehingga, S₄ menjadi variabel non basis dan merupakan baris kunci dengan angka kunci 3,3.

Iterasi 1

Variabel Dasar	r	X ₁	X ₂	X ₃	X ₄	X ₅	λ	S ₁	S ₂	S ₃	S ₄	S ₅	R ₁	Nilai Kanan	Indeks
r	1	2.727,27	0	11.666,67	16.136,36	6.212,12	-1.634.112,55	-1	0	0	-13.424,24	0	0	564.329	
R ₁	0	2.727,27	0	11.666,67	16.136,36	6.212,12	-1.634.112,55	-1	0	0	-13.424,24	0	1	564.329	34,97
S ₂	0	0,23	0	0,33	0,64	-0,12	29,7	0	1	0	-0,76	0	0	42,42	66,67
S ₃	0	0,18	0	0,67	0,91	0,3	35,76	0	0	1	-0,61	0	0	93,94	103,33
X ₂	0	0,91	1	0,67	0,55	0,85	12,12	0	0	0	0,3	0	0	103,03	188,89
S ₅	0	-10	0	3,33	15	3,33	-266,67	0	0	0	-16,67	1	0	533,33	35,56

Berdasarkan iterasi 1, karena masih terdapat nilai positif pada baris r, maka iterasi dilanjutkan. Nilai positif terbesar dari baris r terletak pada kolom X₄ dan indeks positif terkecil terletak pada baris R₁ dengan angka kunci 16.136,36. Sehingga, X₄ menjadi variabel basis dan R₁ menjadi variabel non basis.

Iterasi 2

Variabel Dasar	r	X ₁	X ₂	X ₃	X ₄	X ₅	λ	S ₁	S ₂	S ₃	S ₄	S ₅	R ₁	Nilai Kanan	Indeks
r	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	
X ₄	0	0,17	0	0,72	1	0,38	-101,27	-6,20E-05	0	0	-0,83	0	6,20E-05	34,97	
S ₂	0	0,12	0	-0,13	0	-0,37	94,14	3,94E-05	1	0	-0,23	0	-3,94E-05	20,17	
S ₃	0	0,03	0	0,01	0	-0,05	127,82	5,63E-05	0	1	0,15	0	-5,63E-05	62,15	
X ₂	0	0,82	1	0,27	0	0,64	67,36	3,38E-05	0	0	0,76	0	-3,38E-05	83,95	
S ₅	0	-12,54	0	-7,51	0	-2,44	1252,37	9,30E-04	0	0	-4,19	1	-9,30E-04	8,75	

Berdasarkan iterasi 2, karena tidak terdapat nilai positif pada baris r , maka iterasi dihentikan. Diperoleh solusi optimal pada fase 1 yaitu $X_2 = 83,95$ dan $X_4 = 34,97$ dengan $r = 0$. Sehingga, permasalahan ini memiliki solusi yang layak dan dilanjutkan ke fase 2 tanpa mengikutsertakan variabel artifisialnya.

Fase 2

Maksimumkan: $Z_{13} - \lambda = 0$

Kendala:

$$\begin{aligned}
 0,17 X_1 + 0,72 X_3 + X_4 + 0,38 X_5 - 101,27 \lambda - 6,20 e^{-5} S_1 - 0,83 S_4 &= 34,97 \\
 0,12 X_1 - 0,13 X_3 - 0,37 X_5 + 94,14 \lambda + 3,94 e^{-5} S_1 + S_2 - 0,23 S_4 &= 20,17 \\
 0,03 X_1 + 0,01 X_3 - 0,05 X_5 + 127,82 \lambda + 5,63 e^{-5} S_1 + S_3 + 0,15 S_4 &= 62,15 \\
 0,82 X_1 + X_2 + 0,27 X_3 + 0,64 X_5 + 67,36 \lambda + 3,38 e^{-5} S_1 + 0,76 S_4 &= 83,95 \\
 -12,53 X_1 - 7,51 X_3 - 2,44 X_5 + 1.252,37 \lambda + 9,30 e^{-4} S_1 - 4,19 S_4 + S_5 &= 8,75 \\
 \lambda, X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, S_1, S_2, S_3, S_4, S_5 &\geq 0
 \end{aligned} \tag{4.12.3}$$

Model (4.12.3) diperoleh dari tabel akhir pada fase 1 dan dapat diselesaikan dengan metode simpleks. Tahapan pertama dalam metode simpleks yaitu menginput koefisien dan konstanta pada model ke dalam tabel simpleks sesuai dengan kolom dan baris. Kemudian, dilanjutkan dengan iterasi pada model hingga diperoleh solusi optimal.

Iterasi 0

Variabel Dasar	Z_{13}	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	λ	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	Nilai Kanan	Indeks
Z_{13}	1	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	
X_4	0	0,17	0	0,72	1	0,38	-101,27	-6,20E-05	0	0	-0,83	0	34,97	-0,35
S_2	0	0,12	0	-0,13	0	-0,37	94,14	3,94E-05	1	0	-0,23	0	20,17	0,21
S_3	0	0,03	0	0,01	0	-0,05	127,82	5,63E-05	0	1	0,15	0	62,15	0,49
X_2	0	0,82	1	0,27	0	0,64	67,36	3,38E-05	0	0	0,76	0	83,95	1,25
S_5	0	-12,54	0	-7,51	0	-2,44	1252,37	9,30E-04	0	0	-4,19	1	8,75	0,01

Berdasarkan iterasi 0, nilai negatif terbesar dari baris Z_{13} terletak pada kolom λ , sehingga λ menjadi variabel basis dan merupakan kolom kunci. Nilai indeks dihitung dari perbandingan antara nilai kanan dengan kolom kunci dan diperoleh indeks positif terkecil bernilai 0,01 yang terletak pada baris S_5 . Sehingga, S_5 menjadi variabel non basis dan merupakan baris kunci dengan angka kunci 1.252,37.

Iterasi 1

Variabel Dasar	Z_{13}	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	λ	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	Nilai Kanan	Indeks
Z_{13}	1	-0,01	0	-6,00E-03	0	-1,95E-03	0	7,42E-07	0	0	-3,34E-03	7,98E-04	0,01	
X_4	0	-0,84	0	0,12	1	0,19	0	1,32E-05	0	0	-1,17	0,08	35,68	-42,24
S_2	0	1,06	0	0,44	0	-0,18	0	-3,04E-05	1	0	0,09	-0,08	19,51	18,37
S_3	0	1,31	0	0,78	0	0,2	0	-3,85E-05	0	1	0,58	-0,1	61,25	46,85
X_2	0	1,49	1	0,68	0	0,77	0	-1,62E-05	0	0	0,98	-0,05	83,48	55,99
λ	0	-0,01	0	-6,00E-03	0	-1,95E-03	1	7,42E-07	0	0	-3,34E-03	7,98E-04	0,01	-0,7

Berdasarkan iterasi 1, karena masih terdapat nilai negatif pada baris Z_{13} , maka iterasi dilanjutkan. Nilai negatif terbesar dari baris Z_{13} terletak pada kolom X_1 dan indeks positif terkecil terletak pada baris S_2 dengan angka kunci 1,06. Sehingga, X_1 menjadi variabel basis dan S_2 menjadi variabel non basis.

Iterasi 2

Variabel Dasar	Z_{13}	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	λ	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	Nilai Kanan	Indeks
Z_{13}	1	0	0	-1,87E-03	0	-3,67E-03	0	4,55E-07	9,42E-03	0	-2,53E-03	9,00E-05	0,19	
X_4	0	0	0	0,46	1	0,04	0	-1,10E-05	0,8	0	-1,1	0,02	51,2	1.210,95
X_1	0	1	0	0,41	0	-0,17	0	-2,87E-05	0,94	0	0,08	-0,07	18,37	-106,81
S_3	0	0	0	0,24	0	0,43	0	-1,06E-06	-1,23	1	0,47	-0,01	37,23	87,16
X_2	0	0	1	0,06	0	1,03	0	2,65E-05	-1,4	0	0,86	0,05	56,09	54,65
λ	0	0	0	-1,87E-03	0	-3,67E-03	1	4,55E-07	9,42E-03	0	0	9,00E-05	0,19	-51,99

Berdasarkan iterasi 2, karena masih terdapat nilai negatif pada baris Z_{13} , maka iterasi dilanjutkan. Nilai negatif terbesar dari baris Z_{13} terletak pada kolom X_5 dan indeks positif terkecil terletak pada baris X_2 dengan angka kunci 1,03. Sehingga, X_5 menjadi variabel basis dan X_2 menjadi variabel non basis.

Iterasi 3

Variabel Dasar	Z_{13}	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	λ	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	Nilai Kanan	Indeks
Z_{13}	1	0	3,58E-03	-1,65E-03	0	0	0	5,50E-07	4,40E-03	0	5,50E-04	2,75E-04	0,39	
X_4	0	0	-0,04	0,46	1	0	0	-1,21E-05	0,85	0	-1,14	0,02	48,89	105,97
X_1	0	1	0,17	0,42	0	0	0	-2,42E-05	0,71	0	0,23	-0,06	27,77	65,71
S_3	0	0	-0,42	0,21	0	0	0	-1,21E-05	-0,65	1	0,11	-0,03	13,89	65,71
X_5	0	0	0,97	0,06	0	1	0	2,59E-05	-1,37	0	0,84	0,05	54,65	912,28
λ	0	0	3,58E-03	-1,65E-03	0	0	1	5,50E-07	4,40E-03	0	5,50E-04	2,75E-04	0,39	-237,14

Berdasarkan iterasi 3, karena masih terdapat nilai negatif pada baris Z_{13} , maka iterasi dilanjutkan. Nilai negatif terbesar dari baris Z_{13} terletak pada kolom X_3 dan indeks positif terkecil terletak pada baris X_1 dengan angka kunci 0,42. Sehingga, X_3 menjadi variabel basis dan X_1 menjadi variabel non basis.

Iterasi 4

Variabel Dasar	Z_{13}	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	λ	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	Nilai Kanan	Indeks
Z_{13}	1	3,91E-03	4,23E-03	0	0	0	0	4,56E-07	7,16E-03	0	1,43E-03	3,26E-05	0,5	
X_4	0	-1,09	-0,22	0	1	0	0	1,43E-05	0,08	0	-1,38	0,09	18,57	
X_3	0	2,37	0,4	1	0	0	0	-5,73E-05	1,67	0	0,53	-0,15	65,71	
S_3	0	-0,5	-0,5	0	0	0	0	0,00E+00	-1	1	0	0	0	
X_5	0	-0,14	0,95	0	0	1	0	2,93E-05	-1,47	0	0,81	0,06	50,71	
λ	0	3,91E-03	4,23E-03	0	0	0	1	4,56E-07	7,16E-03	0	1,43E-03	3,26E-05	0,5	

Berdasarkan iterasi 4, karena tidak terdapat nilai negatif pada baris Z_{13} , maka iterasi dihentikan. Diperoleh solusi optimal $\lambda = 0,5$, $X_3 = 65,71$, $X_4 = 18,57$, $X_5 = 50,71$ dan $S_4 = 0$. Kemudian, nilai variabel X_3 , X_4 dan X_5 disubstitusi ke dalam fungsi tujuan awal $Z_{13} = 43.000X_1 + 44.300X_2 + 41.200X_3 + 40.300X_4 + 43.800X_5$ dan $Z_{23} = 2,5X_1 + 2,5X_2 + 2X_3 + 5X_4 + 2X_5$. Sehingga, diperoleh nilai $Z_{13} = 5.677.142,86$ dan $Z_{23} = 270$. Artinya, keuntungan maksimal yang diperoleh sebesar Rp 5.677.142,86 dengan jumlah produksi optimal selama satu minggu adalah 135 potong batik dan waktu yang dibutuhkan selama 270 jam. Solusi optimal tersebut diperoleh dengan memproduksi batik motif angso duo sebanyak 65,71 potong, motif gentala sebanyak 18,57 potong dan motif batanghari sebanyak 50,71 potong.

4.13 Solusi Optimum untuk FMOLP

Berdasarkan uraian pada subbab 4.9 dan 4.12 diperoleh solusi optimal untuk masing-masing model. Jika $t = 0$ maka tidak ada penambahan toleransi, sedangkan jika $t = 1$ maka terjadi penambahan toleransi. λ adalah nilai ketidakpastian/derajat ketidakpastian yang diperoleh dari hasil perhitungan.

Tabel 10. Solusi Optimum

Solusi	$t = 0$	$t = 1$	$t = 0,5$
X_1	0	0	0
X_2	0	0	0
X_3	2,86	128,57	65,71
X_4	34,29	2,86	18,57
X_5	82,86	18,57	50,71
Z_1	5.128.571,43	6.225.714,29	5.677.142,86
Z_2	240	300	270
λ	1	0	0,5

Solusi optimum yang disajikan pada Tabel 10 menunjukkan bahwa untuk memenuhi solusi optimum yang dapat diterima berdasarkan kendala-kendala yang bersifat *fuzzy* yaitu ketika nilai $\lambda = 0,5$ dan $t = 0,5$ dengan $X_1 = 0$, $X_2 = 0$, $X_3 = 65,71$, $X_4 = 18,57$ dan $X_5 = 50,71$.

Berdasarkan nilai yang diperoleh ketika $\lambda = 0,5$, maka banyaknya kapasitas persediaan pada kendala yang dibutuhkan adalah:

Kendala 1:

$$2X_1 + 2X_2 + 2X_3 + 2X_4 + 2X_5 = 2 \times 0 + 2 \times 0 + 2 \times 65,71 + 2 \times 18,57 + 2 \times 50,71 = 270$$

Kendala 2:

$$3X_1 + 3,3X_2 + 2,2X_3 + 1,8X_4 + 2,8X_5 = 3 \times 0 + 3,3 \times 0 + 2,2 \times 65,71 + 1,8 \times 18,57 + 2,8 \times 50,71 = 320$$

Kendala 3:

$$40X_1 + 55X_2 + 40X_3 + 45X_4 + 50X_5 = 40 \times 0 + 55 \times 0 + 40 \times 65,71 + 45 \times 18,57 + 50 \times 50,71 = 6.000$$

Kapasitas persediaan baku yang dibutuhkan selama proses produksi batik untuk 5 motif batik yaitu sebanyak 270 meter kain, 320 ons lilin dan 6.000 gram pewarna.

Fungsi keanggotaan pada kendala digunakan untuk menentukan nilai μ pada masing-masing kendala. Nilai μ (derajat keanggotaan) diinterpretasikan sebagai besarnya penambahan toleransi pada kapasitas persediaan bahan baku yang benar-benar dibutuhkan untuk memperoleh solusi optimal.

Kendala 1:

$$\mu_1[B_1x] = (270 - 240)/60 = 0,5$$

Kendala 2:

$$\mu_2[B_2x] = (320 - 300)/40 = 0,5$$

Kendala 3:

$$\mu_3[B_3x] = (6.000 - 5.800)/400 = 0,5$$

Nilai $\mu = 0,5$ mengandung pengertian bahwa pada kenyataannya penambahan bahan baku yang dibutuhkan sebesar 0,5 kali toleransi.

- 1) Pada kendala 1, penambahan bahan baku kain diizinkan hingga 300 meter tetapi pada kenyataan penambahan bahan baku yang dibutuhkan maksimal hanya sebesar $0,5 \times 60 = 30$ meter.
- 2) Pada kendala 2, penambahan bahan baku lilin diizinkan hingga 340 ons tetapi pada kenyataannya penambahan yang dibutuhkan maksimal hanya sebesar $0,5 \times 40 = 20$ ons.
- 3) Pada kendala 3, penambahan bahan baku pewarna yang diizinkan hingga 6.000 gram tetapi pada kenyataannya penambahan bahan baku pewarna yang dibutuhkan maksimal hanya sebesar $0,5 \times 400 = 200$ gram.

Berdasarkan uraian di atas, dapat dibentuk model *fuzzy multi objective linear programming* dengan penambahan $t = 0,5$ dari nilai derajat keanggotaannya, sebagai berikut:

Maksimumkan:

$$Z_{14} = 43.000X_1 + 44.300X_2 + 41.200X_3 + 40.300X_4 + 43.800X_5$$

Minimumkan:

$$Z_{24} = 2,5X_1 + 2,5X_2 + 2X_3 + 2X_4 + 2X_5 \quad (4.13.1)$$

Kendala:

$$\begin{aligned} 2X_1 + 2X_2 + 2X_3 + 2X_4 + 2X_5 &\leq 270 \\ 3X_1 + 3,3X_2 + 2,2X_3 + 1,8X_4 + 2,8X_5 &\leq 320 \\ 40X_1 + 55X_2 + 40X_3 + 45X_4 + 50X_5 &\leq 6.000 \\ X_1, X_2, X_3, X_4, X_5 &\geq 0 \end{aligned}$$

Model (4.13.1) dapat diselesaikan dengan metode simpleks dengan mengubah model ke dalam bentuk standar.

Maksimumkan:

$$Z_{14} - 43.000X_1 - 44.300X_2 - 41.200X_3 - 40.300X_4 - 43.800X_5 - 0S_1 - 0S_2 - 0S_3 = 0$$

Minimumkan:

$$Z_{24} - 2,5X_1 - 2,5X_2 - 2X_3 - 2X_4 - 2X_5 = 0$$

Kendala:

$$\begin{aligned} 2X_1 + 2X_2 + 2X_3 + 2X_4 + 2X_5 + S_1 &= 270 \\ 3X_1 + 3,3X_2 + 2,2X_3 + 1,8X_4 + 2,8X_5 + S_2 &= 320 \\ 40X_1 + 55X_2 + 40X_3 + 45X_4 + 50X_5 + S_3 &= 6.000 \\ X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, S_1, S_2, S_3 &\geq 0 \end{aligned} \quad (4.13.2)$$

Setelah model diubah ke dalam bentuk standar, dilanjutkan dengan iterasi model hingga diperoleh solusi optimal.

Iterasi 0

Variabel Dasar	Z_{14}	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	S_1	S_2	S_3	Nilai Kanan	Indeks
Z_{14}	1	-43.000	-44.300	-41.200	-40.300	-43.800	0	0	0	0	
S_1	0	2	2	2	2	2	1	0	0	270	135
S_2	0	3	3,3	2,2	1,8	2,8	0	1	0	320	96,97
S_3	0	40	55	40	45	50	0	0	1	6.000	109,09

Berdasarkan iterasi 0, nilai negatif terbesar dari baris Z_{14} terletak pada kolom X_2 , sehingga X_2 menjadi variabel basis dan merupakan kolom kunci. Nilai indeks dihitung dari perbandingan antara nilai kanan dengan kolom kunci dan diperoleh indeks positif terkecil bernilai 96,97 yang terletak pada baris S_2 . Sehingga, S_2 menjadi variabel non basis dan merupakan baris kunci dengan angka kunci 3,3.

Iterasi 1

Variabel Dasar	Z_{14}	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	S_1	S_2	S_3	Nilai Kanan	Indeks
Z_{14}	1	-2.727,27	0	-11.666,67	-16.136,36	-6.212,12	0	13.424,24	0	4.295.757,58	
S_1	0	0,18	0	0,67	0,91	0,3	1	-0,61	0	76,06	83,67
X_2	0	0,91	1	0,67	0,55	0,85	0	0,3	0	96,97	177,78
S_3	0	-10	0	3,33	15	3,33	0	-16,67	1	666,67	44,44

Berdasarkan iterasi 1, karena masih terdapat nilai negatif pada baris Z_{14} , maka iterasi dilanjutkan. Nilai negatif terbesar dari baris Z_{14} terletak pada kolom X_4 dan indeks positif terkecil terletak pada baris S_3 dengan angka kunci 15. Sehingga, X_4 menjadi variabel basis dan S_3 menjadi variabel non basis.

Iterasi 2

Variabel Dasar	Z_{14}	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	S_1	S_2	S_3	Nilai Kanan	Indeks
Z_{14}	1	-13.484,85	0	-8.080,81	0	-2.626,26	0	-4.505,05	1.075,76	5.012.929,29	
S_1	0	0,79	0	0,46	0	0,1	1	0,4	-0,06	35,66	45,26
X_2	0	1,27	1	0,55	0	0,73	0	0,91	-0,04	72,73	57,14
X_4	0	-0,67	0	0,22	1	0,22	0	-1,11	0,07	44,44	-66,67

Berdasarkan iterasi 2, karena masih terdapat nilai negatif pada baris Z_{14} , maka iterasi dilanjutkan. Nilai negatif terbesar dari baris Z_{14} terletak pada kolom X_1 dan indeks positif terkecil terletak pada baris S_1 dengan angka kunci 0,79. Sehingga, X_1 menjadi variabel basis dan S_1 menjadi variabel non basis.

Iterasi 3

Variabel Dasar	Z_{14}	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	S_1	S_2	S_3	Nilai Kanan	Indeks
Z_{14}	1	0	0	-128,21	0	-897,44	17.115,38	2.410,26	38,46	5.623.205,13	
X_1	0	1	0	0,59	0	0,13	1,27	0,51	-0,08	45,26	353
X_2	0	0	1	-0,21	0	0,56	-1,62	0,26	0,06	15,13	26,82
X_4	0	0	0	0,62	1	0,31	0,85	-0,77	0,02	74,62	242,5

Berdasarkan iterasi 3, karena masih terdapat nilai negatif pada baris Z_{14} , maka iterasi dilanjutkan. Nilai negatif terbesar dari baris Z_{14} terletak pada kolom X_5 dan indeks positif terkecil terletak pada baris X_2 dengan angka kunci 0,56. Sehingga, X_5 menjadi variabel basis dan X_2 menjadi variabel non basis.

Iterasi 4

Variabel Dasar	Z_{14}	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	S_1	S_2	S_3	Nilai Kanan	Indeks
Z_{14}	1	0	1.590,91	-454,55	0	0	14.545,45	2.818,18	136,36	5.647.272,73	
X_1	0	1	-0,23	0,64	0	0	1,64	0,45	-0,09	41,82	65,71
X_5	0	0	1,77	-0,36	0	1	-2,86	0,45	0,11	26,82	-73,75
X_4	0	0	-0,55	0,73	1	0	1,73	-0,91	-0,02	66,36	91,25

Berdasarkan iterasi 4, karena masih terdapat nilai negatif pada baris Z_{14} , maka iterasi dilanjutkan. Nilai negatif terbesar dari baris Z_{14} terletak pada kolom X_3 dan indeks positif terkecil terletak pada baris X_1 dengan angka kunci 0,64. Sehingga, X_3 menjadi variabel basis dan X_1 menjadi variabel non basis.

Iterasi 5

Variabel Dasar	Z_{14}	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	S_1	S_2	S_3	Nilai Kanan	Indeks
Z_{14}	1	714,29	1.428,57	0	0	0	15.714,29	3.142,86	71,43	5.677.142,86	
X_3	0	1,57	-0,36	1	0	0	2,57	0,71	-0,14	65,71	
X_5	0	0,57	1,64	0	0	1	-1,93	0,71	0,06	50,71	
X_4	0	-1,14	-0,29	0	1	0	-0,14	-1,43	0,09	18,57	

Berdasarkan iterasi 5, karena tidak terdapat nilai negatif pada baris Z_{14} , maka iterasi dihentikan. Diperoleh solusi optimal $X_3 = 65,71$, $X_4 = 18,57$ dan $X_5 = 50,71$ dengan $Z_{14} = 5.677.142,86$ dan $Z_{24} = 270$. Artinya, keuntungan maksimal yang diperoleh sebesar Rp 5.677.142,85 dengan jumlah produksi optimal selama satu minggu adalah 135 potong batik dan waktu yang dibutuhkan selama 270 jam. Solusi optimal tersebut diperoleh dengan memproduksi batik motif angso duo sebanyak 65,71 potong, motif gentala sebanyak 18,57 potong dan motif batanghari sebanyak 50,71 potong, dimana persediaan bahan baku kain (S_1), lilin (S_2) dan pewarna (S_3) habis terpakai.

4.14 Penyelesaian dengan Metode Branch and Bound

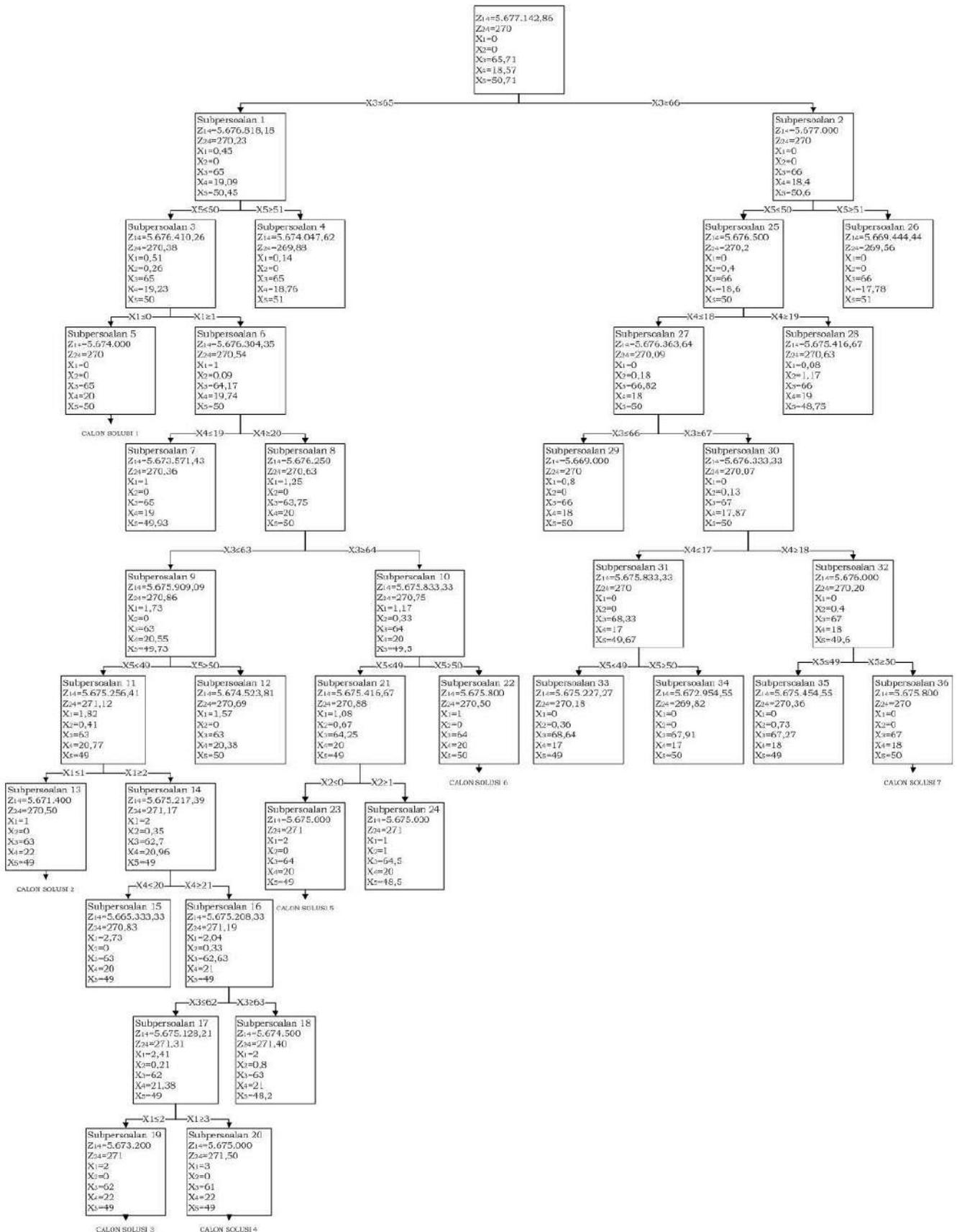
Berdasarkan uraian pada subbab 4.13, solusi optimum yang diperoleh ternyata bernilai desimal. Karena solusi optimum yang diharapkan berupa *integer*, maka dilakukanlah metode *branch and bound*. Bagan metode *branch and bound* sebagaimana yang ditampilkan pada Gambar 10.

Berdasarkan Gambar 10, setelah dilakukan pencabangan diperoleh solusi optimal pada calon solusi 6 dan 7 dengan nilai $Z = 5.675.800$. Karena terdapat 2 fungsi tujuan yang akan dipertimbangkan yaitu keuntungan dan waktu produksi, maka dari hasil pada calon solusi 6 dan 7 diperoleh

Tabel 11. Solusi Integer

Solusi	Calon Solusi 6	Calon Solusi 7
X_1	1	0
X_2	0	0
X_3	64	67
X_4	20	18
X_5	50	50
Z_{14}	5.675.800	5.675.800
Z_{24}	270,5	270

Tabel 11 menunjukkan bahwa pada calon solusi 6 keuntungan maksimal yang diperoleh sebesar Rp 5.675.800 dengan jumlah produksi selama 1 minggu adalah 135 potong dan waktu yang dibutuhkan selama 270,5 jam. Sedangkan, pada calon solusi 7 keuntungan maksimal yang diperoleh sebesar Rp 5.675.800 dengan jumlah produksi selama 1 minggu adalah 135 potong dan waktu yang dibutuhkan selama 270 jam. Sehingga, solusi optimal yang digunakan adalah calon solusi 7. Hal ini dikarenakan waktu produksi yang dibutuhkan untuk calon solusi 7 lebih minimum dibandingkan dengan waktu produksi pada calon solusi 5. Jadi, dapat disimpulkan bahwa solusi optimal diperoleh dengan memproduksi batik motif angso duo sebanyak 67 potong, motif gentala sebanyak 18 potong dan motif batanghari sebanyak 50 potong.



Gambar 10. Bagan Hasil Metode Branch and Bound



V. PENUTUP

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil dari penelitian yang telah dilakukan dengan mempertimbangkan 2 fungsi tujuan yaitu keuntungan dan waktu produksi dimana bahan baku sebagai fungsi kendala, maka dapat disimpulkan bahwa pada model *Fuzzy Multi Objective Linear Programming (FMOLP)* untuk $t = 0$ diperoleh keuntungan maksimal sebesar Rp 5.128.571,43 dengan memproduksi 120 potong batik yaitu 2,86 potong motif angso duo, 34,29 potong motif gentala dan 82,86 potong motif batanghari yang membutuhkan waktu produksi selama 240 jam dimana persediaan bahan baku habis terpakai.

Sedangkan pada model *Fuzzy Multi Objective Linear Programming (FMOLP)* untuk $t = 1$, keuntungan maksimum diperoleh sebesar Rp 6.225.714,29 dengan memproduksi 150 potong batik yaitu 128,57 potong motif angso duo, 2,86 potong motif gentala dan 18,57 potong motif batanghari yang membutuhkan waktu produksi selama 300 jam dimana persediaan bahan baku habis terpakai.

Setelah diperoleh solusi optimal dari model *fuzzy multi objective linear programming* untuk $t = 0$ dan $t = 1$, maka dibentuklah suatu model baru dari fungsi keanggotaan dengan memaksimalkan λ dan menambahkan fungsi tujuan ke dalam fungsi kendala. Nilai ketidakpastian (λ) yang diperoleh sebesar 0,5 dan keuntungan maksimal sebesar Rp 5.677.142,86 dengan memproduksi 135 potong batik yaitu 65,71 potong motif angso duo, 18,57 potong motif gentala dan 50,71 motif batanghari yang membutuhkan waktu produksi selama 270 jam.

Kemudian, dari hasil perhitungan dengan derajat keanggotaan (μ) sebesar 0,5 untuk masing-masing kendala agar memperoleh solusi optimum yang dapat diterima berdasarkan kendala yang bersifat *fuzzy*. Untuk memenuhi solusi optimum tersebut, maka keuntungan maksimal yang diperoleh sebesar Rp 5.677.142,86 dengan memproduksi 135 potong batik yaitu 65,71 potong motif angso duo, 18,57 potong motif gentala dan 50,71 motif batanghari yang membutuhkan waktu produksi selama 270 jam dimana persediaan bahan baku habis terpakai.

Karena solusi optimal yang diperoleh bernilai desimal, maka dilakukan proses pencabangan dengan metode *branch and bound* untuk memperoleh solusi integer. Dari hasil pencabangan diperoleh keuntungan maksimal sebesar Rp 5.675.800 dengan memproduksi 135 potong batik yaitu 67 potong motif

angso duo, 18 potong motif gentala dan 50 potong motif batanghari yang membutuhkan waktu produksi selama 270 jam.

5.2 Saran

Berdasarkan kesimpulan diatas, pada model *fuzzy multi objective linear programming* ketika $t = 1$, solusi optimal yang diperoleh membutuhkan waktu produksi melebihi ketersediaan jam kerja. Sehingga, dari penelitian ini penulis menyarankan untuk tidak menerapkan penambahan toleransi ketika $t = 1$.

DAFTAR PUSTAKA

- Aminudin. 2005. *Prinsip-Prinsip Riset Operasi*. Jakarta: Erlangga.
- Aprilianti, Ika Nur dan Priyo Sidik Sasongko. 2017. "Aplikasi Program Linier Fuzzy untuk Optimasi Keuntungan Produksi (Studi Kasus Produksi Garment di PT. Sai Apparel Industries)". *Jurnal Masyarakat Informatika*. Vol. 8 No. 2.
- Basriati, Sri dan Eva Santi. 2018. "Optimasi Produksi Menggunakan Metode Fuzzy Linear Programming (Studi Kasus: Home Industri Fina Bakery)". *Jurnal Sains Matematika dan Statistik*. Vol. 4 No. 2.
- Dimiyati, Tjuju Tarliah dan Ahmad Dimiyati. 2018. *Operation Research Model – Model Pengambilan Keputusan*. Bandung: Sinar Baru Algesindo Bandung.
- Dinas Komunikasi dan Informatika. *Profil Industri*, diakses pada 05 Januari 2021; <https://jambikota.go.id/new/profil-industri/>; internet.
- Erfianti, Rima dan Muhammad Nizam Muhajir. 2020. "Optimasi Produk Hijab Menggunakan Program Linear Multi Objective Fuzzy". *Jambura Journal Mathematics*. Vol. 2 No. 1.
- Franklin, Joel N. 2002. *Methods of Mathematical Economic Linear and Non linear Programming Fixed-Point Theorems*. Philadelphia: Society for Industrial and Applied Mathematics.
- Kaur, Jagdeep dan Amir Kumar. 2016. *An Introduction to Fuzzy Linear Programming Problems (Theory, Methods and Applications)*. Switzerland: Springer.
- Kusumadewi, Sri dan Hari Purnomo. 2013. *Aplikasi Logika Fuzzy Untuk Pendukung Keputusan*. Yogyakarta: Graha Ilmu.
- Legiani, Ana; M. Yusuf Fajar dan Erwin Harahap. 2016. "Optimasi Produksi Sepatu Menggunakan Program Linier Multi Objective Fuzzy". *Prosiding Matematika*. Vol. 2 No. 2. Universitas Islam Bandung.
- Luenberger, David G dan Yinyu Ye. 2016. *Linear and Nonlinear Programming Fourth Edition*. Switzerland: Springer.
- Mulyono, Sri. 2017. *Riset Operasi Edisi 2*. Jakarta: Mitra Wacana Media.
- Rafflesia, Ulfasari dan Fanani Haryo Widodo. 2014. *Pemrograman Linier*. Bengkulu: Badan Penerbitan Fakultas Pertanian UNIB.
- Setiawan, Agung; Budi Yanto dan Kiki Yasdomi. 2018. *Logika Fuzzy Dengan Matlab*. Bali: Jayapangus Press.
- Suyitno, Hardi. 2018. *Program Linier dengan Penerapannya*. Yogyakarta: Magnum.

- Syahputra, Edi. 2015. *Program Linier*. Medan: Unimet Press.
- Syaifuddin, Dedy Takdir. 2011. *Riset Operasi (Aplikasi Quantitative Analysis For Management)*. Malang: CV Citra Malang.
- Taha, Hamdy A. 2017. *Operations Research An Introduction Tenth Edition*. England: Person Education.
- Ruminta. 2014. *Matriks Persamaan Linier dan Pemrograman Linier*. Bandung: Rekayasa Sains.
- Wijaya, Andi. 2013. *Pengantar Riset Operasi*. Jakarta: Mitra Wacana Media.

LAMPIRAN

Lampiran 1. Rubrik Wawancara

I. Tujuan Wawancara

Untuk memperoleh data matematis yang akan digunakan dalam analisis penelitian kuantitatif dengan judul “Penerapan Fuzzy Multi Objective Linear Programming Dalam Optimasi Keuntungan Batik Di Rumah Batik Mentari”.

II. Metode Wawancara

Metode wawancara yang digunakan adalah wawancara tak terstruktur, dengan ketentuan :

- a. Pertanyaan wawancara yang diajukan disesuaikan dan berkaitan dengan usaha Rumah Batik Mentari
- b. Apabila pelaku usaha mengalami kesulitan dengan pertanyaan tertentu, akan diberikan pertanyaan pertanyaan yang lebih sederhana menghilangkan inti permasalahan.

III. Instrumen Wawancara

Berikut adalah daftar pertanyaan yang digunakan dalam wawancara dengan pelaku usaha Rumah Batik Mentari :

1. Bagaimana pengelolaan penjualan kain batik?
2. Apa saja bahan baku yang digunakan dalam proses produksi?
3. Berapa banyak persediaan bahan baku dalam 1 minggu?
4. Apakah bisa dilakukan penambahan bahan baku?
5. Berapa banyak keuntungan yang diperoleh?
6. Berapa harga jual tiap motif kain batik?
7. Apa saja kendala selama proses produksi?
8. Berapa lama waktu yang diperlukan selama proses produksi?
9. Apa saja tahapan-tahapan dalam proses produksi kain batik?
10. Berapa banyak modal yang dibutuhkan dalam proses produksi?
11. Apakah dilakukan pembukuan selama proses produksi?

Lampiran 2. Analisis Metode Branch and Bound**Persamaan 1.1**

Maksimumkan:

$$Z_{14} = 43.000X_1 + 44.300X_2 + 41.200X_3 + 40.300X_4 + 43.800X_5$$

Persamaan 1.2

Minimumkan:

$$Z_{24} = 2,5X_1 + 2,5X_2 + 2X_3 + 2X_4 + 2X_5$$

Pertidaksamaan 1.3

Kendala:

$$\begin{aligned} 2X_1 + 2X_2 + 2X_3 + 2X_4 + 2X_5 &\leq 270 \\ 3X_1 + 3,3X_2 + 2,2X_3 + 1,8X_4 + 2,8X_5 &\leq 320 \\ 40X_1 + 55X_2 + 40X_3 + 45X_4 + 50X_5 &\leq 6.000 \\ X_1, X_2, X_3, X_4, X_5 &\geq 0 \end{aligned}$$

Iterasi 1

1. Subpersoalan 1

Maksimumkan: **Persamaan 1.1**Minimumkan: **Persamaan 1.2**Kendala: **Pertidaksamaan 1.3** + $X_3 \leq 65$

2. Subpersoalan 2

Maksimumkan: **Persamaan 1.1**Minimumkan: **Persamaan 1.2**Kendala: **Pertidaksamaan 1.3** + $X_3 \geq 66$

Dengan menggunakan metode simpleks, diperoleh solusi optimal dari subpersoalan 1 dan 2.

Solusi	Subpersoalan 1	Subpersoalan 2
X_1	0,45	0
X_2	0	0
X_3	65	66
X_4	19,09	18,4
X_5	50,45	50,6
Z_{14}	5.676.818,18	5.677.000
Z_{24}	270,23	270

Iterasi 2

1. Subpersoalan 3

Maksimumkan: **Persamaan 1.1**Minimumkan: **Persamaan 1.2**Kendala: **Pertidaksamaan 1.3** + $X_5 \leq 50$

2. Subpersoalan 4

Maksimumkan: **Persamaan 1.1**

Minimumkan: **Persamaan 1.2**

Kendala: **Pertidaksamaan 1.3** $+ X_3 \leq 65 + X_5 \geq 51$

Dengan menggunakan metode simpleks, diperoleh solusi optimal dari subpersoalan 3 dan 4.

Solusi	Subpersoalan 3	Subpersoalan 4
X_1	0,51	0,14
X_2	0,26	0
X_3	65	65
X_4	19,23	18,76
X_5	50	51
Z_{14}	5.676.410,26	5.674.047,62
Z_{24}	270,38	269,88

Iterasi 3

1. Subpersoalan 5

Maksimumkan: **Persamaan 1.1**

Minimumkan: **Persamaan 1.2**

Kendala: **Pertidaksamaan 1.3** $+ X_3 \leq 65 + X_5 \leq 50 + X_1 \leq 0$

2. Subpersoalan 6

Maksimumkan: **Persamaan 1.1**

Minimumkan: **Persamaan 1.2**

Kendala: **Pertidaksamaan 1.3** $+ X_3 \leq 65 + X_5 \leq 50 + X_1 \geq 1$

Dengan menggunakan metode simpleks, diperoleh solusi optimal dari subpersoalan 5 dan 6.

Solusi	Subpersoalan 5	Subpersoalan 6
X_1	0	1
X_2	0	0,09
X_3	65	64,17
X_4	20	19,74
X_5	50	50
Z_{14}	5.674.000	5.674.304,35
Z_{24}	270	270,54

Iterasi 4

1. Subpersoalan 7

Maksimumkan: **Persamaan 1.1**

Minimumkan: **Persamaan 1.2**

Kendala: **Pertidaksamaan 1.3** $+ X_3 \leq 65 + X_5 \leq 50 + X_1 \geq 1 + X_4 \leq 19$

2. Subpersoalan 8

Maksimumkan: **Persamaan 1.1**

Minimumkan: **Persamaan 1.2**

Kendala: **Pertidaksamaan 1.3** $+ X_3 \leq 65 + X_5 \leq 50 + X_1 \geq 1 + X_4 \geq 20$

Dengan menggunakan metode simpleks, diperoleh solusi optimal dari subpersoalan 7 dan 8.

Solusi	Subpersoalan 7	Subpersoalan 8
X_1	1	1,25
X_2	0	0
X_3	65	63,75
X_4	19	20
X_5	49,93	50
Z_{14}	5.673.571,43	5.676.250
Z_{24}	270,36	270,63

Iterasi 5

1. Subpersoalan 9

Maksimumkan: **Persamaan 1.1**

Minimumkan: **Persamaan 1.2**

Kendala: **Pertidaksamaan 1.3** $+ X_3 \leq 65 + X_5 \leq 50 + X_1 \geq 1 + X_4 \geq 20$
 $+ X_3 \leq 63$

2. Subpersoalan 10

Maksimumkan: **Persamaan 1.1**

Minimumkan: **Persamaan 1.2**

Kendala: **Pertidaksamaan 1.3** $+ X_3 \leq 65 + X_5 \leq 50 + X_1 \geq 1 + X_4 \geq 20$
 $+ X_3 \geq 64$

Dengan menggunakan metode simpleks, diperoleh solusi optimal dari subpersoalan 9 dan 10.

Solusi	Subpersoalan 9	Subpersoalan 10
X_1	1,73	1,17
X_2	0	0,33
X_3	63	64
X_4	20,55	20
X_5	49,73	49,5
Z_{14}	5.675.909,09	5.675.833,33
Z_{24}	270,86	270,75

Iterasi 5

1. Subpersoalan 11

Maksimumkan: **Persamaan 1.1**

Minimumkan: **Persamaan 1.2**

Kendala: **Pertidaksamaan 1.3** $+ X_3 \leq 65 + X_5 \leq 50 + X_1 \geq 1 + X_4 \geq 20$
 $+ X_3 \leq 63 + X_5 \leq 49$

2. Subpersoalan 12

Maksimumkan: **Persamaan 1.1**

Minimumkan: **Persamaan 1.2**

Kendala: **Pertidaksamaan 1.3** $+ X_3 \leq 65 + X_5 \leq 50 + X_1 \geq 1 + X_4 \geq 20$
 $+ X_3 \leq 63 + X_5 \geq 50$

Dengan menggunakan metode simpleks, diperoleh solusi optimal dari subpersoalan 11 dan 12.

Solusi	Subpersoalan 11	Subpersoalan 12
X_1	1,82	1,57
X_2	0,41	0
X_3	63	63
X_4	20,77	20,38
X_5	49	50
Z_{14}	5.675.256,41	5.674.523,81
Z_{24}	271,12	270,69

Iterasi 6

1. Subpersoalan 13

Maksimumkan: **Persamaan 1.1**

Minimumkan: **Persamaan 1.2**

Kendala: **Pertidaksamaan 1.3** $+ X_3 \leq 65 + X_5 \leq 50 + X_1 \geq 1 + X_4 \geq 20$
 $+ X_3 \geq 64 + X_5 \leq 49 + X_1 \leq 1$

2. Subpersoalan 14

Maksimumkan: **Persamaan 1.1**

Minimumkan: **Persamaan 1.2**

Kendala: **Pertidaksamaan 1.3** $+ X_3 \leq 65 + X_5 \leq 50 + X_1 \geq 1 + X_4 \geq 20$
 $+ X_3 \geq 64 + X_5 \leq 49 + X_1 \geq 2$

Dengan menggunakan metode simpleks, diperoleh solusi optimal dari subpersoalan 13 dan 14.

Solusi	Subpersoalan 13	Subpersoalan 14
X_1	1	2
X_2	0	0,35
X_3	63	62,7
X_4	22	20,96
X_5	49	49
Z_{14}	5.671.400	5.675.217,39
Z_{24}	270,50	271,17

Iterasi 7

1. Subpersoalan 15

Maksimumkan: **Persamaan 1.1**

Minimumkan: **Persamaan 1.2**

Kendala: **Pertidaksamaan 1.3** $+ X_3 \leq 65 + X_5 \leq 50 + X_1 \geq 1 + X_4 \geq 20$
 $+ X_3 \geq 64 + X_5 \leq 49 + X_1 \geq 2 + X_4 \leq 20$

2. Subpersoalan 16

Maksimumkan: **Persamaan 1.1**

Minimumkan: **Persamaan 1.2**

Kendala: **Pertidaksamaan 1.3** $+ X_3 \leq 65 + X_5 \leq 50 + X_1 \geq 1 + X_4 \geq 20$
 $+ X_3 \geq 64 + X_5 \leq 49 + X_1 \geq 2 + X_4 \geq 21$

Dengan menggunakan metode simpleks, diperoleh solusi optimal dari subpersoalan 15 dan 16.

Solusi	Subpersoalan 15	Subpersoalan 16
X_1	2,73	2,04
X_2	0	0,33
X_3	63	62,63
X_4	20	21
X_5	49	49
Z_{14}	5.665.333,33	5.675.208,33
Z_{24}	270,83	271,19

Iterasi 8

1. Subpersoalan 17

Maksimumkan: **Persamaan 1.1**

Minimumkan: **Persamaan 1.2**

Kendala: **Pertidaksamaan 1.3** $+ X_3 \leq 65 + X_5 \leq 50 + X_1 \geq 1 + X_4 \geq 20$
 $+ X_3 \geq 64 + X_5 \leq 49 + X_1 \geq 2 + X_4 \geq 21 + X_3 \leq 62$

2. Subpersoalan 18

Maksimumkan: **Persamaan 1.1**

Minimumkan: **Persamaan 1.2**

Kendala: **Pertidaksamaan 1.3** $+ X_3 \leq 65 + X_5 \leq 50 + X_1 \geq 1 + X_4 \geq 20$
 $+ X_3 \geq 64 + X_5 \leq 49 + X_1 \geq 2 + X_4 \geq 21 + X_3 \geq 63$

Dengan menggunakan metode simpleks, diperoleh solusi optimal dari subpersoalan 17 dan 18.

Solusi	Subpersoalan 17	Subpersoalan 18
X_1	2,41	2
X_2	0,21	0,8
X_3	62	63
X_4	21,38	21
X_5	49	48,2
Z_{14}	5.675.128,21	5.674.500
Z_{24}	271,31	271,40

Iterasi 9

1. Subpersoalan 19

Maksimumkan: **Persamaan 1.1**

Minimumkan: **Persamaan 1.2**

Kendala: **Pertidaksamaan 1.3** $+ X_3 \leq 65 + X_5 \leq 50 + X_1 \geq 1 + X_4 \geq 20$
 $+ X_3 \geq 64 + X_5 \leq 49 + X_1 \geq 2 + X_4 \geq 21 + X_3 \leq 62 + X_1 \leq 2$

2. Subpersoalan 20

Maksimumkan: **Persamaan 1.1**

Minimumkan: **Persamaan 1.2**

Kendala: **Pertidaksamaan 1.3** $+ X_3 \leq 65 + X_5 \leq 50 + X_1 \geq 1 + X_4 \geq 20$
 $+ X_3 \geq 64 + X_5 \leq 49 + X_1 \geq 2 + X_4 \geq 21 + X_3 \leq 62 + X_1 \geq 3$

Dengan menggunakan metode simpleks, diperoleh solusi optimal dari subpersoalan 19 dan 20.

Solusi	Subpersoalan 19	Subpersoalan 20
X_1	2	3
X_2	0	0
X_3	62	61
X_4	22	22
X_5	49	49
Z_{14}	5.673.200	5.675.000
Z_{24}	271	271,5

Iterasi 10

1. Subpersoalan 21

Maksimumkan: **Persamaan 1.1**

Minimumkan: **Persamaan 1.2**

Kendala: **Pertidaksamaan 1.3** $+ X_3 \leq 65 + X_5 \leq 50 + X_1 \geq 1 + X_4 \geq 20$
 $+ X_3 \geq 64 + X_5 \leq 49$

3. Subpersoalan 22

Maksimumkan: **Persamaan 1.1**

Minimumkan: **Persamaan 1.2**

Kendala: **Pertidaksamaan 1.3** $+ X_3 \leq 65 + X_5 \leq 50 + X_1 \geq 1 + X_4 \geq 20$
 $+ X_3 \geq 64 + X_5 \geq 50$

Dengan menggunakan metode simpleks, diperoleh solusi optimal dari subpersoalan 21 dan 22.

Solusi	Subpersoalan 21	Subpersoalan 22
X_1	1,08	1
X_2	0,67	0
X_3	64,25	64
X_4	20	20
X_5	49	50
Z_{14}	5.675.416,67	5.675.800
Z_{24}	270,88	270,50

Iterasi 11

1. Subpersoalan 23

Maksimumkan: **Persamaan 1.1**

Minimumkan: **Persamaan 1.2**

Kendala: **Pertidaksamaan 1.3** $+ X_3 \leq 65 + X_5 \leq 50 + X_1 \geq 1 + X_4 \geq 20$
 $+ X_3 \geq 64 + X_5 \leq 49 + X_2 \leq 0$

2. Subpersoalan 24

Maksimumkan: **Persamaan 1.1**

Minimumkan: **Persamaan 1.2**

Kendala: **Pertidaksamaan 1.3** $+ X_3 \leq 65 + X_5 \leq 50 + X_1 \geq 1 + X_4 \geq 20$
 $+ X_3 \geq 64 + X_5 \leq 49 + X_2 \geq 1$

Dengan menggunakan metode simpleks, diperoleh solusi optimal dari subpersoalan 23 dan 24.

Solusi	Subpersoalan 23	Subpersoalan 24
X_1	2	1
X_2	0	1
X_3	64	64,5
X_4	20	20
X_5	49	48,5
Z_{14}	5.675.000	5.675.000
Z_{24}	271	271

Iterasi 12

1. Subpersoalan 25

Maksimumkan: **Persamaan 1.1**

Minimumkan: **Persamaan 1.2**

Kendala: **Pertidaksamaan 1.3** + $X_3 \geq 66 + X_5 \leq 50$

2. Subpersoalan 26

Maksimumkan: **Persamaan 1.1**

Minimumkan: **Persamaan 1.2**

Kendala: **Pertidaksamaan 1.3** + $X_3 \geq 66 + X_5 \geq 51$

Dengan menggunakan metode simpleks, diperoleh solusi optimal dari subpersoalan 25 dan 26.

Solusi	Subpersoalan 25	Subpersoalan 26
X_1	0	0
X_2	0,4	0
X_3	66	66
X_4	18,6	17,78
X_5	50	51
Z_{14}	5.676.500	5.669.444,44
Z_{24}	270,20	269,56

Iterasi 13

1. Subpersoalan 27

Maksimumkan: **Persamaan 1.1**

Minimumkan: **Persamaan 1.2**

Kendala: **Pertidaksamaan 1.3** + $X_3 \geq 66 + X_5 \leq 50 + X_4 \leq 18$

2. Subpersoalan 28

Maksimumkan: **Persamaan 1.1**

Minimumkan: **Persamaan 1.2**

Kendala: **Pertidaksamaan 1.3** + $X_3 \geq 66 + X_5 \leq 50 + X_4 \geq 19$

Dengan menggunakan metode simpleks, diperoleh solusi optimal dari subpersoalan 27 dan 28.

Solusi	Subpersoalan 27	Subpersoalan 28
X_1	0	0,08
X_2	0,18	1,17
X_3	66,82	66
X_4	18	19
X_5	50	48,75
Z_{14}	5.676.363,64	5.675.416,67
Z_{24}	270,09	270,63

Iterasi 14

1. Subpersoalan 29

Maksimumkan: **Persamaan 1.1**

Minimumkan: **Persamaan 1.2**

Kendala: **Pertidaksamaan 1.3** $+ X_3 \geq 66 + X_5 \leq 50 + X_4 \leq 18 + X_3 \leq 66$

2. Subpersoalan 30

Maksimumkan: **Persamaan 1.1**

Minimumkan: **Persamaan 1.2**

Kendala: **Pertidaksamaan 1.3** $+ X_3 \geq 66 + X_5 \leq 50 + X_4 \leq 18 + X_3 \geq 67$

Dengan menggunakan metode simpleks, diperoleh solusi optimal dari subpersoalan 29 dan 30.

Solusi	Subpersoalan 29	Subpersoalan 30
X_1	0,8	0
X_2	0	0,13
X_3	66	67
X_4	18	17,87
X_5	50	50
Z_{14}	5.669.000	5.676.333,33
Z_{24}	270	270,07

Iterasi 15

1. Subpersoalan 31

Maksimumkan: **Persamaan 1.1**

Minimumkan: **Persamaan 1.2**

Kendala: **Pertidaksamaan 1.3** $+ X_3 \geq 66 + X_5 \leq 50 + X_4 \leq 18 + X_3 \geq 67$
 $+ X_4 \leq 17$

2. Subpersoalan 32

Maksimumkan: **Persamaan 1.1**

Minimumkan: **Persamaan 1.2**

Kendala: **Pertidaksamaan 1.3** $+ X_3 \geq 66 + X_5 \leq 50 + X_4 \leq 18 + X_3 \geq 67$
 $+ X_4 \geq 18$

Dengan menggunakan metode simpleks, diperoleh solusi optimal dari subpersoalan 31 dan 32.

Solusi	Subpersoalan 31	Subpersoalan 32
X_1	0	0
X_2	0	0,4
X_3	68,33	67
X_4	17	18
X_5	49,67	49,6
Z_{14}	5.675.833,33	5.676.000
Z_{24}	270	270,20

Iterasi 16

1. Subpersoalan 33

Maksimumkan: **Persamaan 1.1**

Minimumkan: **Persamaan 1.2**

Kendala: **Pertidaksamaan 1.3** $+ X_3 \geq 66 + X_5 \leq 50 + X_4 \leq 18 + X_3 \geq 67$
 $+ X_4 \leq 17 + X_5 \leq 49$

2. Subpersoalan 34

Maksimumkan: **Persamaan 1.1**

Minimumkan: **Persamaan 1.2**

Kendala: **Pertidaksamaan 1.3** $+ X_3 \geq 66 + X_5 \leq 50 + X_4 \leq 18 + X_3 \geq 67$
 $+ X_4 \leq 17 + X_5 \geq 50$

Dengan menggunakan metode simpleks, diperoleh solusi optimal dari subpersoalan 33 dan 34.

Solusi	Subpersoalan 33	Subpersoalan 34
X_1	0	0
X_2	0,36	0,4
X_3	68,64	67,91
X_4	17	17
X_5	49	50
Z_{14}	5.675.227,27	5.672.954,55
Z_{24}	270,18	269,82

Iterasi 17

1. Subpersoalan 35

Maksimumkan: **Persamaan 1.1**

Minimumkan: **Persamaan 1.2**

Kendala: **Pertidaksamaan 1.3** $+ X_3 \geq 66 + X_5 \leq 50 + X_4 \leq 18 + X_3 \geq 67$
 $+ X_4 \geq 18 + X_5 \leq 49$

3. Subpersoalan 36

Maksimumkan: **Persamaan 1.1**

Minimumkan: **Persamaan 1.2**

Kendala: **Pertidaksamaan 1.3** $+ X_3 \geq 66 + X_5 \leq 50 + X_4 \leq 18 + X_3 \geq 67$
 $+ X_4 \geq 18 + X_5 \geq 50$

Dengan menggunakan metode simpleks, diperoleh solusi optimal dari subpersoalan 35 dan 36.

Solusi	Subpersoalan 35	Subpersoalan 36
X_1	0	0
X_2	0,73	0
X_3	67,27	67
X_4	18	18
X_5	49	50
Z_{14}	5.675.454,55	5.675.800
Z_{24}	270,36	270