

**Metode *Seasonal Autoregressive Integrated Moving*
Average (SARIMA) untuk Memprediksi Jumlah
Penumpang Kereta Api di Pulau Sumatera**

S K R I P S I



YUNUS IMAN KATABBA

F1C217020

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA
JURUSAN MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM**

**FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS JAMBI**

2021

SURAT PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa skripsi ini benar-benar karya saya sendiri. Sepanjang pengetahuan saya tidak terdapat karya atau pendapat yang ditulis atau diterbitkan orang lain kecuali sebagai acuan atau kutipan dengan mengikuti tata penulisan karya ilmiah yang telah lazim.

Tanda tangan yang tertera dalam halaman pengesahan adalah asli. Jika tidak asli, saya siap menerima sanksi sesuai dengan peraturan yang berlaku.

Jambi, 24 Juni 2021

Yang menyatakan,



YUNUS IMAN KATABBA

F1C217020

RINGKASAN

Kereta api adalah jenis transportasi darat yang bergerak di atas rel yang digunakan untuk membawa barang ataupun penumpang. Kereta api memiliki keunggulan dibandingkan dengan transportasi lainnya yaitu transportasi yang cepat, anti macet, hemat energi, ramah lingkungan dan murah. Jumlah penumpang kereta api di Pulau Sumatera mengalami kenaikan setiap tahunnya dan lonjakan penumpang tersebut terjadi pada waktu yang bertepatan dengan natal dan tahun baru sehingga data berpola musiman. Lonjakan tersebut bisa menjadi masalah di masa yang akan datang sehingga untuk mengatasi permasalahan tersebut perlu dilakukan peramalan untuk memprediksi beberapa periode kedepan. *Seasonal Autoregressive Integrated Moving Average* (SARIMA) merupakan perluasan dari metode ARIMA dimana metode ini dikhususkan untuk data yang berpola seasonal. Tujuan dari penelitian ini adalah penerapan metode SARIMA untuk memprediksi jumlah penumpang kereta api di Pulau Sumatera sehingga didapatkan model terbaik dan hasil prediksi jumlah penumpang dalam 2 tahun kedepan. Data jumlah penumpang kereta api di Pulau Sumatera dari Januari 2012 sampai dengan Desember 2019 merupakan data yang memiliki trend naik serta berpola musiman. Data tersebut perlu dilakukan kestasioneran baik dalam variansi maupun rata-rata. Apabila data telah stasioner selanjutnya dapat diidentifikasi beberapa model sementara yang mungkin yaitu SARIMA(0,1,1)(1,1,1)¹², SARIMA(0,1,1)(1,1,2)¹², SARIMA(0,1,1)(2,1,1)¹², dan SARIMA(0,1,1)(2,1,2)¹². Setelah didapatkan model sementara, langkah selanjutnya adalah estimasi parameter, lalu pemeriksaan diagnostik. Dari beberapa model sementara didapatkan model terbaik yaitu SARIMA(0,1,1)(2,1,1)¹² dengan persamaan matematisnya $Z_t = \mu + (Z_{t-1} - \mu) + (Z_{t-12} - \mu) - (Z_{t-13} - \mu) + \Phi_1(Z_{t-12} - \mu) - \Phi_1(Z_{t-13} - \mu) - \Phi_1(Z_{t-24} - \mu) + \Phi_1(Z_{t-25} - \mu) + \Phi_2(Z_{t-24} - \mu) - \Phi_2(Z_{t-25} - \mu) - \Phi_2(Z_{t-36} - \mu) + \Phi_2(Z_{t-37} - \mu) + a_t - \theta_1 a_{t-1} - \theta_1 a_{t-12} + \theta_1 \theta_1 a_{t-13}$. Berdasarkan model tersebut diperoleh prediksi jumlah penumpang kereta api di Pulau Sumatera pada tahun 2020 dan 2021. Jumlah penumpang tertinggi untuk hasil prediksi yaitu pada bulan Desember untuk masing-masing jumlah penumpang pada tahun 2020 dan 2021 adalah 720,439 ribu orang dan 785,487 ribu orang.

SUMMARY

Train is a type of land transportation that moves on rails that are used to carry goods or passengers. The train has advantages compared to other transportation, namely fast transportation, anti-jamming, energy saving, environmentally friendly and cheap. The number of train passengers on the island of Sumatra has increased every year and the surge in passengers occurred at the same time as Christmas and New Year, so the data has a seasonal pattern. This spike can be a problem in the future so to overcome these problems it is necessary to do forecasting to predict several periods in the future. Seasonal Autoregressive Integrated Moving Average (SARIMA) is an extension of the ARIMA method where this method is devoted to data with seasonal patterns. The purpose of this study is the application of the SARIMA method to predict the number of train passengers on the island of Sumatra so that the best model and prediction of the number of passengers will be obtained in the next 2 years. Data on the number of train passengers on the island of Sumatra from January 2012 to December 2019 is data that has an upward trend and has a seasonal pattern. The data needs to be stationary in both variance and average. If the data is stationary, then several possible temporary models can be identified, namely SARIMA(0,1,1)(1,1,1)¹², SARIMA(0,1,1)(1,1,2)¹², SARIMA(0,1,1)(2,1,1)¹², and SARIMA(0,1,1)(2,1,2)¹². After obtaining a provisional model, the next step is parameter estimation, then diagnostic examination. From several temporary models, the best model is SARIMA(0,1,1)(2,1,1)¹² with the mathematical equation $Z_t = \mu + (Z_{t-1} - \mu) + (Z_{t-12} - \mu) - (Z_{t-13} - \mu) + \Phi_1(Z_{t-12} - \mu) - \Phi_1(Z_{t-13} - \mu) - \Phi_1(Z_{t-24} - \mu) + \Phi_1(Z_{t-25} - \mu) + \Phi_2(Z_{t-24} - \mu) - \Phi_2(Z_{t-25} - \mu) - \Phi_2(Z_{t-36} - \mu) + \Phi_2(Z_{t-37} - \mu) + a_t - \theta_1 a_{t-1} - \theta_1 a_{t-12} + \theta_1 \theta_1 a_{t-13}$. Based on this model, the prediction of the number of train passengers on the island of Sumatra in 2020 and 2021. The highest number of passengers for the prediction results is in December for each of the number of passengers in 2020 and 2021 is 720,439 thousand people and 785,487 thousand people.

**Metode *Seasonal Autoregressive Integrated Moving
Average* (SARIMA) untuk Memprediksi Jumlah
Penumpang Kereta Api di Pulau Sumatera**

SKRIPSI

Diajukan sebagai salah satu syarat untuk memperoleh
Gelar Sarjana pada Program Studi Matematika



YUNUS IMAN KATABBA

F1C217020

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA
JURUSAN MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM**

**FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS JAMBI**

2021

LEMBAR PENGESAHAN

Skripsi dengan judul **METODE SEASONAL AUTOREGRESSIVE INTEGRATED MOVING AVERAGE (SARIMA) UNTUK MEMPREDIKSI JUMLAH PENUMPANG KERETA API DI PULAU SUMATERA** yang disusun oleh **YUNUS IMAN KATABBA, NIM : F1C217020** telah dipertahankan di depan tim penguji pada tanggal 24 Juni 2021 dan dinyatakan lulus.

Susunan Tim Penguji :

Ketua : Drs. Sufri, M.Si.
Sekertaris : Sherli Yurinanda, S.Pd., M.Si.
Anggota : 1. Dr. Drs. Kamid, M.Si.
2. Bunga Mardhotillah, S.Si., M.Stat.
3. Niken Rarasati, S.Si., M.Si.

Disetujui:

Pembimbing Utama



Drs. Sufri, M.Si.

NIP : 195907231985031007

Pembimbing Pendamping



Sherli Yurinanda, S.Pd., M.Si.

NIP : 199307182019032017

Diketahui:

Dekan Fakultas Sains dan Teknologi
Universitas Jambi



Prof. Drs. Damris M, M.Sc., Ph.D.

NIP : 196605191991121001

Ketua Jurusan Matematika Dan
Ilmu Pengetahuan Alam



Dr. Madyawati Latief, S.P., M.Si.

NIP : 197206241999032001

RIWAYAT HIDUP



Yunus Iman Katabba lahir di Muaro Jambi , pada tanggal 11 Juli 1998. Penulis merupakan anak ketiga dari lima bersaudara dari pasangan Ayahanda Sukara B.B dan Ibunda Euis N.A. Jalur pendidikan formal yang pernah ditempuh penulis adalah sebagai berikut:

1. SD Negeri 215/IX Muaro Jambi tamat tahun 2005-2011
2. SMP Negeri 27 Muaro Jambi tamat tahun 2011-2014
3. SMA Negeri 09 Muaro Jambi tamat tahun 2014-2017
4. Penulis mulai menempuh pendidikan perkuliahan di program studi S1 Matematika, Fakultas Sains Dan Teknologi, Universitas Jambi pada tahun 2017, lulus seleksi SNMPTN.

Selama menempuh pendidikan di jenjang S1, penulis cukup aktif dalam bidang akademik maupun organisasi. Adapun organisasi yang di ikuti penulis adalah HIMATIKA (Himpunan Mahasiswa Matematika). Penulis mengikuti kegiatan Magang di Badan Pusat Statistik (BPS) Kota Jambi. Selain itu, Penulis juga aktif dalam kegiatan seminar-seminar baik tingkat jurusan, regional maupun Universitas.

PRAKATA

Assalaamu'alaikum wr. wb.

Segala puji dan syukur kehadiran Allah Subhaanahu wa Ta'ala yang telah melimpahkan rahmat dan karunia-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan Skripsi dengan judul **“Metode *Seasonal Autoregressive Integrated Moving Average (SARIMA)* untuk Memprediksi Jumlah Penumpang Kereta Api di Pulau Sumatera”**. Selanjutnya shalawat serta salam selalu tercurahkan kepada Nabi Muhammad SAW.

Skripsi ini disusun untuk memenuhi salah satu syarat menyelesaikan pendidikan strata satu (S1) pada Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Jambi. Selama penyusunan skripsi ini penulis banyak mendapat bantuan, dukungan dan bimbingan dari berbagai pihak. Oleh karena itu penulis mengucapkan terima kasih dan penghargaan yang setinggi-tingginya kepada semua pihak yang telah membantu dalam penyusunan skripsi ini. Penulis mengucapkan rasa terima kasih kepada:

1. Allah SWT. Yang telah memberikan karunia-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan Skripsi ini dengan lancar.
2. Kedua orangtua serta saudara penulis yang selalu memberikan do'a dan dukungan kepada penulis.
3. Prof. Drs. Damris M, M.Sc., Ph.D selaku Dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Jambi.
4. Gusmi Kholijah, S.Si., M.Si selaku Ketua Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Jambi.
5. Drs. Sufri, M.Si selaku dosen pembimbing 1 Skripsi.
6. Sherli Yurinanda, S.Pd., M.Si. selaku dosen pembimbing 2 Skripsi.
7. Dr. Drs. Kamid, M.Si. selaku dosen penguji 1 sidang tugas akhir.
8. Bunga Mardhotillah, S.Si., M.Stat. selaku dosen penguji 2 sidang tugas akhir.
9. Niken Rarasati, S.Si., M.Si. selaku dosen penguji 3 sidang tugas akhir.
10. Dr. Drs. Kamid, M.Si. selaku dosen Pembimbing Akademik penulis.
11. Seluruh dosen Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Jambi.
12. Teman-teman seperjuangan di Program Studi Matematika Angkatan 2017, terutama teman-teman terdekat penulis.
13. Kakak tingkat 2016, adik tingkat 2018 dan adik tingkat 2019 yang telah memberi semangat kepada penulis.
14. Serta semua pihak yang telah membantu dan tidak bisa penulis sebutkan satu persatu.

Semoga Allah SWT membalas segala kebaikan dan amal semua pihak yang telah membantu. Dan semoga skripsi ini bermanfaat bagi kita semua untuk pengembangan ilmu pengetahuan. Penulis menyadari bahwa skripsi ini masih banyak terdapat kekurangan. Oleh karena itu, kritik dan saran yang sifatnya membangun sangat penulis harapkan demi perbaikan skripsi ini untuk waktu mendatang.

Wassalaamu'alaikum wr. wb.

Jambi, 24 Juni 2021

Penulis

YUNUS IMAN KATABBA

NIM. F1C217020

DAFTAR ISI

LEMBAR PENGESAHAN	i
RIWAYAT HIDUP	ii
PRAKATA	iii
DAFTAR ISI	v
DAFTAR GAMBAR	vi
DAFTAR TABEL	vii
DAFTAR LAMPIRAN	viii
I. PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Rumusan Masalah	3
1.3 Batasan Masalah	3
1.4 Tujuan Penelitian	3
1.5 Manfaat Penelitian	3
II. TINJAUAN PUSTAKA	6
2.1 Peramalan (Forecasting)	6
2.2 Analisis Deret Waktu	5
2.3 Stasioneritas	7
2.3.1 Stasioner dalam variansi	7
2.3.2 Stasioner dalam rata-rata	8
2.4 ACF dan PACF	11
2.4.1 <i>Autocorrelation Function</i> (ACF)	11
2.4.2 <i>Partial Autocorrelation Function</i> (PACF)	13
2.5 Metode <i>Seasonal Autoregressive Integrated Moving Average</i> (SARIMA)	15
2.5.1 Model <i>Autoregressive</i> (AR)	15
2.5.2 Model <i>Moving Average</i> (MA)	16
2.5.3 Model <i>Autoregressive Moving Average</i> (ARMA)	17
2.5.4 Model <i>Autoregressive Integrated Moving Average</i> (ARIMA)	18
2.5.5 Model <i>Seasonal Autoregressive Integrated Moving Average</i> (SARIMA)	19
2.6 Identifikasi Model	20
2.7 Estimasi Parameter Model	21
2.8 Pemeriksaan Diagnostik	25
2.8.1 Uji Signifikansi Parameter	25
2.8.2 Uji Asumsi Residual	26
2.9 Pemilihan Model Terbaik	27
III. METODOLOGI PENELITIAN	30
3.1 Jenis dan Sumber Data	30
3.2 Variabel Penelitian	30
3.3 Metode Analisis Data	30
3.4 Diagram Penelitian	33
IV. HASIL DAN PEMBAHASAN	35
4.1 Data Jumlah penumpang Kereta Api di Pulau Sumatera	35
4.2 Identifikasi Plot Deret Waktu	35
4.3 Identifikasi Kestasioneran Data	36
4.4 Identifikasi Model Sementara	39
4.5 Estimasi dan Uji Signifikansi Parameter Model	40
4.6 Uji Asumsi Residual	42
4.7 Pemilihan Model Terbaik	43
4.8 Peramalan	43
V. PENUTUP	47
DAFTAR PUSTAKA	48
LAMPIRAN	49

DAFTAR GAMBAR

Gambar 1. Jenis-jenis pola data.....	6
Gambar 2. Diagram deret waktu non stasioner dalam variansi.....	9
Gambar 3. Diagram deret waktu non stasioner dalam rata-rata	10
Gambar 4. Diagram deret waktu non stasioner dalam rata-rata dan variansi....	10
Gambar 5. Diagram deret waktu stasioner dalam rata-rata dan variansi	11
Gambar 6. Plot ACF data yang belum stasioner.....	13
Gambar 7. Plot ACF data yang stasioner	13
Gambar 8. Plot PACF data yang belum stasioner	15
Gambar 9. Plot PACF data yang stasioner	15
Gambar 10. Diagram Alir Penelitian.....	34
Gambar 11. Plot data jumlah penumpang kereta api di Pulau Sumatera.....	35
Gambar 12. Grafik data jumlah penumpang kereta api di Pulau Sumatera	36
Gambar 13. Plot data Box-Cox jumlah penumpang kereta api	37
Gambar 14. Plot data Box-Cox transformasi pertama	37
Gambar 15. Plot data hasil <i>differencing</i> pertama.....	38
Gambar 16. Diagram data ACF	39
Gambar 17. Diagram data PACF.....	39
Gambar 18. Diagram data ACF Lag 12.....	40
Gambar 19. Diagram data PACF Lag 12	40
Gambar 20. Plot normalitas residual SARIMA(0,1,1)(2,1,1) ₁₂	42
Gambar 21. Plot perbandingan data aktual dengan data prediksi.....	46

DAFTAR TABEL

Tabel 1. Transformasi Pangkat Box Cox	8
Tabel 2. Pola teoritis ACF dan PACF yang stasioner	20
Tabel 3. Pola teoritis ACF dan PACF musiman yang stasioner	21
Tabel 4. Kriteria nilai MAPE.....	28
Tabel 5. Variabel Penelitian	30
Tabel 6. Data Keseluruhan Penumpang Kereta Api di Pulau Sumatera (ribu orang).....	35
Tabel 7. Uji <i>Phillips-Perron</i>	38
Tabel 8. Nilai estimasi dan uji signifikansi parameter model sementara	41
Tabel 9. Hasil Perhitungan Ljung-Box	42
Tabel 10. Hasil prediksi jumlah penumpang kereta api di Pulau Sumatera periode 2020-2021.....	45

DAFTAR LAMPIRAN

Lampiran 1. Transformasi Data.....	49
Lampiran 2. <i>Differencing</i> Data.....	50
Lampiran 3. Nilai Autocorrelation Function pada data hasil differencing.....	51
Lampiran 4. Nilai Partial Autocorrelation Function pada data hasil differencing	52
Lampiran 5. <i>Differencing</i> Data lag 12.....	53
Lampiran 6. Nilai Autocorrelation Function pada data hasil differencing lag 1254	
Lampiran 7. Nilai Partial Autocorrelation Function pada data hasil differencing lag 12	55
Lampiran 8. Nilai Estimasi Parameter dan uji signifikansi Model Sementara	56
Lampiran 9. Uji <i>White Noise</i> SARIMA(0,1,1)(2,1,1) ₁₂	58
Lampiran 10. Uji <i>Kolmogorov-Smirnov</i>	59
Lampiran 11. Tabel Statistik χ^2	62
Lampiran 12. Tabel Statistik <i>Kolmogorov-Smirnov</i>	64
Lampiran 13. Tabel Statistik Distribusi Normal (Z)	65
Lampiran 14. Tabel Statistik Distribusi t.....	67
Lampiran 15. Permintaan data ke PT KAI.....	70

I. PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Salah satu elemen yang sangat penting dalam suatu negara adalah transportasi. Transportasi merupakan sarana yang sangat penting dan strategis dalam memperlancar roda perekonomian, memperkuat persatuan dan kesatuan serta mempengaruhi semua aspek kehidupan nasional. Secara umum transportasi merupakan suatu proses pergerakan barang dan jasa dari tempat asal ketempat tujuan (Badan Pusat Statistik, 2020).

Transportasi pada era globalisasi ini terdiri atas transportasi darat, laut dan udara. Transportasi darat meliputi sepeda motor, bus, kereta api, mobil yang tentunya dapat dijangkau oleh masyarakat. Transportasi laut meliputi Perahu, kapal dan lain-lain. Transportasi udara meliputi helikopter, pesawat dan lain-lain. Transportasi yang banyak digunakan untuk berpergian di Indonesia adalah transportasi darat. Transportasi darat banyak digunakan untuk kepentingan sehari-hari, seperti berangkat ke sekolah dan juga tempat kerja.

Kereta api adalah jenis transportasi darat yang bergerak di atas rel yang digunakan untuk membawa barang ataupun penumpang. Sistem angkutan kereta api meliputi atas alat angkut yaitu lokomotif, kereta penumpang, gerbong barang dan gerbong peti kemas, jalan, rel, bantalan, jembatan, navigasi, telekomunikasi, ruang kontrol dan palang pintu, gudang, terminal yaitu stasiun dan bengkel. Kereta api memiliki keunggulan dibandingkan transportasi darat lainnya karena merupakan transportasi yang cepat, anti macet, hemat energi, ramah lingkungan dan murah (Nasution, 2004).

Berdasarkan data BPS Indonesia pada jumlah penumpang kereta api studi kasus di Pulau Sumatera, pada data tahun 2012 sampai 2020 jumlah penumpang yang mengalami kenaikan dalam beberapa bulan terakhir selalu berulang tiap tahunnya yaitu pada waktu idul fitri serta waktu yang bertepatan dengan natal dan tahun baru. Kenaikan jumlah penumpang tersebut bisa menjadi permasalahan bagi PT KAI di Pulau Sumatera di masa yang akan datang. Oleh karena itu, penting adanya peramalan jumlah penumpang untuk beberapa waktu kedepan. Sehingga PT KAI di Pulau Sumatera telah siap dengan mempersiapkan fasilitas tambahan dan lain-lain untuk mengatasi lonjakan jumlah penumpang. Peramalan tersebut baik dilakukan menggunakan metode SARIMA dikarenakan data yang selalu mengalami kenaikan yang berulang tiap periodenya.

SARIMA (*Seasonal Autoregressive Integrated Moving Average*) merupakan perluasan dari metode ARIMA, dimana SARIMA merupakan metode yang

dikhususkan untuk peramalan data yang berpola musiman (berulang setiap periode). Musiman mengartikan bahwa data memiliki kecenderungan mengulangi pola tingkah gerak dalam periode musim. Biasanya dapat berupa mingguan, bulanan, triwulan, semesteran dan tahunan (Makridakis et. al., 1999).

Metode SARIMA pada Penelitian yang dilakukan sebelumnya oleh Suryadi (2014) “Kinerja dan Peramalan Pertumbuhan Angkutan Kereta Api Menggunakan Model SARIMA” memiliki model SARIMA $(0,1,0)(0,1,1)^4$ dengan kenaikan tertinggi pada triwulan ke 4 tahun 2019. Selain itu pada penelitian yang dilakukan oleh Sri Mayang (2018) “Prediksi Jumlah Penumpang Kereta Api di Jabodetabek Menggunakan Model SARIMA” memiliki model SARIMA $(0,1,1)(0,1,1)^{12}$ dengan nilai MAPE 3,40% dan kenaikan jumlah penumpang tertinggi pada bulan Desember 2018. Pada penelitian yang dilakukan Yuhestike Prasetyaning Tyas (2014) “Analisis SARIMA Sebagai Alat Bantu Prediksi Harga Minyak Mentah di Indonesia Menggunakan Backpropagation” memiliki model SARIMA $(1,1,0)(0,1,1)^3$ dengan nilai MSE sebesar 0,08. Selain itu pada penelitian yang dilakukan Mutmainah (2019) “Perbandingan Metode Sarima dan *Exponential Smoothing Holt-Winters* Dalam Meramalkan Curah Hujan di Kota Makasar” menghasilkan model SARIMA $(2,2,1)(0,1,1)^6$ dengan nilai MSE sebesar 32,380 dan nilai MAD sebesar 0,722 yang memiliki tingkat akurasi lebih tinggi dari metode *Exponential Smoothing Holt-Winters* yang memiliki nilai MSE sebesar 25565,6 dan nilai MAD sebesar 17,3.

Penelitian sebelumnya dan penelitian yang akan dilakukan menggunakan metode SARIMA memiliki persamaan dan perbedaan sehingga nantinya hasil dari penelitian ini dapat mengisi area kekosongan sekaligus juga sebagai wawasan kajian teoritis. Persamaan penelitian ini dengan penelitian sebelumnya adalah sama-sama meneliti tentang peramalan dengan menggunakan metode SARIMA serta model terbaik yang dihasilkan dengan menggunakan metode tersebut. Sedangkan perbedaan penelitian ini pada penelitian sebelumnya adalah diantaranya, Pengujian kestasioneran data secara nilai menggunakan uji *Phillips-Perron* dan Estimasi parameter menggunakan metode *Maximum Likelihood*.

Berdasarkan uraian-uraian pada beberapa penelitian yang dijabarkan, dapat disimpulkan bahwa metode *Seasonal Autoregressive Integrated Moving Average* (SARIMA) telah banyak digunakan dalam penelitian peramalan dan juga menghasilkan model yang baik. Dari topik dan permasalahan yang diuraikan, peneliti ingin melakukan penelitian mengenai peramalan jumlah penumpang kereta api di Pulau Sumatera dengan judul “Metode *Seasonal Autoregressive Integrated Moving Average* (SARIMA) untuk Memprediksi Jumlah Penumpang Kereta Api di Pulau Sumatera”.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan uraian dari latar belakang di atas, maka rumusan masalah pada penelitian ini adalah:

1. Bagaimana model SARIMA terbaik untuk melakukan prediksi jumlah penumpang kereta api di Pulau Sumatera ?
2. Bagaimana prediksi jumlah penumpang kereta api di Pulau Sumatera dalam beberapa periode kedepan ?

1.3 Batasan Masalah

Agar Materi dan pembahasan tidak meluas maka digunakan batasan masalah pada penelitian ini adalah:

1. Data yang digunakan adalah data skunder Badan Pusat Statistik dalam rentang waktu bulan januari 2012 sampai dengan Desember 2020.
2. Metode peramalan yang digunakan adalah metode SARIMA.
3. Peramalan data dilakukan secara kuantitatif.

1.4 Tujuan Penelitian

Berdasarkan uraian dari rumusan masalah, adapun tujuan dari penelitian ini adalah:

1. Untuk mendapatkan model SARIMA terbaik yang dapat digunakan untuk memprediksi jumlah penumpang kereta api di Pulau Sumatera.
2. Untuk mengetahui prediksi jumlah penumpang kereta api di Pulau Sumatera beberapa periode ke depan.

1.5 Manfaat Penelitian

Adapun manfaat penelitian ini adalah sebagai berikut :

1. Bagi Penulis
Penelitian ini bermanfaat untuk memberikan pengetahuan terkait dengan materi peramalan dengan menggunakan metode SARIMA.
2. Bagi Pembaca
Tulisan ini diharapkan dapat menjadi salah satu sumber pengetahuan bagi para pembaca.
3. Bagi PT KAI Sumatera
Penelitian ini bermanfaat untuk memberikan gambaran bagi PT KAI di Pulau Sumatera, sehingga nantinya dapat menjadi bahan pertimbangan dalam mengambil kebijakan untuk mengatasi kenaikan jumlah penumpang di waktu mendatang.

II. TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Peramalan (Forecasting)

Definisi 2.1 (Peramalan)

Peramalan adalah seni dan ilmu untuk memperkirakan kejadian di masa depan. Hal ini dapat dilakukan dengan melibatkan pengambilan data historis dan memproyeksikannya ke masa mendatang dengan suatu bentuk model matematis (Heizer et. al. 2017).

Peramalan dalam praktiknya merupakan suatu perkiraan dengan menggunakan teknik-teknik tertentu. Peramalan pada umumnya dilakukan untuk meminimalisir ketidakpastian pada suatu keadaan dimasa yang akan datang. Misalnya seperti peramalan persediaan jumlah barang, pendapatan perusahaan, harga saham, nilai tukar uang, cuaca dan sebagainya (Rusdiana, 2014).

Menurut Ginting (2007) peramalan dapat dibedakan dari beberapa segi tergantung dan cara melihatnya. Apabila dilihat dari sifat penyusunannya, maka peramalan dapat dibedakan menjadi dua, yaitu :

1. Peramalan yang subjektif, yaitu peramalan yang didasarkan atas perasaan atau intuisi dari orang yang menyusunnya.
2. Peramalan yang objektif, yaitu peramalan yang didasarkan atas data yang relevan pada masa lalu, dengan menggunakan teknik-teknik dan metode-metode dalam penganalisaan data tersebut.

Menurut Heizer dan Rander (2014) apabila dilihat dari jangka waktu ramalan yang disusun, peramalan dibagi menjadi tiga, yaitu:

1. Peramalan jangka panjang, yaitu peramalan yang dilakukan untuk penyusunan lebih dari tiga tahun yang akan datang.
2. Peramalan jangka menengah, yaitu peramalan yang dilakukan untuk penyusunan hasil ramalan dengan jangka waktu satu hingga tiga tahun kedepan.
3. Peramalan jangka pendek, yaitu peramalan yang dilakukan untuk penyusunan hasil ramalan dengan jangka waktu satu tahun atau kurang.

Berdasarkan sifat ramalan yang telah disusun, maka peramalan dapat dibedakan atas dua (Harinaldi, 2005), yaitu:

1. Peramalan Kualitatif, yaitu peramalan yang didasarkan atas data kualitatif pada masa lalu. Hasil peramalan yang dibuat sangat

tergantung pada orang yang menyusunnya

2. Kuantitatif, yaitu peramalan yang didasarkan atas data kuantitatif pada masa lalu. Hasil peramalan yang dibuat sangat tergantung pada metode yang digunakan dalam peramalan tersebut.

Pada dasarnya terdapat tiga langkah peramalan yang penting dalam melakukan peramalan (Makridakis et al., 1993), yaitu:

1. Menganalisa data masa lalu
2. Menentukan metode yang digunakan
3. Meramalkan data menggunakan metode dan mempertimbangkan adanya beberapa faktor perubahan.

Berdasarkan sifat penyusunan, jangka waktu peramalan, dan sifat peramalan, penelitian ini termasuk kedalam peramalan yang objektif, peramalan jangka menengah, dan peramalan kuantitatif. Lebih spesifik lagi, pada peramalan kuantitatif sendiri terdapat dua jenis model peramalan yaitu model deret waktu (*time series*) dan model regresi (*regression*). Karena data penelitian ini menggunakan data historis dengan interval waktu bulanan maka model penelitian ini menggunakan model deret waktu.

2.2 Analisis Deret Waktu

Definisi 2.2 (Deret Waktu)

Deret waktu adalah serangkaian pengamatan terhadap suatu variabel yang diambil dari waktu ke waktu dan dicatat secara berurutan menurut urutan waktu kejadiannya dengan interval waktu yang tetap (Wei, 2006).

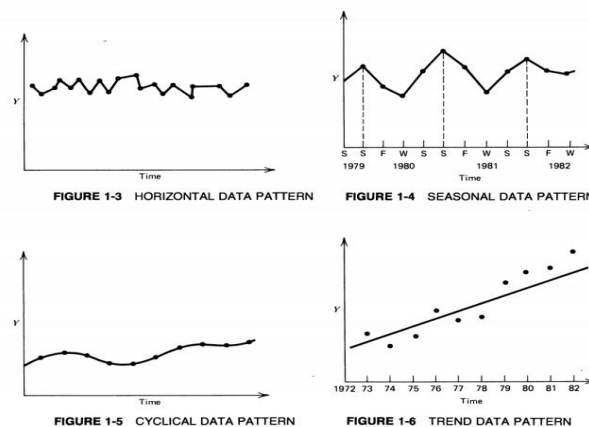
Definisi 2.3 (Analisis Deret Waktu)

Analisis deret waktu (*time series*) adalah salah satu prosedur statistika yang diterapkan untuk meramalkan struktur probabilistik keadaan yang akan terjadi dimasa yang akan datang dalam rangka pengambilan keputusan (Aswi dan Sukarna, 2006).

Dasar pemikiran model deret waktu adalah pengamatan sekarang (Z_t) tergantung pada satu atau beberapa pengamatan sebelumnya (Z_{t-1}), dimana t adalah indeks waktu dari urutan pengamatan. Tujuan analisis deret waktu antara lain memahami dan menjelaskan mekanisme tertentu, meramalkan suatu nilai dimasa depan, dan mengoptimalkan sistem kendali (Aswi dan Sukarna, 2006).

Data deret waktu sendiri merupakan data yang dikumpulkan berdasarkan periode waktu harian, mingguan, bulanan, tahunan, ataupun periode waktu tertentu lainnya dalam rentang waktu yang sama. Melalui data deret waktu dapat dilihat dengan jelas perkembangan suatu hal yang diamati yaitu dengan mempertimbangkan jenis pola data, sehingga dapat diuji metode yang paling tepat dengan pola data tersebut (Cryer, 2008).

Pola data dapat dibedakan menjadi empat, yaitu pola horizontal, pola musiman, pola siklis, dan pola *trend* seperti pada gambar 1 (Makridakis et. al., 1999), yaitu:



Gambar 1. Jenis-jenis pola data

1. Pola Horizontal

Pola data horizontal terjadi pada saat data observasi berfluktuasi disekitaran suatu nilai konstan atau *mean* yang membentuk garis horizontal. Data ini disebut juga dengan data *stasioner*. Misal suatu produk yang penjualannya tidak meningkat atau menurun selama waktu tertentu.

2. Pola Musiman

Pola data musiman terjadi apabila suatu deret dipengaruhi oleh faktor musiman. Pola data musiman dapat mempunyai pola musim yang berulang dari priode ke priode berikutnya. Misalnya penjualan dari produk seperti minuman ringan, es krim dan bahan bakar pemanas ruangan.

3. Pola Siklis

Pola data siklis terjadi apabila deret data dipengaruhi oleh fluktuasi ekonomi jangka panjang seperti yang terjadi pada siklus bisnis. Misal penjualan produk seperti mobil, baja dan peralatan utama lainnya.

4. Pola Trend

Pola data trend terjadi apabila data pengamatan mengalami kenaikan atau penurunan selama periode jangka panjang. Suatu data pengamatan

yang mempunyai trend disebut data nonstasioner. Misal penjualan banyak perusahaan, produk nasional bruto (GNP) dan berbagai indikator sektor ekonomi atau bisnis lainnya mengikuti suatu pola trend selama perubahan sepanjang waktu.

Berdasarkan pola data pada deret waktu, pola data pada penelitian ini adalah pola data musiman (seasonal) dan memiliki pola data trend naik yang artinya data belum stasioner sehingga perlu distasionerkan dan dilanjutkan dengan konsep dasar lainnya. Menurut Aswi dan Sukarna (2006) pada analisis deret waktu beberapa konsep dasar yang perlu diperhatikan antara lain yaitu stasioner, *autocorrelation function* (ACF), dan *partial autocorrelation function* (PACF).

2.3 Stasioneritas

Definisi 2.4 (Stasioneritas)

Stasioneritas adalah keadaan dimana fluktuasi data berada di sekitar suatu nilai rata-rata yang konstan, tidak tergantung pada waktu dan varians dari fluktuasi tersebut pada pokoknya tetap konstan setiap waktu (Makridakis et. al., 1999).

Penentuan stasioner sangatlah penting karena berhubungan dengan apakah data dapat langsung diestimasi atau tidak. Kondisi stasioner terdiri atas dua hal yang harus dipenuhi, yaitu stasioner dalam variansi dan stasioner dalam rata-rata.

2.3.1 Stasioner dalam variansi

Data dikatakan stationer dalam variansi yaitu apabila data berfluktuasi dengan varian yang tetap dari waktu ke waktu. Apabila kondisi stasioner dalam variansi tidak terpenuhi, maka digunakan transformasi Box-Cox. Transformasi pangkat pada data merupakan transformasi yang ditemukan Box dan Cox. Box Cox mempertimbangkan kelas transformasi berparameter tunggal, yaitu λ yang dipangkatkan pada variabel respon Z_t , sehingga didapatkan transformasinya Z_t^λ dengan λ adalah parameter yang harus diduga. Pada transformasi Box Cox hal pertama yang harus dilakukan adalah menduga parameter λ . Box dan Cox (1964) memperkenalkan transformasi pangkat dengan rumus (Wei, 2006):

$$Z_t^{(\lambda)} = \frac{Z_t^{(\lambda)} - 1}{\lambda} \quad (2.1)$$

Beberapa penggunaan nilai λ dengan bentuk transformasinya dapat dilihat pada tabel 1 berikut (Wei, 2006).

Tabel 1. Transformasi Pangkat Box Cox

Nilai λ (lamda)	Transformasi
-1	$\frac{1}{Z_t}$
-0.5	$\frac{1}{\sqrt{Z_t}}$
0	$\ln Z_t$
0.5	$\sqrt{Z_t}$
1	Z_t

Transformasi hanya boleh dilakukan untuk deret Z_t yang positif, transformasi dilakukan sebelum melakukan *differencing* dan pemodelan deret waktu, nilai λ dipilih berdasarkan *Sum of Square Error* (SSE) dari deret hasil terkecil transformasi, serta transformasi tidak hanya menstabilkan variansi, tetapi juga dapat menormalkan distribusi (Aswi dan Sukarna, 2006).

2.3.2 Stasioner dalam rata-rata

Data dikatakan stasioner dalam rata-rata yaitu apabila diagram deret waktu berfluktuasi di sekitar garis yang sejajar sumbu waktu (t), atau jika plot data berfluktuasi disekitar suatu nilai mean yang konstan. Apabila kondisi stasioner dalam rata-rata tidak terpenuhi maka diperlukan proses pembedaan (*differncing*) terhadap data asli (Z_t). Notasi yang digunakan adalah *operator shift* mundur (*Back Shift*), yaitu (Makridakis dkk, 1999) :

$$BZ_t = Z_{t-1} \quad (2.2)$$

dengan :

- B : pembeda
- Z_t : nilai pengamatan pada periode t
- Z_{t-1} : nilai pengamatan pada periode t-1

Notasi B pada Z_t mempunyai pengaruh menggeser data satu periode ke belakang. Proses *differencing* pada orde pertama merupakan selisih antara data ke t dengan data ke t-1, dengan rumus (Aswi Dan Sukmana, 2006):

$$\Delta Z_t = Z_t - Z_{t-1} \quad (2.3)$$

dengan :

- ΔZ_t : pembedaan orde 1

dengan menggunakan persamaan (2.2) maka persamaan (2.3) menjadi

$$\begin{aligned}\Delta Z_t &= Z_t - BZ_t \\ &= (1 - B)Z_t\end{aligned}$$

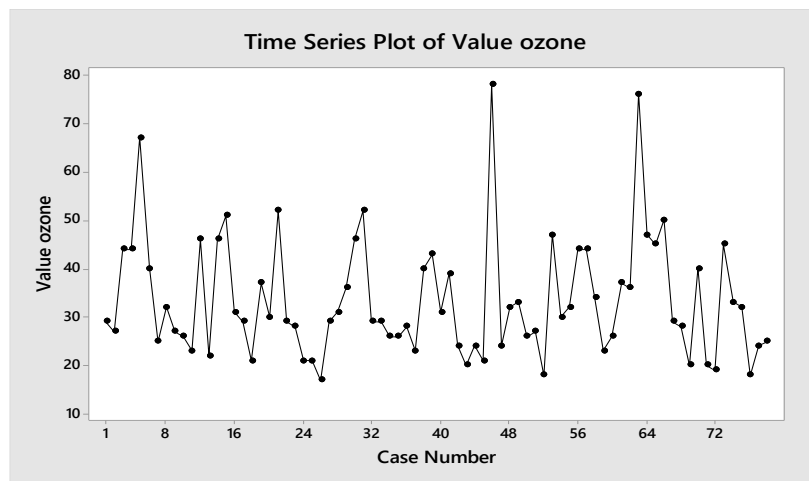
adapun proses *differencing* pada orde kedua adalah

$$\begin{aligned}\Delta^2 Z_t &= \Delta Z_t - \Delta Z_{t-1} \\ &= (Z_t - Z_{t-1}) - (Z_{t-1} - Z_{t-2}) \\ &= Z_t - 2Z_{t-1} + Z_{t-2} \\ &= Z_t - 2BZ_t + B^2Z_t \\ &= (1 - 2B + B^2)Z_t \\ &= (1 - B)^2 Z_t\end{aligned}$$

sehingga *differencing* untuk ordo ke- d dapat didefinisikan

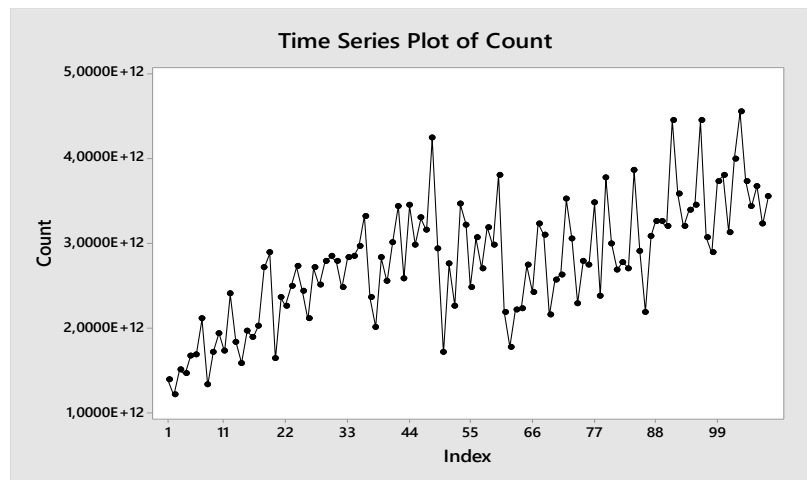
$$\Delta^d Z_t = (1 - B)^d Z_t \quad (2.4)$$

Secara visual, bentuk diagram deret waktu memberikan gambaran tentang stasioner atau tidaknya suatu deret waktu.



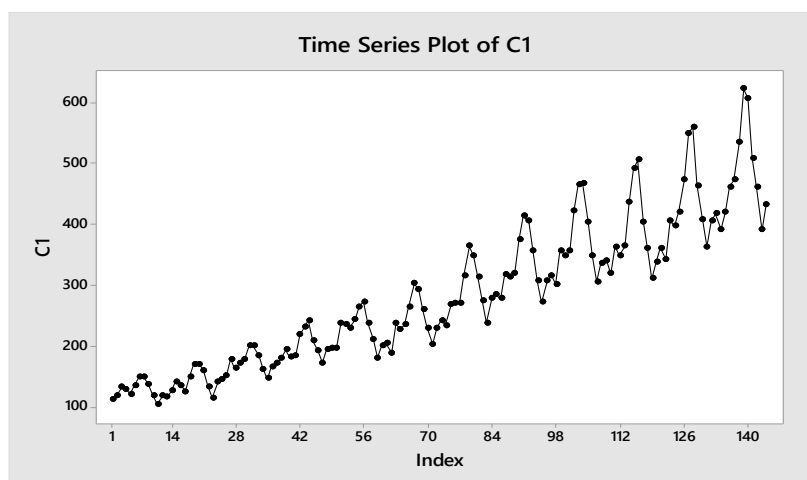
Gambar 2. Diagram deret waktu non stasioner dalam variansi

Apabila terjadi seperti pada **gambar 2** diatas, maka untuk menstasionerkan data adalah dengan melakukan transformasi pada data awal. Jika setelah dilakukan transformasi plot data masih menunjukkan data belum stasioner, maka data perlu dilakukan transformasi kembali pada data sebelumnya sampai data stasioner.



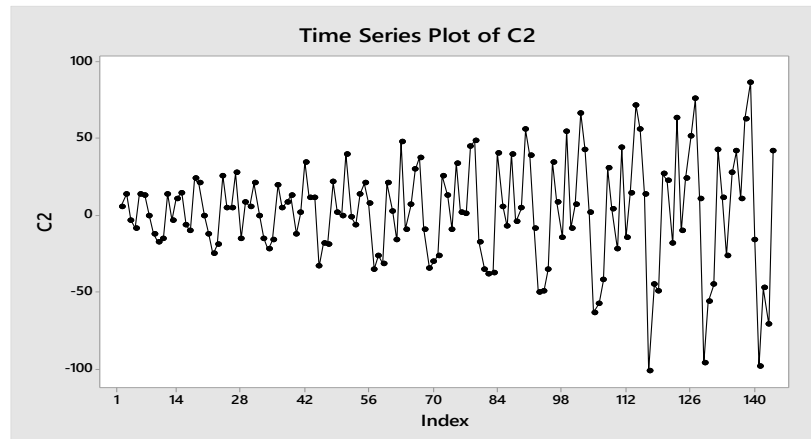
Gambar 3. Diagram deret waktu non stasioner dalam rata-rata

Apabila terjadi seperti pada **gambar 3** diatas, maka untuk menstasionerkan data hanya dengan melakukan *differencing* pada data awal. Jika setelah dilakukan *differencing* plot data masih menunjukkan data belum stasioner, maka perlu dilakukan *differencing* pada data sebelumnya sampai data stasioner.



Gambar 4. Diagram deret waktu non stasioner dalam rata-rata dan variansi

Apabila terjadi seperti pada **gambar 4** diatas, dimana plot data menunjukkan data belum stasioner dalam rata-rata maupun variansi. Dalam mengatasi hal ini dilakukan transformasi terlebih dahulu. Apabila plot data belum menunjukkan stasioner, maka dilanjutkan dengan *differencing* data dari hasil transformasi hingga data stasioner.



Gambar 5. Diagram deret waktu stasioner dalam rata-rata dan variansi

Kesetasioneran suatu data secara pasti dapat dilihat dengan menggunakan uji statistik yaitu uji *uni root*. Uji *uni root* terdiri atas uji *Augment Dickey-Fuller* (ADF), uji *Phillips-Perron* (PP), uji *Kwiatkowski Phillips Schmidt Shin* (KPSS). Uji *uni root* yang digunakan pada penelitian ini adalah *Phillips-Perron*. Pengujian ini diperkenalkan oleh Philips and Perron dengan membuat beberapa modifikasi pada *t-statistic* dari *Dickey-Fuller*. Persamaannya adalah (Enders, 2015):

$$\Delta Z_t = \beta_0 + \beta_1 Z_{t-1} + a_t \quad (2.5)$$

dengan:

Z_t : data pengamatan waktu ke- t

β_0, β_1 : parameter

a : galat

Hipotesis: H_0 : data *uni root* (data tidak stasioner)

H_1 : data tidak *uni root* (data stasioner)

Kriteria penolakan: tolak H_0 jika $p - value < \alpha$ atau nilai $|t| > \text{nilai mutlak kritik MacKinnon}$.

2.4 ACF dan PACF

2.4.1 Autocorrelation Function (ACF)

Definisi 2.5 (Autocorrelation Function)

Autocorrelation Function merupakan plot autokorelasi-korelasi dari suatu proses stasioner data time series (Z_t) yang mempunyai rata-rata $E(Z_t) = \mu$ dan variansi $Var(Z_t) = E(Z_t - \mu)^2 = \sigma^2 = \gamma_0$ yang konstan serta kovarian $Cov(Z_t, Z_s)$ yang fungsinya hanya pada perbedaan waktu $|t - s|$. Maka dari itu, dapat ditulis persamaan kovarian dan korelasi antara Z_t dan Z_{t-k} adalah sebagai berikut (Wei, 2006):

$$\begin{aligned}\gamma_k &= Cov(Z_t, Z_{t-k}) \\ &= E(Z_t - \mu)(Z_{t-k} - \mu)\end{aligned}\quad (2.6)$$

$$\begin{aligned}\rho_k &= \frac{cov(Z_t, Z_{t-k})}{\sqrt{var(Z_t)}\sqrt{var(Z_{t-k})}} \\ &= \frac{\gamma_k}{\gamma_0}\end{aligned}\quad (2.7)$$

dengan :

γ_k : koefisien autokovarian *lag k* , dengan $k = 0,1,2, \dots$

ρ_k : koefisien autokorelasi *lag k* , dengan $k = 0,1,2, \dots$

Z_t : nilai pengamatan pada periode t

Z_{t-k} : nilai pengamatan pada periode $t - k$

Dalam analisis time series, γ_k disebut fungsi autokovarian dan ρ_k disebut fungsi autokorelasi yang merupakan ukuran keeratan antara Z_t dan Z_{t-k} dari proses yang sama dan hanya dipisahkan oleh jarak waktu (*lag k*). Pada dasarnya fungsi autokorelasi tidak mungkin dihitung dari populasi, maka fungsi autokorelasi dihitung sesuai pengambilan data dengan pendugaan koefisien (r_k). Nilai dari fungsi autokorelasi ini dapat digunakan untuk menentukan orde dari model *Moving Average* (MA) pada model SARIMA yang dirumuskan sebagai berikut (Aswi dan Sukarna, 2006):

$$\begin{aligned}r_k &= \hat{\rho}_k = corr(Z_t, Z_{t-k}) \\ &= \frac{\sum_{t=1}^{n-k} (Z_t - \bar{Z})(Z_{t-k} - \bar{Z})}{\sum_{t=1}^n (Z_t - \bar{Z})^2}\end{aligned}\quad (2.8)$$

dengan :

r_k : koefisien autokorelasi pada *lag k*

Taksiran kesalahan baku (*standard error*) dari r_k adalah :

$$S_{r_k} = \sqrt{\frac{1 + 2 \sum_{j=1}^{k-1} r_j^2}{n}}\quad (2.9)$$

dengan :

S_{r_k} : *standard error* autokorelasi pada saat *lag k*

r_j : autokorelasi pada saat *lag j*

k : time lag

n : banyaknya observasi dalam time series

Nilai statistik uji t untuk uji $r_k = 0$ atau $r_k \neq 0$ adalah :

$$t_{r_k} = \frac{r_k}{S_{r_k}}\quad (2.10)$$

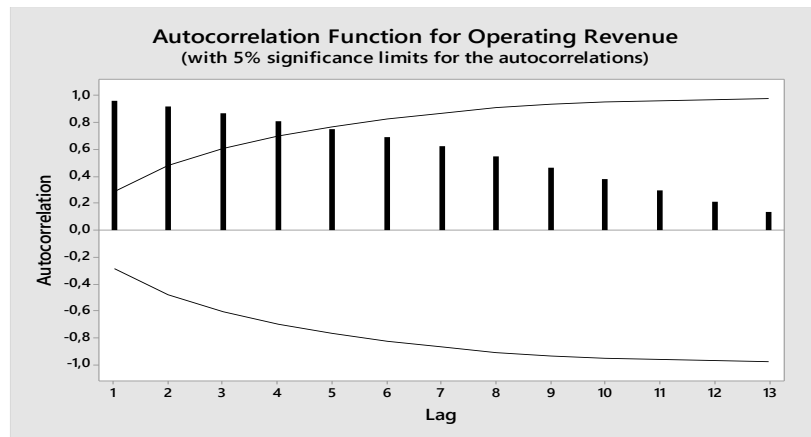
dengan :

t_{r_k} : nilai uji t autokorelasi

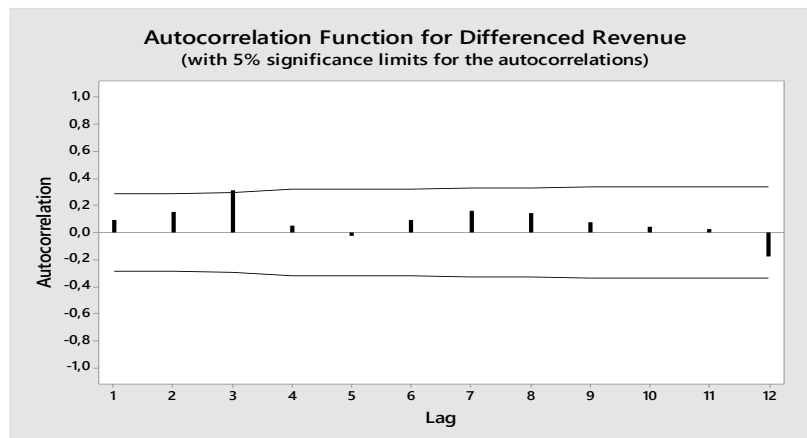
r_k : autokorelasi pada saat *lag k*

Diagram ACF dapat digunakan sebagai alat untuk mengidentifikasi kesetasioneran data. Jika diagram ACF cenderung turun lambat atau turun secara linear, maka dapat disimpulkan data belum stasioner dalam rata-rata (Aswi dan Sukarna, 2006).

Berikut ini merupakan contoh gambar plot ACF yang belum stasioner dan yang sudah stasioner (Hanke & Winchern, 2005):



Gambar 6. Plot ACF data yang belum stasioner



Gambar 7. Plot ACF data yang stasioner

2.4.2 Partial Autocorrelation Function (PACF)

Definisi 2.6 (Partial Autocorrelation Function)

Menurut Aswi dan Sukarna (2006) *Partial Autocorrelation Function* adalah suatu fungsi yang menunjukkan besarnya korelasi parsial antara pengamatan pada waktu ke t (dinotasikan dengan Z_t) dengan pengamatan pada waktu-waktu yang sebelumnya (dinotasikan dengan $Z_{t-1}, Z_{t-2}, \dots, Z_{t-k}$).

Nilai dari *Partial Autocorrelation Function* (PACF) dapat digunakan untuk menentukan orde dari model *Autoregressive* (AR) pada model SARIMA. Berikut

ini persamaan yang digunakan untuk mendapatkan nilai *partial autocorrelation function* lag ke- k dengan menentukan hasil ϕ_{kk} :

$$\phi_{kk} = \text{corr}(Z_t, Z_{t-k} | Z_{t-1}, Z_{t-2}, \dots, Z_{t-k+1}) \quad (2.11)$$

Nilai ϕ_{kk} dapat ditentukan melalui persamaan Yule-Walker:

$$\rho_j = \phi_{k1}\rho_{j-1} + \phi_{k2}\rho_{j-2} + \dots + \phi_{kk}\rho_{j-k} \quad (2.12)$$

untuk $j = 1, 2, \dots, k$, berlaku persamaan berikut:

$$\begin{aligned} \rho_1 &= \phi_{k1}\rho_0 + \phi_{k2}\rho_1 + \dots + \phi_{kk}\rho_{k-1} \\ \rho_2 &= \phi_{k1}\rho_1 + \phi_{k2}\rho_0 + \dots + \phi_{kk}\rho_{k-2} \\ &\vdots \\ \rho_k &= \phi_{k1}\rho_{k-1} + \phi_{k2}\rho_{k-2} + \dots + \phi_{kk}\rho_0 \end{aligned}$$

sistem persamaan diatas dapat ditulis dalam bentuk matriks berikut:

$$\begin{bmatrix} 1 & \rho_1 & \rho_2 & \dots & \rho_{k-1} \\ \rho_1 & 1 & \rho_1 & \dots & \rho_{k-2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \rho_{k-1} & \rho_{k-2} & \rho_{k-3} & \dots & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_{k1} \\ \phi_{k2} \\ \vdots \\ \phi_{kk} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \rho_1 \\ \rho_2 \\ \vdots \\ \rho_k \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

menggunakan metode cramer, untuk $k = 1, 2, \dots$, didapatkan:

$$\begin{aligned} \phi_{11} &= \rho_1 \\ \phi_{22} &= \frac{\begin{vmatrix} 1 & \rho_1 \\ \rho_1 & 1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & \rho_1 \\ \rho_1 & 1 \end{vmatrix}} \\ \phi_{22} &= \frac{\begin{vmatrix} 1 & \rho_1 & \rho_2 \\ \rho_1 & 1 & \rho_1 \\ \rho_2 & \rho_1 & 1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & \rho_1 & \rho_2 \\ \rho_1 & 1 & \rho_1 \\ \rho_2 & \rho_1 & 1 \end{vmatrix}} \\ &\vdots \\ \phi_{kk} &= \frac{\begin{vmatrix} 1 & \rho_1 & \rho_2 & \dots & \rho_{k-1} \\ \rho_1 & 1 & \rho_1 & \dots & \rho_{k-2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \rho_{k-1} & \rho_{k-2} & \rho_{k-3} & \dots & \rho_k \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & \rho_1 & \rho_2 & \dots & \rho_{k-1} \\ \rho_1 & 1 & \rho_1 & \dots & \rho_{k-2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \rho_{k-1} & \rho_{k-2} & \rho_{k-3} & \dots & 1 \end{vmatrix}} \end{aligned} \quad (2.14)$$

persamaan yang lebih efisien untuk menyelesaikan persamaan Yule-Walker:

$$\phi_{kk} = \frac{\rho_k - \sum_{j=1}^{k-1} \phi_{k-1,j} \rho_{k-j}}{1 - \sum_{j=1}^{k-1} \phi_{k-1,j} \rho_j} \quad (2.15)$$

dengan :

ϕ_{kk} : nilai PACF pada lag ke- k

ρ_k : nilai ACF pada lag ke- k

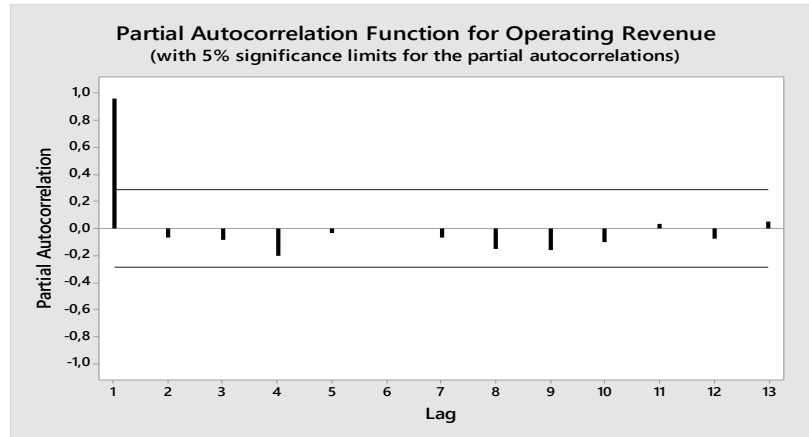
Taksiran kesalahan baku (*standard error*) dari ϕ_{kk} adalah :

$$S_{\phi_{kk}} = \sqrt{\frac{1}{n}} \quad (2.16)$$

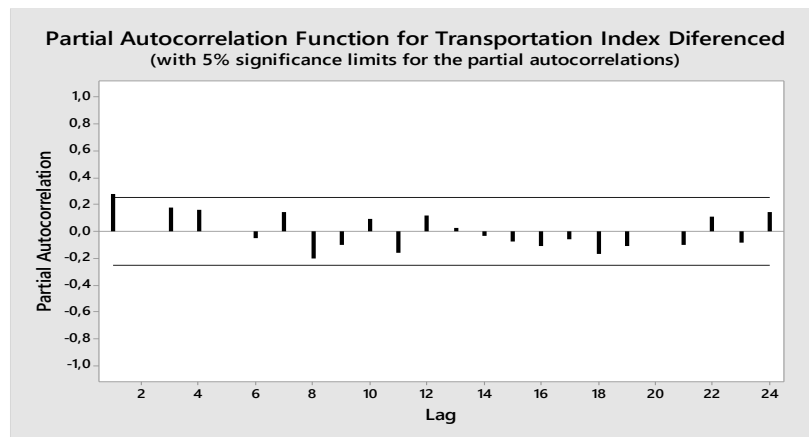
Nilai statistik uji t untuk uji $\phi_{kk} = 0$ atau $\phi_{kk} \neq 0$ adalah :

$$t_{\phi_{kk}} = \frac{\phi_{kk}}{S_{\phi_{kk}}} \quad (2.17)$$

Berikut ini merupakan contoh gambar plot PACF yang belum stasioner dan yang sudah stasioner (Hanke & Winchern, 2005):



Gambar 8. Plot PACF data yang belum stasioner



Gambar 9. Plot PACF data yang stasioner

2.5 Metode *Seasonal Autoregressive Integrated Moving Average (SARIMA)*

2.5.1 Model *Autoregressive (AR)*

Model $AR(p)$ adalah model non-musiman dimana Z_t memiliki keterkaitan dengan data terdahulu. Berikut merupakan bentuk umum suatu proses $AR(p)$ adalah (Aswi dan Sukarna, 2006):

$$\phi_p(B)\dot{Z}_t = a_t$$

atau

$$\dot{Z}_t = \phi_1 \dot{Z}_{t-1} + \phi_2 \dot{Z}_{t-2} + \dots + \phi_p \dot{Z}_{t-p} + a_t \quad (2.18)$$

karena $\dot{Z}_t = Z_t - \mu$ maka persamaan 2.18 dapat ditulis dalam bentuk sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \dot{Z}_t &= \phi_1 \dot{Z}_{t-1} + \dots + \phi_p \dot{Z}_{t-p} + a_t \\ Z_t - \mu &= \phi_1 (Z_{t-1} - \mu) + \dots + \phi_p (Z_{t-p} - \mu) + a_t \\ Z_t - \mu &= \phi_1 Z_{t-1} - \phi_1 \mu + \dots + \phi_p Z_{t-p} - \phi_p \mu + a_t \\ Z_t &= \mu - \phi_1 \mu - \dots - \phi_p \mu + \phi_1 Z_{t-1} + \dots + \phi_p Z_{t-p} + a_t \\ Z_t &= \mu(1 - \phi_1 - \dots - \phi_p) + \phi_1 Z_{t-1} + \dots + \phi_p Z_{t-p} + a_t \\ Z_t &= \mu(1 - (\phi_1 - \dots - \phi_p)) + \phi_1 Z_{t-1} + \dots + \phi_p Z_{t-p} + a_t \\ Z_t &= \phi_0 + \phi_1 Z_{t-1} + \dots + \phi_p Z_{t-p} + a_t \end{aligned} \quad (2.19)$$

dengan:

$$\phi_p(B) = 1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p$$

B : operator *backshift*

Z_t : nilai pengamatan pada waktu ke- t

a_t : suatu proses *white noise* atau galat pada waktu ke- t

ϕ_0 : konstanta rata-rata

ϕ_i : koefisien AR non-musiman, $i = 1, 2, 3, \dots, p$

p : orde AR non-musiman

Mengikuti bentuk umum AR(p) tersebut maka model AR(p) dapat diperluas untuk AR musiman, yaitu model AR(P)^s didefinisikan sebagai berikut:

$$\Phi_P(B^s) \dot{Z}_t = a_t$$

atau

$$\dot{Z}_t = \Phi_1 \dot{Z}_{t-s} + \Phi_2 \dot{Z}_{t-2s} + \dots + \Phi_P \dot{Z}_{t-Ps} + a_t \quad (2.20)$$

dengan:

Φ_i : koefisien AR musiman, $i = 1, 2, 3, \dots, P$

P : orde AR musiman

s : jumlah periode permusim

2.5.2 Model Moving Average (MA)

Moving average (MA) atau metode rata-rata bergerak merupakan metode yang bekerja dengan cara mencari rata-rata dari data aktual pada periode sebelumnya untuk memperkirakan sesuatu di periode yang akan datang. Bentuk umum model MA non-musiman suatu proses *moving average* orde q dinyatakan MA (q) adalah (Aswi dan Sukarna, 2006):

$$\dot{Z}_t = \theta_q(B) a_t$$

atau

$$\dot{Z}_t = a_t - \theta_1 a_{t-1} - \theta_2 a_{t-2} - \dots - \theta_q a_{t-q} \quad (2.21)$$

karena $\dot{Z}_t = Z_t - \mu$ dan diasumsikan $\mu = \theta_0$ maka persamaan 2.21 dapat ditulis dalam bentuk sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \dot{Z}_t &= a_t - \theta_1 a_{t-1} - \dots - \theta_q a_{t-q} \\ Z_t - \mu &= a_t - \theta_1 a_{t-1} - \dots - \theta_q a_{t-q} \\ Z_t - \theta_0 &= a_t - \theta_1 a_{t-1} - \dots - \theta_q a_{t-q} \\ Z_t &= \theta_0 + a_t - \theta_1 a_{t-1} - \dots - \theta_q a_{t-q} \end{aligned} \quad (2.22)$$

dengan:

$$\theta_q(B) = 1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \dots - \theta_q B^q$$

B : operator *backshift*

Z_t : nilai pengamatan pada waktu ke- t

a_t : suatu proses *white noise* atau galat pada waktu ke- t

θ_0 : konstanta rata-rata

θ_i : koefisien MA non-musiman, $i = 1, 2, 3, \dots, q$

q : orde MA non-musiman

Persamaan MA (q) dapat diaplikasikan untuk MA musiman dinyatakan $MA(Q)^s$, yaitu:

$$\dot{Z}_t = \Theta_Q(B^s) a_t$$

atau

$$\dot{Z}_t = a_t - \Theta_1 a_{t-s} - \Theta_2 a_{t-2s} - \dots - \Theta_Q a_{t-Qs} \quad (2.23)$$

dengan:

$$\Theta_t(B^s) = 1 - \Theta_1 B^s - \Theta_2 B^{2s} - \dots - \Theta_Q B^{Qs}$$

Θ_i : koefisien MA musiman, $i = 1, 2, 3, \dots, Q$

Q : orde MA musiman

s : jumlah periode permusim

2.5.3 Model Autoregressive Moving Average (ARMA)

Autoregressive Moving Average (ARMA) merupakan suatu kesatuan dari penggabungan model *Autoregressive* (AR) dan *Moving Average* (MA). Penggabungan kedua metode ini dimaksudkan agar mendapatkan *output* yang lebih baik dan nilai *error* yang lebih kecil. Persamaan dari penggabungan tersebut untuk model ARMA non musiman, dinyatakan $ARMA(p, q)$ adalah (Aswi dan Sukarna, 2006):

$$\phi_p(B) \dot{Z}_t = \theta_q(B) a_t$$

atau

$$\dot{Z}_t = \phi_1 \dot{Z}_{t-1} + \dots + \phi_p \dot{Z}_{t-p} + a_t - \theta_1 a_{t-1} - \dots - \theta_q a_{t-q} \quad (2.24)$$

karena $\dot{Z}_t = Z_t - \mu$ maka persamaan 2.24 dapat ditulis dalam bentuk sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \dot{Z}_t &= \phi_1 \dot{Z}_{t-1} + \dots + \phi_p \dot{Z}_{t-p} + a_t - \theta_1 a_{t-1} - \dots - \theta_q a_{t-q} \\ Z_t - \mu &= \phi_1 (Z_{t-1} - \mu) + \dots + \phi_p (Z_{t-p} - \mu) + a_t - \theta_1 a_{t-1} - \dots - \theta_q a_{t-q} \\ Z_t - \mu &= \phi_1 Z_{t-1} - \phi_1 \mu + \dots + \phi_p Z_{t-p} - \phi_p \mu + a_t - \theta_1 a_{t-1} - \dots - \theta_q a_{t-q} \\ Z_t &= \mu - \phi_1 \mu - \phi_p \mu + \phi_1 Z_{t-1} + \dots + \phi_p Z_{t-p} + a_t - \theta_1 a_{t-1} - \dots - \theta_q a_{t-q} \\ Z_t &= \mu(1 - \phi_1 - \dots - \phi_p) + \phi_1 Z_{t-1} + \dots + \phi_p Z_{t-p} + a_t - \theta_1 a_{t-1} - \dots - \theta_q a_{t-q} \end{aligned}$$

memisalkan $\mu(1 - \phi_1 - \dots - \phi_p) = \phi_0$, maka

$$Z_t = \phi_0 + \phi_1 Z_{t-1} + \dots + \phi_p Z_{t-p} + a_t - \theta_1 a_{t-1} - \dots - \theta_q a_{t-q} \quad (2.25)$$

dengan:

- Z_t : nilai pengamatan pada waktu ke- t
- B : operator *backshift*
- a_t : suatu proses *white noise* atau galat pada waktu ke- t
- ϕ_0 : konstanta rata-rata
- ϕ_i : koefisien AR non-musiman, $i = 1, 2, 3, \dots, p$
- θ_i : koefisien MA non-musiman, $i = 1, 2, 3, \dots, q$
- p : orde AR non-musiman
- q : orde MA non-musiman

Model ARMA(p, q) dapat digunakan untuk model ARMA musiman, dinyatakan ARMA(P, Q)^s yaitu:

$$\Phi_P(B^S)\dot{Z}_t = \Theta_Q(B^S)a_t$$

atau

$$\dot{Z}_t = \Phi_1 \dot{Z}_{t-s} + \dots + \Phi_P \dot{Z}_{t-PS} + a_t - \Theta_1 a_{t-s} - \dots - \Theta_Q a_{t-QS} \quad (2.26)$$

dengan:

- Θ_i : koefisien MA musiman, $i = 1, 2, 3, \dots, Q$
- Φ_i : koefisien AR musiman, $i = 1, 2, 3, \dots, P$
- Q : orde MA musiman
- P : orde AR musiman
- s : jumlah periode permusim

2.5.4 Model Autoregressive Integrated Moving Average (ARIMA)

Model ARIMA merupakan model yang dikembangkan pada tahun 1976 oleh Gwilyn Jenkins dan George Box. Model ARIMA merupakan model yang

tidak memperhitungkan faktor dari variabel bebas untuk proses peramalannya. Rumus umum dari model ARIMA (p, d, q) adalah sebagai berikut (Aswi dan Sukarna, 2006):

$$\phi_p(B)(1-B)^d \dot{Z}_t = \theta_q(B)a_t \quad (2.27)$$

dengan:

$$\phi_p(B) = 1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p$$

$$\theta_q(B) = 1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \dots - \theta_q B^q$$

$$(1-B)^d \quad : \text{ differencing orde non-musiman}$$

$$\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_p \quad : \text{ koefisien orde } p$$

$$\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_q \quad : \text{ koefisien orde } q$$

$$a_t \quad : \text{ nilai galat pada waktu } t \text{ dengan asumsi } white \text{ noise}$$

2.5.5 Model Seasonal Autoregressive Integrated Moving Average (SARIMA)

Definisi 2.7 (SARIMA)

Seasonal Autoregressive Integrated Moving Average (SARIMA) merupakan model ARIMA yang dimodifikasi dengan mempertimbangkan faktor musiman. Secara umum model SARIMA dinotasikan sebagai berikut (Wei, 2006):

$$ARIMA(p, d, q)(P, D, Q)^s$$

dengan:

(p, d, q) : bagian non-musiman dari model

(P, D, Q) : bagian musiman dari model

s : jumlah periode permusim

Apabila ingin lebih mudah melihat korelasi antar periode musiman dari persamaan 2.27, dapat direpresentasikan sebagai model ARIMA berikut:

$$\Phi_p(B^s)(1-B^s)^D \dot{Z}_t = \Theta_q(B^s)a_t \quad (2.28)$$

dengan:

$$\Phi_p(B^s) = 1 - \Phi_1 B^s - \Phi_2 B^{2s} - \dots - \Phi_p B^{ps}$$

$$\Theta_q(B^s) = 1 - \theta_1 B^s - \theta_2 B^{2s} - \dots - \theta_q B^{qs}$$

Berdasarkan persamaan 2.27 dan persamaan 2.28 dapat dibentuk persamaan umum model $ARIMA(p, d, q)(P, D, Q)^s$ sebagai berikut (Palma, 2016):

$$\phi_p(B)\Phi_p(B^s)(1-B)^d(1-B^s)^D \dot{Z}_t = \theta_q(B)\Theta_q(B^s)a_t \quad (2.29)$$

dimana:

p, d, q : orde AR, *differencing*, dan MA non-musiman,

$$\begin{aligned}
P, D, Q & : \text{orde AR, differencing, dan MA musiman,} \\
\phi_p(B) &= 1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p \\
\Phi_p(B^S) &= 1 - \Phi_1 B^S - \Phi_2 B^{2S} - \dots - \Phi_p B^{pS} \\
(1 - B)^d & : \text{orde differencing non-musiman} \\
(1 - B^S)^D & : \text{orde differencing musiman} \\
\theta_q(B) &= 1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \dots - \theta_q B^q \\
\Theta_Q(B^S) &= 1 - \Theta_1 B^S - \Theta_2 B^{2S} - \dots - \Theta_Q B^{QS} \\
\dot{Z}_t &= Z_t - \mu \\
s & : \text{jumlah periode permusim} \\
a_t & : \text{nilai galat pada waktu } t \text{ dengan asumsi } \textit{white noise}
\end{aligned}$$

2.6 Identifikasi Model

Mengidentifikasi data merupakan hal yang paling utama dilakukan sebelum melakukan analisis data. Identifikasi model sementara adalah dengan melihat data deret waktu sudah stasioner atau tidak, baik dalam variansi maupun rata-ratanya. Seperti yang diterangkan sebelumnya, jika deret waktu tidak stasioner dalam variansi maka digunakan metode Box-Cox untuk melakukan transformasi data. Sedangkan data deret waktu yang tidak stasioner dalam rata-rata perlu dilakukan pembedaan (*differencing*).

Setelah data deret waktu sudah stasioner, penentuan model sementara dapat dilihat melalui berapa kali *differencing* untuk memprediksi bagian model d dan D pada $SARIMA(p, d, q)(P, D, Q)^S$. Pada bagian model p, q, P , dan Q dapat dilihat pada pola *Autocorrelation Function* (ACF) dan pola *Partial Autocorrelation Function* (PACF) dengan secara grafis mengikuti ketentuan pada **tabel 2** dan **tabel 3** berikut (Suhartono, 2008):

Tabel 2. Pola teoritis ACF dan PACF yang stasioner

Proses	ACF	PACF
AR(p)	Menurun secara eksponensial (<i>dies down</i>)	Terputus (<i>cuts off</i>) setelah lag p .
MA(q)	Terputus (<i>cuts off</i>) setelah lag q .	Menurun cepat secara eksponensial (<i>dies down</i>)
ARMA(p, q)	Menurun cepat secara eksponensial (<i>dies down</i>)	Menurun cepat secara eksponensial (<i>dies down</i>)
AR(p) atau MA(q)	<i>Cuts off</i> (terputus) setelah lag q	<i>Cuts off</i> (terputus) setelah lag p

<i>White noise</i> (Random)	Tidak ada lag yang signifikan (tidak ada yang keluar batas)	Tidak ada lag yang signifikan (tidak ada yang keluar batas)
--------------------------------	--	--

Tabel 3. Pola teoritis ACF dan PACF musiman yang stasioner

Proses	ACF	PACF
$AR(P)^s$	Menurun cepat secara eksponensial (<i>dies down</i>) pada lag kS , dengan $k = 1, 2, 3, \dots$	Terpotong (<i>cuts off</i>) setelah lag PS .
$MA(Q)^s$	Terpotong (<i>cuts off</i>) setelah lag QS .	Menurun cepat secara eksponensial (<i>dies down</i>) pada lag kS , dengan $k = 1, 2, 3, \dots$
$ARMA(P, Q)^s$	Menurun cepat secara eksponensial (<i>dies down</i>) pada lag kS , dengan $k = 1, 2, 3, \dots$	Menurun cepat secara eksponensial (<i>dies down</i>) pada lag kS , dengan $k = 1, 2, 3, \dots$
$AR(P)^s$ atau $MA(Q)^s$	<i>Cuts off</i> (terputus) setelah lag QS	<i>Cuts off</i> (terputus) setelah lag PS
<i>White noise</i> (Random)	Tidak ada lag yang signifikan (tidak ada yg keluar batas)	Tidak ada lag yang signifikan (tidak ada yg keluar batas)

2.7 Estimasi Parameter Model

Dalam analisis *time series* estimasi parameter bertujuan untuk pembentukan model yang baik. Estimasi ini berguna untuk mendapatkan besaran koefisien pada model. Metode yang dapat digunakan untuk estimasi parameter bermacam-macam, yaitu metode *moment*, *ordinary least square* (OLS), *maximum likelihood estimation* (MLE), atau *conditional least square* (CLS). Metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah metode *maximum likelihood estimation*.

Definisi 2.8 (*Maximum likelihood*)

Menurut Bain dan Engelhardt (1992) metode *Maximum likelihood* merupakan salah satu metode dalam pendugaan parameter dengan menggunakan prinsip memaksimumkan fungsi *likelihood*.

Sebagai contoh diberikan bentuk model AR (1) sebagai berikut (Aswi dan Sukarna, 2006):

$$\begin{aligned}
\dot{Z}_t &= \phi_1 \dot{Z}_{t-1} + a_t \\
Z_t - \mu &= \phi_1 (Z_{t-1} - \mu) + a_t \\
Z_t &= \mu(1 - \phi_1) + \phi_1 Z_{t-1} + a_t \\
Z_t &= \theta_0 + \phi_1 Z_{t-1} + a_t
\end{aligned}$$

dimana $\theta_0 = \mu(1 - \phi_1)$

$$a_t \sim WN(0, \sigma_a^2) \text{ atau } a_t \sim i.i.d. N(0, \sigma_a^2)$$

Catatan:

$WN = \text{white noise}$,

$i.i.d = \text{independent identically distributed}$.

Parameter yang akan ditaksir adalah $(\theta_0, \phi, \sigma_a^2)$. Berdasarkan asumsi awal bahwa data berdistribusi normal, penjabaran fungsi *likelihood*-nya mengikuti bentuk fungsi kepadatan peluang distribusi normal. Rumusan fungsi kepadatan peluang dari $Z_t \sim N(\mu, \sigma_a^2)$ adalah:

$$f(Z_t; \mu, \sigma_a^2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_a^2}} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma_a^2} (Z_t - \mu)^2\right) \quad (2.30)$$

Sedangkan fungsi *likelihood*-nya dituliskan:

$$L(Z_1, Z_2, \dots, Z_T; \mu, \sigma_a^2) = f(Z_1; \mu, \sigma_a^2) f(Z_2; \mu, \sigma_a^2) \dots f(Z_T; \mu, \sigma_a^2) \quad (2.31)$$

Penjabaran fungsi kepadatan peluang untuk data pertama atau Z_1 dengan rata-rata $\mu = \theta_0/(1 - \phi_1)$ dan variansi $\sigma_a^2/(1 - \phi_1^2)$ adalah:

$$f(Z_1; \theta_0, \phi_1, \sigma_a^2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_a^2/(1 - \phi_1^2)}} \exp\left(-\frac{(Z_1 - (\theta_0/(1 - \phi_1)))^2}{2\sigma_a^2/(1 - \phi_1^2)}\right)$$

untuk data yang kedua:

$$Z_2 = \theta_0 + \phi_1 Z_1 + a_2$$

dimana $\theta_0 + \phi_1 Z_1$ sebagai konstanta, kemudian $a_2 \sim N(0, \sigma_a^2)$ dapat ditulis menjadi:

$$Z_2 \sim N(\theta_0 + \phi_1 Z_1, \sigma_a^2)$$

Fungsi kepadatan peluang untuk data yang kedua ini dituliskan sebagai berikut:

$$f(Z_2; \theta_0, \phi_1, \sigma_a^2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_a^2/(1 - \phi_1^2)}} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma_a^2} (Z_2 - \theta_0 - \phi_1 Z_1)^2\right)$$

Fungsi kepadatan peluang untuk data ketiga, keempat dan seterusnya, dapat diperoleh dengan cara yang sama. Apabila data yang kita miliki sampai pada $t = T$, fungsi kepadatan peluang untuk waktu $t = T$ dapat dituliskan sebagai berikut:

$$f(Z_T; \theta_0, \phi_1, \sigma_a^2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_a^2}} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma_a^2} (Z_T - \theta_0 - \phi_1 Z_{T-1})^2\right)$$

Fungsi likelihood untuk model AR(1) dapat diperoleh dengan mengalikan seluruh fungsi kepadatan peluang sebagai berikut:

$$L(Z_1, Z_2, \dots, Z_T; \theta_0, \phi_1, \sigma_a^2) = f(Z_1; \theta_0, \phi_1, \sigma_a^2) f(Z_2; \theta_0, \phi_1, \sigma_a^2) \dots f(Z_T; \theta_0, \phi_1, \sigma_a^2)$$

$$L(Z_1, Z_2, \dots, Z_T; \theta_0, \phi_1, \sigma_a^2) = f(Z_1; \theta_0, \phi_1, \sigma_a^2) \cdot \prod_{t=2}^T f(Z_t; \theta_0, \phi_1, \sigma_a^2)$$

Misalkan

$$\begin{aligned} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_a^2/(1-\phi_1^2)}} \exp\left(\frac{(Z_1 - (\theta_0/(1-\phi_1)))^2}{2\sigma_a^2/(1-\phi_1^2)}\right) &= A \text{ dan} \\ \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_a^2}}\right)^{T-1} \exp\left(\frac{1}{2\sigma_a^2} \sum_{t=2}^T (Z_t - \theta_0 - \phi_1 Z_{t-1})^2\right) &= B, \text{ maka} \\ L(Z_1, Z_2, \dots, Z_T; \theta_0, \phi_1, \sigma_a^2) &= A \cdot B \end{aligned}$$

Bentuk tersebut dapat disederhanakan dengan mentransformasikan ke dalam bentuk persamaan logaritma menjadi:

$$\begin{aligned} L(\theta_0, \phi_1, \sigma_a^2) &= \ln f(Z_1; \theta_0, \phi_1, \sigma_a^2) + \ln \sum_{t=2}^T f(Z_t; \theta_0, \phi_1, \sigma_a^2) \\ &= -\frac{1}{2} \ln(2) - \frac{1}{2} \ln\left(\frac{\sigma_a^2}{1-\phi_1^2}\right) - \frac{(Z_1 - \frac{\theta_0}{1-\phi_1})^2}{\frac{2\sigma_a^2}{1-\phi_1^2}} + \\ &\quad - \frac{T-1}{2} \ln(2\pi) - \frac{T-1}{2} \ln(\sigma_a^2) - \frac{1}{2\sigma_a^2} \sum_{t=2}^T (Z_t - \theta_0 - \phi_1 Z_{t-1})^2 \end{aligned}$$

Penaksir *maximum likelihood* untuk $(\theta_0, \phi, \sigma_a^2)$ adalah nilai-nilai yang dapat memaksimumkan $L(\theta_0, \phi, \sigma_a^2)$. Dianggap nilai Z_1 sebagai peubah deterministik karena untuk $t = 1$ nilai $Z_1 = \theta_0 + a_1$ sehingga hanya perlu memaksimumkan fungsi

$$\ln \sum_{t=2}^T f(Z_t; \theta_0, \phi_1, \sigma_a^2) = -\frac{T-1}{2} \ln(2\pi) - \frac{T-1}{2} \ln(\sigma_a^2) - \frac{1}{2\sigma_a^2} \sum_{t=2}^T (Z_t - \theta_0 - \phi_1 Z_{t-1})^2$$

dengan mengambil turunan terhadap parameter dan menyamakannya dengan nol serta menurunkan fungsi $\ln \sum_{t=2}^T f(Z_t; \theta_0, \phi_1, \sigma_a^2)$ terhadap θ_0 dan ϕ_1 ekuivalen dengan meminimumkan:

$$\sum_{t=2}^T (Z_t - \theta_0 - \phi_1 Z_{t-1})^2 = \sum_{t=2}^T (a_t)^2$$

Sehingga dapat diselesaikan dengan cara penaksiran kuadrat kecil sederhana.

$$\frac{\partial (\sum_{t=2}^T (Z_t - \theta_0 - \phi_1 Z_{t-1})^2)}{\partial \theta_0} = -2 \sum_{t=2}^T (Z_t - \theta_0 - \phi_1 Z_{t-1}) = 0$$

dan

$$\frac{\partial (\sum_{t=2}^T (Z_t - \theta_0 - \phi_1 Z_{t-1})^2)}{\partial \phi_1} = -2 \sum_{t=2}^T (Z_t - \theta_0 - \phi_1 Z_{t-1})(Z_{t-1}) = 0$$

Hasil persamaan di atas adalah

$$-\sum_{t=2}^T Z_t + (T-1)\hat{\theta}_0 + \hat{\phi}_1 \sum_{t=2}^T Z_{t-1} = 0 \quad (2.32)$$

$$-\sum_{t=2}^T Z_t \cdot Z_{t-1} + \hat{\theta}_0 \sum_{t=2}^T Z_{t-1} + \hat{\phi}_1 \sum_{t=2}^T (Z_{t-1})^2 = 0 \quad (2.33)$$

Kedua persamaan pada 2.31 dan 2.32 diselesaikan secara simultan untuk memperoleh nilai $\hat{\phi}_1$ dan $\hat{\theta}_0$. Dari persamaan 2.31 dapat ditulis

$$\hat{\theta}_0 = \frac{\sum_{t=2}^T Z_t}{(T-1)} - \hat{\phi}_1 \frac{\sum_{t=2}^T Z_{t-1}}{(T-1)}$$

Kemudian disubstitusikan ke 2.32 menghasilkan

$$\begin{aligned} & -\sum_{t=2}^T Z_t \cdot Z_{t-1} + \left(\left(\frac{\sum_{t=2}^T Z_t}{(T-1)} - \hat{\phi}_1 \frac{\sum_{t=2}^T Z_{t-1}}{(T-1)} \right) \sum_{t=2}^T Z_{t-1} \right) + \hat{\phi}_1 \sum_{t=2}^T (Z_{t-1})^2 = 0 \\ & -\sum_{t=2}^T Z_t \cdot Z_{t-1} + \left(\frac{\sum_{t=2}^T Z_t}{(T-1)} \cdot \sum_{t=2}^T Z_{t-1} - \hat{\phi}_1 \frac{(\sum_{t=2}^T Z_{t-1})^2}{(T-1)} \right) + \hat{\phi}_1 \sum_{t=2}^T (Z_{t-1})^2 = 0 \end{aligned}$$

Lalu dikali dengan $(T-1)$

$$\begin{aligned} & -(T-1) \sum_{t=2}^T Z_t \cdot Z_{t-1} + \sum_{t=2}^T Z_t \sum_{t=2}^T Z_{t-1} - \hat{\phi}_1 (\sum_{t=2}^T Z_{t-1})^2 + \hat{\phi}_1 (T-1) \sum_{t=2}^T (Z_{t-1})^2 = 0 \\ & -\hat{\phi}_1 (\sum_{t=2}^T Z_{t-1})^2 + \hat{\phi}_1 (T-1) \sum_{t=2}^T (Z_{t-1})^2 = (T-1) \sum_{t=2}^T Z_t \cdot Z_{t-1} - \sum_{t=2}^T Z_t \sum_{t=2}^T Z_{t-1} \\ & \hat{\phi}_1 ((T-1) \sum_{t=2}^T (Z_{t-1})^2 - (\sum_{t=2}^T Z_{t-1})^2) = (T-1) \sum_{t=2}^T Z_t \cdot Z_{t-1} - \sum_{t=2}^T Z_t \sum_{t=2}^T Z_{t-1} \end{aligned}$$

sehingga diperoleh nilai $\hat{\phi}_1$ sebagai berikut

$$\hat{\phi}_1 = \frac{(T-1) \sum_{t=2}^T Z_t \cdot Z_{t-1} - \sum_{t=2}^T Z_t \cdot \sum_{t=2}^T Z_{t-1}}{(T-1) \sum_{t=2}^T (Z_{t-1})^2 - (\sum_{t=2}^T Z_{t-1})^2} \quad (2.34)$$

dan nilai $\hat{\theta}_0$ didapat dengan mensubstitusi persamaan 2.33 pada 2.31 yaitu

$$\begin{aligned} & -\sum_{t=2}^T Z_t + (T-1)\hat{\theta}_0 + \left(\frac{(T-1) \sum_{t=2}^T Z_t \cdot Z_{t-1} - \sum_{t=2}^T Z_t \cdot \sum_{t=2}^T Z_{t-1}}{(T-1) \sum_{t=2}^T (Z_{t-1})^2 - (\sum_{t=2}^T Z_{t-1})^2} \sum_{t=2}^T Z_{t-1} \right) = 0 \\ & -\sum_{t=2}^T Z_t + (T-1)\hat{\theta}_0 + \left(\frac{(T-1) \sum_{t=2}^T (Z_{t-1})^2 \sum_{t=2}^T Z_t - \sum_{t=2}^T Z_{t-1} \sum_{t=2}^T Z_t \cdot Z_{t-1}}{(T-1) \sum_{t=2}^T (Z_{t-1})^2 - (\sum_{t=2}^T Z_{t-1})^2} \right) = 0 \\ & (T-1)\hat{\theta}_0 = \sum_{t=2}^T Z_t - \left(\frac{(T-1) \sum_{t=2}^T (Z_{t-1})^2 \sum_{t=2}^T Z_t - \sum_{t=2}^T Z_{t-1} \sum_{t=2}^T Z_t \cdot Z_{t-1}}{(T-1) \sum_{t=2}^T (Z_{t-1})^2 - (\sum_{t=2}^T Z_{t-1})^2} \right) \\ & \hat{\theta}_0 = \frac{\sum_{t=2}^T Z_t}{(T-1)} - \frac{\left(\frac{(T-1) \sum_{t=2}^T (Z_{t-1})^2 \sum_{t=2}^T Z_t - \sum_{t=2}^T Z_{t-1} \sum_{t=2}^T Z_t \cdot Z_{t-1}}{(T-1) \sum_{t=2}^T (Z_{t-1})^2 - (\sum_{t=2}^T Z_{t-1})^2} \right)}{(T-1)} \\ & \hat{\theta}_0 = \frac{\sum_{t=2}^T Z_t}{(T-1)} - \frac{(T-1) \sum_{t=2}^T (Z_{t-1})^2 \sum_{t=2}^T Z_t - \sum_{t=2}^T Z_{t-1} \sum_{t=2}^T Z_t \cdot Z_{t-1}}{(T-1) \left((T-1) \sum_{t=2}^T (Z_{t-1})^2 - (\sum_{t=2}^T Z_{t-1})^2 \right)} \\ & \hat{\theta}_0 = \frac{(T-1) \sum_{t=2}^T Z_t \left((T-1) \sum_{t=2}^T (Z_{t-1})^2 - (\sum_{t=2}^T Z_{t-1})^2 \right)}{(T-1)^2 \left((T-1) \sum_{t=2}^T (Z_{t-1})^2 - (\sum_{t=2}^T Z_{t-1})^2 \right)} - \\ & \frac{(T-1)^2 \sum_{t=2}^T (Z_{t-1})^2 \sum_{t=2}^T Z_t - (T-1) \sum_{t=2}^T Z_{t-1} \sum_{t=2}^T Z_t \cdot Z_{t-1}}{(T-1)^2 \left((T-1) \sum_{t=2}^T (Z_{t-1})^2 - (\sum_{t=2}^T Z_{t-1})^2 \right)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\hat{\theta}_0 &= \frac{((T-1)^2 \sum_{t=2}^T Z_t \sum_{t=2}^T (Z_{t-1})^2 - (T-1) \sum_{t=2}^T Z_t (\sum_{t=2}^T Z_{t-1})^2)}{(T-1)^2 \left((T-1) \sum_{t=2}^T (Z_{t-1})^2 - (\sum_{t=2}^T Z_{t-1})^2 \right)} - \\
&\quad \frac{(T-1)^2 \sum_{t=2}^T (Z_{t-1})^2 \sum_{t=2}^T Z_t - (T-1) \sum_{t=2}^T Z_{t-1} \sum_{t=2}^T Z_t Z_{t-1}}{(T-1)^2 \left((T-1) \sum_{t=2}^T (Z_{t-1})^2 - (\sum_{t=2}^T Z_{t-1})^2 \right)} \\
\hat{\theta}_0 &= \frac{(T-1)^2 \sum_{t=2}^T Z_t \sum_{t=2}^T (Z_{t-1})^2 - (T-1)^2 \sum_{t=2}^T (Z_{t-1})^2 \sum_{t=2}^T Z_t}{(T-1)^2 \left((T-1) \sum_{t=2}^T (Z_{t-1})^2 - (\sum_{t=2}^T Z_{t-1})^2 \right)} \\
\hat{\theta}_0 &= \frac{\sum_{t=2}^T Z_t \sum_{t=2}^T (Z_{t-1})^2 - \sum_{t=2}^T Z_{t-1} \sum_{t=2}^T Z_t Z_{t-1}}{(T-1) \sum_{t=2}^T (Z_{t-1})^2 - (\sum_{t=2}^T Z_{t-1})^2} \quad (2.35)
\end{aligned}$$

dengan cara penjabaran yang sama maka didapat nilai $\hat{\sigma}_a^2$, yaitu

$$\begin{aligned}
\frac{\ln \sum_{t=2}^T f(Z_t; \theta_0, \phi_1, \sigma_a^2)}{\partial \sigma_a^2} &= -\frac{(T-1)}{\sigma_a^2} + \frac{\sum_{t=2}^T (Z_t - \theta_0 - \phi_1 Z_{t-1})^2}{\sigma_a^4} = 0 \\
-\frac{(T-1)}{\sigma_a^2} &= -\frac{\sum_{t=2}^T (Z_t - \theta_0 - \phi_1 Z_{t-1})^2}{\sigma_a^4} \\
\frac{(T-1)}{\sigma_a^2} &= \frac{\sum_{t=2}^T (Z_t - \theta_0 - \phi_1 Z_{t-1})^2}{\sigma_a^4} \\
\frac{(T-1)\sigma_a^4}{\sigma_a^2} &= \sum_{t=2}^T (Z_t - \theta_0 - \phi_1 Z_{t-1})^2 \\
(T-1)\sigma_a^2 &= \sum_{t=2}^T (Z_t - \theta_0 - \phi_1 Z_{t-1})^2 \\
\sigma_a^2 &= \frac{\sum_{t=2}^T (Z_t - \theta_0 - \phi_1 Z_{t-1})^2}{(T-1)}
\end{aligned}$$

sehingga diperoleh nilai $\hat{\sigma}_a^2$ sebagai berikut

$$\hat{\sigma}_a^2 = \sum_{t=2}^T \frac{(Z_t - \hat{\theta}_0 - \hat{\phi}_1 Z_{t-1})^2}{T-1} \quad (2.36)$$

Menggunakan cara yang sama dapat diperoleh taksiran parameter dari model MA, ARMA dan model musiman dengan mengganti parameternya.

2.8 Pemeriksaan Diagnostik

Pemeriksaan diagnostik dapat dibagi menjadi dua bagian, yaitu uji signifikansi parameter dan uji asumsi residual (meliputi uji normalitas dan uji asumsi *white noise*).

2.8.1 Uji Signifikansi Parameter

Pengujian signifikansi parameter digunakan untuk menguji apakah suatu parameter model layak masuk dalam model atau tidak. Secara umum, misalkan θ adalah suatu parameter pada model dan $\hat{\theta}$ adalah nilai taksiran parameter tersebut, serta $SE(\hat{\theta})$ adalah *standard error* dari nilai taksiran, maka uji signifikan dapat dilakukan dengan tahapan sebagai berikut:

Hipotesis : H_0 : Parameter model tidak signifikan

H_1 : Parameter model signifikan

Statistik Uji t : $t_{hitung} = \frac{\hat{\theta}}{SE(\hat{\theta})}$

Kriteria Penolakan : Tolak H_0 jika $|t_{hitung}| > \frac{t_{\alpha}}{2}; df = n - n_p$, n_p merupakan banyaknya parameter atau dengan menggunakan nilai- p (p -value), yakni tolak H_0 jika nilai- $p < \alpha$.

2.8.2 Uji Asumsi Residual

Uji asumsi residual digunakan untuk menentukan model SARIMA yang terbaik, dimana harus dipilih model yang harus memenuhi 2 asumsi residual yaitu berdistribusi normal dan *white noise*.

1. Uji White Noise

Definisi 2.9 (*White noise*)

Menurut Wei (2006) suatu proses $\{a_t\}$ dinamakan *white noise process* (proses yang bebas dan identik) apabila data terdiri dari variabel acak yang berurutan tidak saling berkorelasi dan mengikuti distribusi tertentu. Rata-rata $E(a_t) = \mu_a$ dari proses ini diasumsikan bernilai nol dan mempunyai variansi yang konstan yaitu $Var(a_t) = \sigma_a^2$ dan nilai kovariansi untuk proses ini $\gamma_k = Cov(a_t, a_{t+k}) = 0$ untuk $k \neq 0$.

Berdasarkan definisi tersebut, dapat dikatakan bahwa suatu *white noise process* $\{a_t\}$ adalah stasioner dengan beberapa sifat berikut.

Fungsi autokovariansi

$$\gamma_k = \begin{cases} \sigma_a^2 & \text{untuk } k = 0 \\ 0 & \text{untuk } k \neq 0 \end{cases} \quad (2.37)$$

Fungsi autokorelasi

$$\rho_k = \begin{cases} 1 & \text{untuk } k = 0 \\ 0 & \text{untuk } k \neq 0 \end{cases} \quad (2.38)$$

Fungsi autokorelasi parsial

$$\phi_{kk} = \begin{cases} 1 & \text{untuk } k = 0 \\ 0 & \text{untuk } k \neq 0 \end{cases} \quad (2.39)$$

Pada proses *white noise* digunakan pengujian *Ljung-Box* untuk melihat apakah residual dalam proses *white noise* sudah memenuhi atau belum, dengan persamaan:

$$Q = n(n+2) \sum_{k=1}^K \frac{\rho_k^2}{n-K} \quad (2.40)$$

dengan:

n : jumlah data

k : nilai lag ke- k
 K : maksimum lag
 ρ_k : nilai fungsi autokorelasi lag- k

Hipotesis : H_0 : residual memenuhi *white noise*
 H_1 : residual tidak memenuhi *white noise*

Kriteria Penolakan : Tolak H_0 jika $Q > X^2_{(\alpha/df:K-k)}$ (K berarti pada lag K dan k adalah jumlah parameter) atau nilai p -value $< \alpha$ (nilai $\alpha = 0,05$).

Dengan demikian, suatu deret waktu disebut *white noise* jika rata-rata dan variansinya konstan dan saling bebas (Aswi dan Sukarna, 2006).

2. Uji Normalitas

Definisi 2.10 (Normalitas)

Normalitas merupakan salah satu asumsi untuk mengetahui apakah data yang diperoleh berasal dari populasi yang berdistribusi normal atau tidak berdasarkan data yang diperoleh dari sampel berskala ordinal, interval ataupun rasio, yang nantinya akan diuji menggunakan statistik parametrik (Herawati, 2016).

Salah satu uji yang digunakan adalah uji *Kolmogorov-Smirnov*. *Kolmogorov-Smirnov* merupakan uji normalitas yang umum digunakan karena dinilai lebih sederhana dan tidak menimbulkan perbedaan persepsi. Uji *Kolmogorov-Smirnov* dilakukan dengan tingkat signifikan 0,05. Pengujian ini dapat dilakukan dengan melihat profitabilitas dari *Kolmogorov-Smirnov Z statistic*. Pengambilan keputusan uji *Kolmogorov-Smirnov* sebagai berikut (Ghozali, 2007):

Hipotesis : $H_0: F(x) = F_0(x)$ Residual berdistribusi normal (untuk semua x)

$H_1: F(x) \neq F_0(x)$ Residual tidak berdistribusi normal (untuk beberapa x)

Statistik Uji : $D_{hitung} = \sup_x |S_{(x)} - F_0(x)|$

Kriteria Penolakan : Tolak H_0 jika $D_{hitung} > D_{\alpha,n}$ atau p -value $< \alpha$ dengan menggunakan $\alpha = 0.05$.

2.9 Pemilihan Model Terbaik

Ketepatan metode dalam peramalan merupakan suatu hal yang sangat penting, hal ini dikarenakan ketepatan metode berguna dalam mengevaluasi hasil dari peramalan yang telah dilakukan. Oleh karena itu suatu metode peramalan pasti menghasilkan kesalahan. Apabila tingkat kesalahan semakin kecil maka hasil peramalan akan semakin tepat. Dalam memilih model terbaik

apabila terdapat hanya satu model yang cocok untuk peramalan, maka model tersebut merupakan model terbaik dan dapat digunakan tanpa melihat tingkat kesalahan. Namun apabila lebih dari satu model yang cocok maka untuk memilih model terbaik dapat dilihat dari tingkat kesalahan terkecil.

Banyak cara dalam menghitung kesalahan prediksi contohnya *Mean Percentage Error* (MPE), *Mean Square Error* (MSE), *Mean Absolute Error* (MAE), *Mean Absolute Percentage Error* (MAPE) (Wei, 2006). Pada penelitian ini menggunakan MAPE dan MSE untuk menghitung tingkat kesalahan prediksi.

1. *Mean Absolute Percentage Error* (MAPE)

MAPE merupakan rata-rata diferensiasi absolut antara nilai peramalan dan aktual, yang dinyatakan sebagai persentase nilai aktual. Mape dapat dicari dengan menggunakan rumus pada persamaan 2.41.

$$MAPE = \left(\frac{1}{n} \sum_{t=1}^n \left| \frac{Z_t - \hat{Z}_t}{Z_t} \right| \right) 100\% \quad (2.41)$$

dengan:

Z_t : nilai pengamatan pada periode t

$\hat{Z}_t$: nilai dugaan/taksiran waktu ke- t

n : jumlah data

Penggunaan MAPE pada evaluasi hasil dapat menghindari pengukuran akurasi terhadap besarnya nilai aktual dan nilai prediksi. Kriteria nilai MAPE ditunjukkan pada tabel 4 (Chang et al., 2007).

Tabel 4. Kriteria nilai MAPE

MAPE (x)	Pengertian
$x < 10\%$	Kemampuan peramalan sangat baik
$10\% \leq x < 20\%$	Kemampuan peramalan baik
$20\% \leq x < 50\%$	Kemampuan peramalan cukup
$x \geq 50\%$	Kemampuan peramalan buruk

2. *Mean Square Error* (MSE)

Nilai MSE digunakan untuk mengukur ketepatan nilai dugaan model SARIMA yang dinyatakan dalam rata-rata kuadrat dari kesalahan. MSE dapat dicari dengan rumus pada persamaan 2.42.

$$MSE = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n (Z_t - \hat{Z}_t)^2 \quad (2.42)$$

dengan:

Z_t : nilai pengamatan pada periode t

$\hat{Z}_t$: nilai dugaan/taksiran waktu ke- t

n : jumlah data

III. METODOLOGI PENELITIAN

3.1 Jenis dan Sumber Data

Jenis data yang digunakan pada penelitian ini berupa data sekunder (*time series*). Sumber data pada penelitian ini diperoleh dari beberapa Divisi Regional PT KAI di Pulau Sumatera yaitu Divisi Regional 1 (Sumatera Utara dan Aceh), Divisi Regional 2 (Sumatera Barat), Divisi Regional 3 (Sumatera Selatan), dan Divisi Regional 4 (Lampung) yang telah bekerja sama dengan Badan Pusat Statistik (<http://bps.go.id>) yang telah dirangkum dalam bentuk data dari Januari 2012 sampai dengan Desember 2020. Untuk data tahun 2021 telah diproses permintaan permohonan data melalui PT KAI berdasarkan **lampiran 15**.

3.2 Variabel Penelitian

Variabel yang digunakan pada penelitian ini adalah jumlah penumpang kereta api di Pulau Sumatera periode bulan Januari tahun 2012 sampai Desember 2020. Adapun bentuk variabel pada penelitian ini dapat dilihat pada tabel di bawah ini :

Tabel 5. Variabel Penelitian

Variabel	Simbol	Satuan	Interval Waktu
Jumlah penumpang kereta api ke-t, $t=1,2,3,\dots,108$	Z_t	Ribu orang	Bulanan

3.3 Metode Analisis Data

Metode analisis data yang digunakan dalam penelitian ini adalah metode analisis kuantitatif, dimana data yang digunakan tersebut berupa angka-angka yang dapat dihitung atau diukur secara matematis.

Langkah-langkah yang dilakukan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut :

1. Identifikasi Masalah

Pada penelitian ini akan dilakukan peramalan jumlah penumpang kereta api di pulau Sumatera, dikarenakan perlu adanya peramalan jumlah penumpang kereta api untuk mengatasi permasalahan yang terjadi apabila ada kenaikan jumlah penumpang sehingga dilakukan peramalan jumlah penumpang menggunakan metode SARIMA.

2. Mengumpulkan Data

Data yang digunakan adalah berupa data kuantitatif. Data yang telah di dokumentasi oleh PT KAI di Pulau Sumatera yang telah bekerja sama dengan Badan pusat Statistik (BPS) Indonesia.

3. Analisis dengan Metode SARIMA

Analisis pada penelitian dilakukan dengan langkah-langkah sebagai berikut :

- a. Mempersiapkan data jumlah penumpang kereta api di Pulau Sumatera dari Januari 2012 sampai Desember 2020.
- b. Membuat plot deret waktu, ACF dan PACF untuk data aktual
- c. Mengidentifikasi kestasioneran data. Jika data belum stasioner dalam variansinya maka dilakukan transformasi Box-Cox yaitu dengan persamaan:

$$Z_t^{(\lambda)} = \frac{Z_t^{(\lambda)} - 1}{\lambda}$$

dan jika data belum stasioner dalam rata-rata maka dilakukan *differencing* dengan menggunakan persamaan:

$$\Delta^d Z_t = (1 - B)^d Z_t$$

Selain itu digunakan uji *Philips-Perron* untuk menguji kestasioneran secara tepat menggunakan nilai dengan tahapan sebagai berikut:

1. Hipotesis

H_0 : data *uni root* (data tidak stasioner)

H_1 : data tidak *uni root* (data stasioner)

2. Statistik uji

$$\Delta Z_t = \beta_0 + \beta_1 Z_{t-1} + a_t$$

3. Kriteria penolakan

Tolak H_0 jika $p - value < \alpha$ atau nilai $|t| >$ nilai mutlak kritik *MacKinnon*.

- d. Plot deret waktu, ACF dan PACF dari data hasil *differencing* dan transformasi. Jika data sudah stasioner, langsung menentukan model.
- e. Melakukan estimasi parameter model yang diperoleh dengan metode *maximum likelihood estimation*

- f. Menguji kelayakan model, jika model belum memadai maka dilakukan uji model baru dengan uji signifikansi parameter, uji *white noise*, dan uji normalitas. Uji signifikansi parameter dengan melakukan tahapan sebagai berikut:

1. Hipotesis

H_0 : Parameter model tidak signifikan

H_1 : Parameter model signifikan

2. Statistik uji

$t_{hitung} = \frac{\hat{\theta}}{SE(\hat{\theta})}$, dengan $SE(\hat{\theta})$ adalah *standar error* dari nilai taksiran $\hat{\theta}$

3. Daerah penolakan

Tolak H_0 jika $|t_{hitung}| > t_{\alpha/2; df = n - n_p}$, n_p = banyaknya parameter atau menggunakan nilai *p-value* yakni tolak H_0 jika nilai *p-value* $< \alpha$, $\alpha = 0,05$.

Uji *white noise* dengan melakukan tahapan sebagai berikut:

1. Hipotesis

H_0 : residual memenuhi *white noise*

H_1 : residual tidak memenuhi *white noise*

2. Statistik uji

$$Q^* = n(n+2) \sum_{k=1}^K \frac{\hat{\rho}_k^2}{(n-k)}$$

3. Kriteria Penolakan

Tolak H_0 jika $Q < X_{(\alpha/df; K-k)}^2$ (K berarti pada *lag* K dan k adalah jumlah parameter) atau nilai *p-value* $< \alpha$ (nilai $\alpha = 0,05$).

Uji normalitas dengan melakukan tahapan sebagai berikut:

1. Hipotesis

H_0 : $F(x) = F_0(x)$ Residual berdistribusi normal (untuk semua x)

H_1 : $F(x) \neq F_0(x)$ Residual tidak berdistribusi normal (untuk beberapa x)

2. Statistik Uji

$$D_{hitung} = \sup_x |S_{(x)} - F_0(x)|$$

3. Kriteria Penolakan

Tolak H_0 jika $D_{hitung} > D_{\alpha, n}$ atau *p-value* $< \alpha$ dengan menggunakan $\alpha = 0.05$.

- g. Memilih model terbaik dengan menggunakan MSE dan MAPE dengan nilai *error* terkecil.

$$MAPE = \left(\frac{1}{n} \sum_{t=1}^n \left| \frac{Z_t - \hat{Z}_t}{Z_t} \right| \right) 100\%$$

$$MSE = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n (Z_t - \hat{Z}_t)^2$$

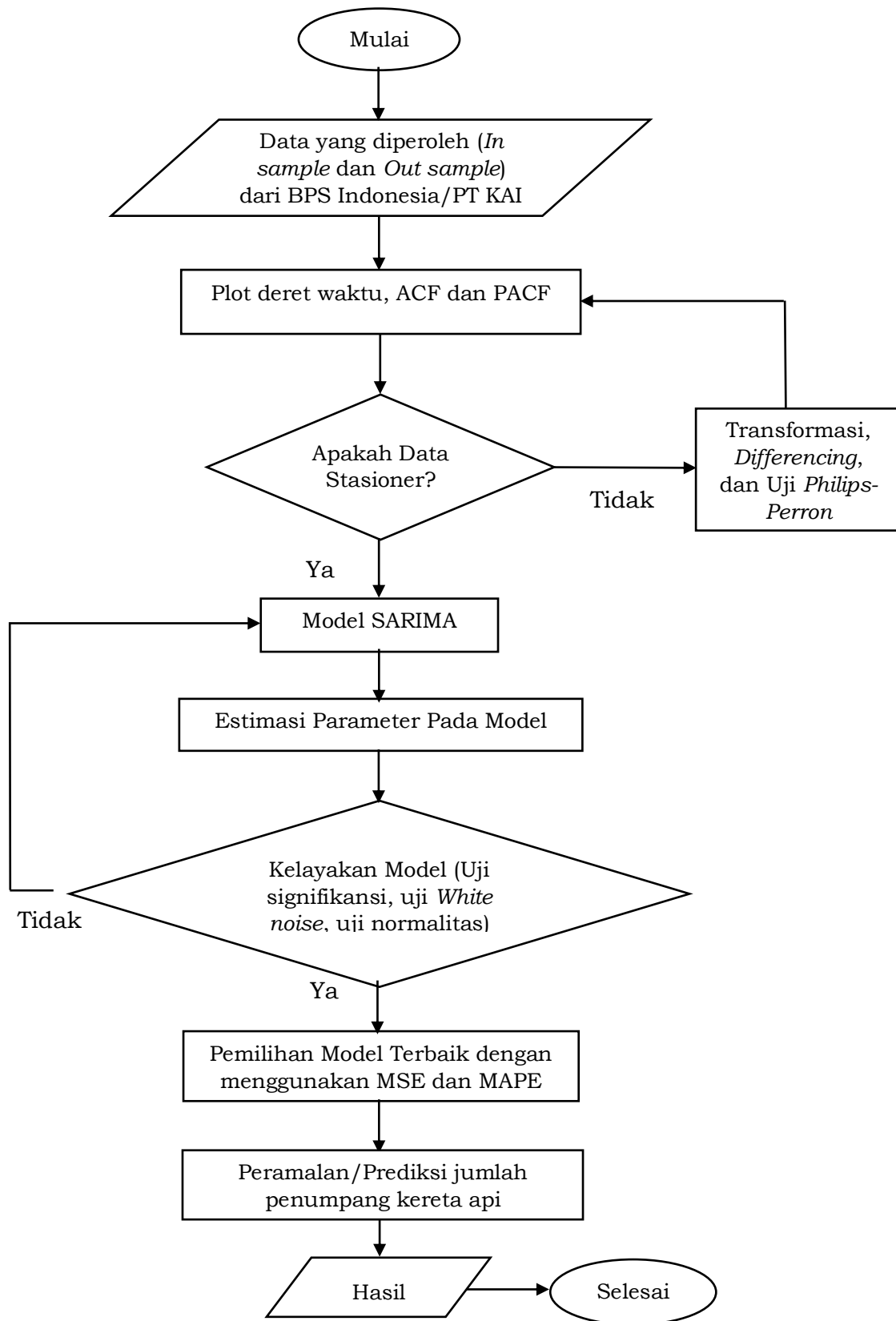
h. Melakukan prediksi untuk beberapa periode kedepan.

4. Analisis Hasil Penelitian

Hasil penelitian di dapatkan setelah mengetahui peramalan jumlah penumpang kereta api di Pulau Sumatera, dimana penelitian menggunakan metode SARIMA.

3.4 Diagram Penelitian

Langkah-langkah yang akan dilakukan pada penelitian ini dapat dilihat dalam diagram alir dibawah ini:



Gambar 10. Diagram Alir Penelitian

IV. HASIL DAN PEMBAHASAN

4.1 Data Jumlah penumpang Kereta Api di Pulau Sumatera

Data yang digunakan adalah data penumpang kereta api di Pulau Sumatera meliputi wilayah divisi regional 1 sampai dengan divisi regional 4 dari bulan Januari tahun 2012 sampai bulan Desember tahun 2020. Satuan angka dalam data adalah ribu orang, data dibagi menjadi data *insample* mulai dari Januari 2012 sampai Desember 2019 dan data *outsample* mulai dari bulan Januari 2020 sampai Desember 2020. Data dapat dilihat pada tabel berikut.

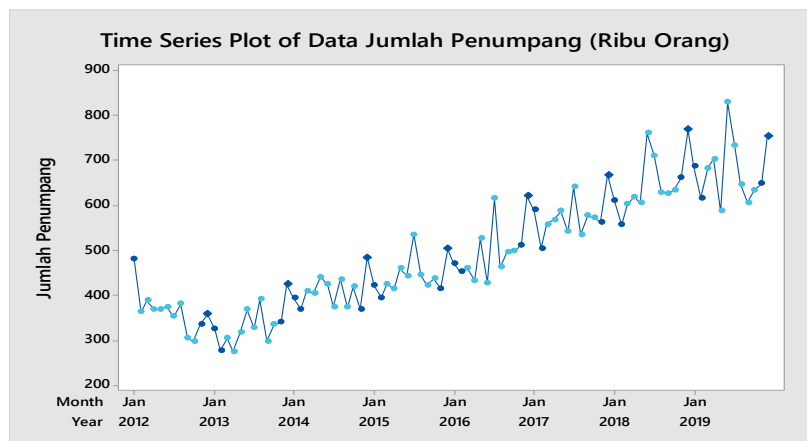
Tabel 6. Data Keseluruhan Penumpang Kereta Api di Pulau Sumatera (ribu orang)

Tahun	Januari	Februari	Maret	April	Mei	Juni	Juli	Agustus	September	Oktober	November	Desember
2012	482	364	389	370	370	375	353	381	305	299	337	359
2013	327	279	305	276	318	369	328	392	299	336	341	425
2014	394	370	409	406	441	425	375	436	374	420	370	484
2015	422	396	426	415	460	444	535	445	424	438	416	503
2016	472	453	461	434	527	429	615	463	497	498	512	620
2017	590	505	558	568	588	542	641	536	577	572	563	667
2018	610	557	603	619	605	760	711	630	626	634	661	768
2019	687	617	683	703	588	829	732	647	606	634	649	753
2020	658	604	476	85	8	18	33	95	134	169	199	253

Tabel 6 menunjukkan data penumpang kereta api di Pulau Sumatera dalam ribuan dan total data yang didapat adalah 108 bulan. Dari tabel dapat dilihat bahwa rata-rata jumlah penumpang tertinggi untuk setiap tahunnya adalah pada bulan Desember dan selanjutnya perlu identifikasi data dengan menggunakan plot deret waktu.

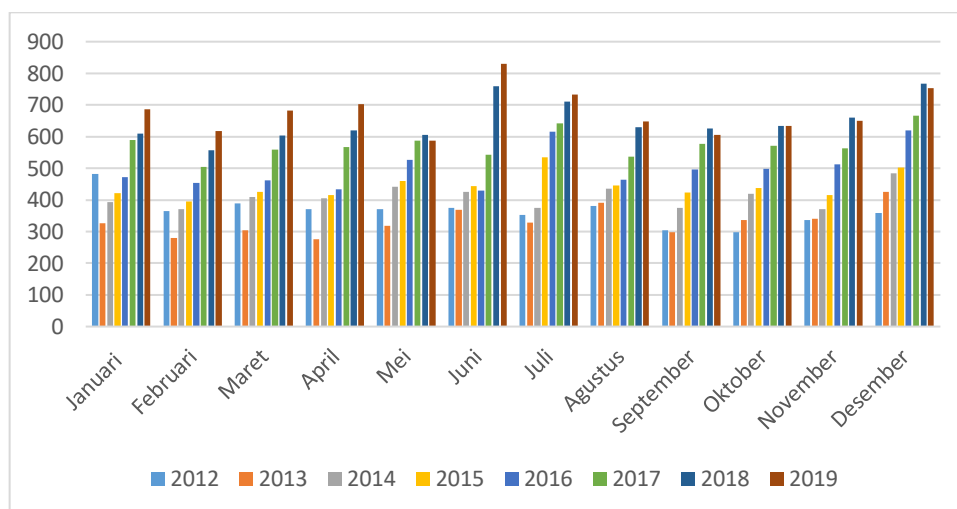
4.2 Identifikasi Plot Deret Waktu

Pengidentifikasian plot deret waktu berguna untuk mengetahui bentuk daripada data penelitian. Berikut merupakan plot data penumpang kereta api di Pulau Sumatera pada penelitian ini.



Gambar 11. Plot data jumlah penumpang kereta api di Pulau Sumatera

Plot pada **gambar 11** adalah untuk tahun 2012-2019 karena data tersebut yang digunakan untuk mendapatkan model. Berdasarkan **gambar 11** data mempunyai pola musiman dilihat dari plot data yang naik turun, dan juga terdapat pola *trend* naik dimana data terus mengalami kenaikan. Pola musiman dapat dideteksi dari pola yang diulang dimana data akan menunjukkan naik dan turun dalam jangka waktu yang tetap. Sebelum ke tahap analisis model, data dibagi menjadi data *in sample* dan data *out sample*. Data *in sampel* ini berfungsi sebagai pembentuk model yang kemudian digunakan untuk melakukan peramalan (data dari Januari 2012 sampai dengan Desember 2019 dengan sebanyak 96 data). Sedangkan data-data *out sample* adalah data yang digunakan untuk mengevaluasi hasil peramalan dari model yang didapat, data *out sample* juga berfungsi untuk pembandingan dengan hasil peramalan (data dari bulan Januari sampai bulan Desember tahun 2020 yaitu sebanyak 12 data). Berikut ini merupakan grafik data dari tahun 2012 sampai dengan tahun 2019 untuk memperjelas pola musiman dalam data.



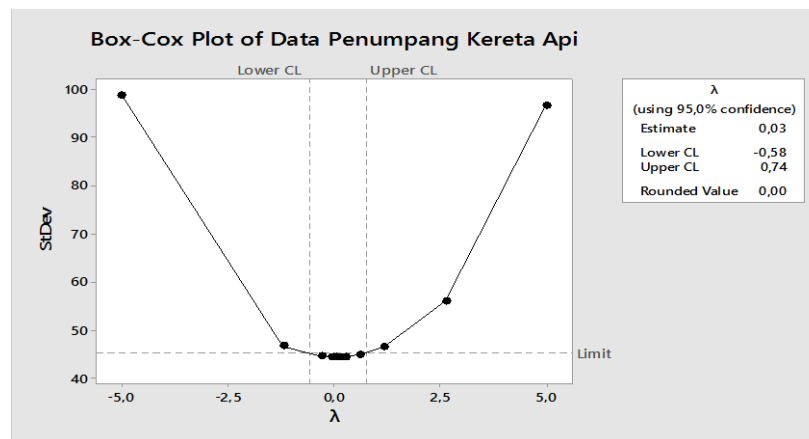
Gambar 12. Grafik data jumlah penumpang kereta api di Pulau Sumatera

Berdasarkan **Gambar 12** terlihat bahwa dalam grafik tiap bulannya dari Januari tahun 2012 sampai dengan Desember tahun 2019 terdapat *trend* naik pada data. Data dikatakan seasonal pada akhir tahun dikarenakan terlihat dari grafik untuk warna yang sama dari November ke Desember selalu mengalami kenaikan dan dari Desember ke Januari (warna berbeda untuk tahun selanjutnya) selalu mengalami penurunan.

4.3 Identifikasi Kestasioneran Data

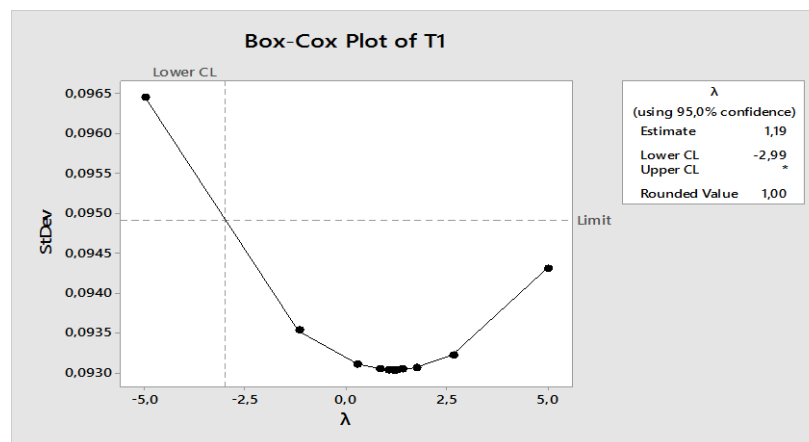
Berdasarkan plot data pada **gambar 11** data yang digunakan pada penelitian ini belum stasioner baik dalam variansi maupun dalam rata-rata. Data

tidak stasioner dikarenakan data yang berpola trend naik dan harus di stasionerkan dengan melakukan transformasi Box-Cox untuk stasioner dalam variansi dan *differencing* data untuk stasioner dalam rata-rata. Hal pertama yang perlu dilakukan adalah mengidentifikasi kestasioneran data dalam variansi. Berikut merupakan hasil identifikasi kestasioneran data dalam variansi dengan menggunakan transformasi Box-Cox.



Gambar 13. Plot data Box-Cox jumlah penumpang kereta api

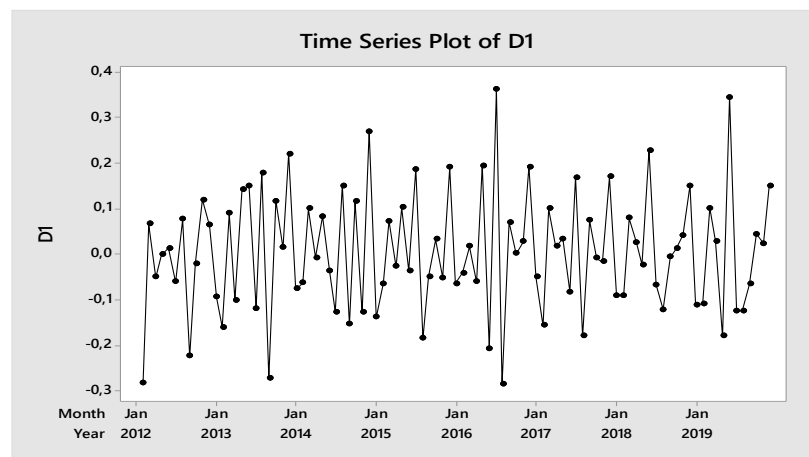
Berdasarkan **gambar 13** nilai transformasi Box-Cox adalah 0,00 artinya nilai belum signifikan dan data dikatakan masih belum stasioner dalam variansi. Sehingga perlu dilakukan transformasi pertama pada data, berikut merupakan plot data hasil transformasi berdasarkan **lampiran 1**.



Gambar 14. Plot data Box-Cox transformasi pertama

Berdasarkan **gambar 14** setelah melakukan transformasi yang pertama, nilai transformasi Box-Cox menjadi 1,00 yang artinya data sudah signifikan dan stasioner dalam variansi. Selanjutnya dilakukan kestasioneran data dalam rata-rata dengan melakukan *differencing* pertama pada data hasil transformasi

pertama, berikut merupakan plot data hasil *differencing* pertama berdasarkan **lampiran 2**.



Gambar 15. Plot data hasil *differencing* pertama

Secara visual pada **gambar 15** data penelitian telah stasioner dalam rata-rata karena fluktuasi data teratur membentuk pola horizontal dan tidak ada lagi *trend* didalamnya. Sedangkan secara *value* dapat dilihat pada pengujian Phillips-Perron dengan hipotesis sebagai berikut.

H_0 : data tidak stasioner

H_1 : data stasioner

Daerah penolakan H_0 adalah jika nilai $p - value < \alpha$ dengan nilai $\alpha = 0,05$ atau nilai $|t| >$ nilai mutlak kritis *MacKinnon*.. Hasil dari uji *Phillips-Perron* dapat dilihat pada tabel berikut.

Tabel 7. Uji *Phillips-Perron*

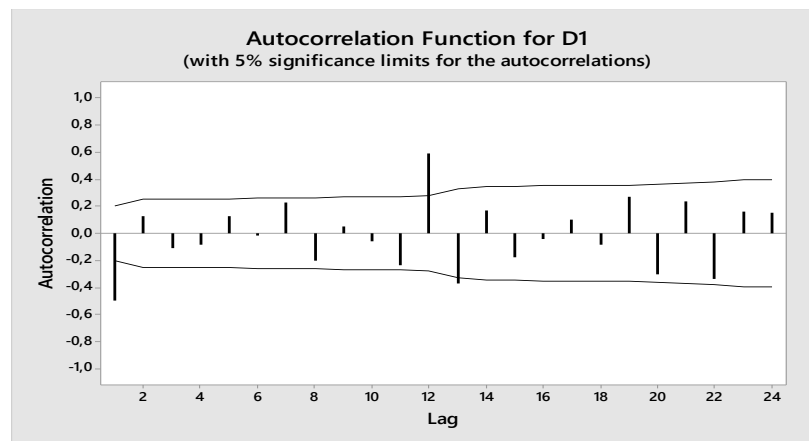
	Adj. t-Stat	Prob.*
Phillips-Perron test statistic	-39.85349	0.0001
Test critical values:		
1% level	-3.501445	
5% level	-2.892536	
10% level	-2.583371	

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

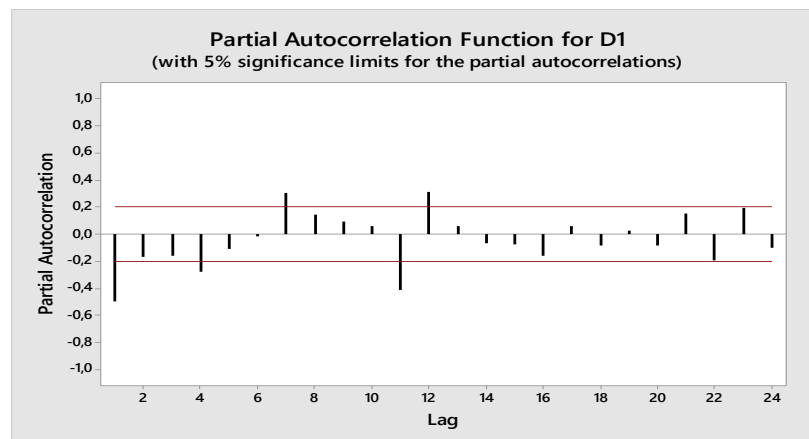
Berdasarkan **tabel 4** disimpulkan tolak H_0 karena nilai $p - value = 0,0001 < \alpha$, $\alpha = 0,05$. Dapat dilihat juga pada nilai t-statistik *Phillips-Perron* yang nilainya lebih besar dari nilai *MacKinnon* yang artinya data sudah stasioner baik dalam variansi dan rata-rata. Setelah data sudah stasioner baik dalam variansi maupun dalam rata-rata dapat dilanjutkan proses selanjutnya yaitu mengidentifikasi model sementara.

4.4 Identifikasi Model Sementara

Apabila keadaan data telah stasioner baik terhadap rata-rata maupun variansi, maka akan didapatkan model sementara dari hasil uji data. Identifikasi model sementara dapat dilihat berdasar lag yang *cuts off* ataupun *dies down* pada diagram ACF dan PACF yang telah stasioner. Identifikasi model sementara dapat dilihat pada diagram ACF dan PACF berikut.



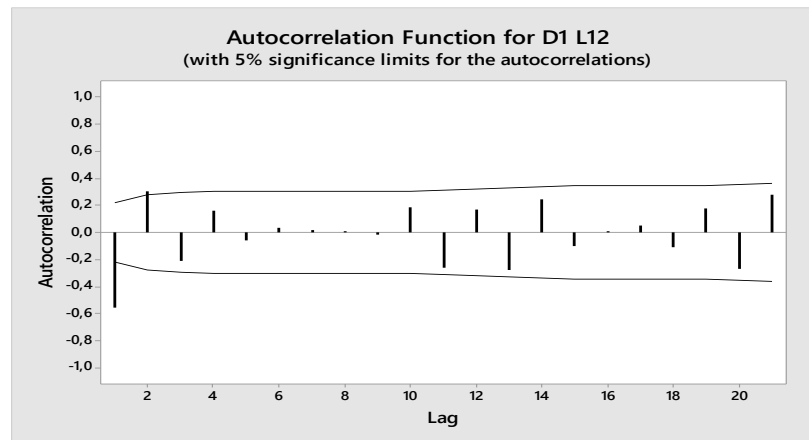
Gambar 16. Diagram data ACF



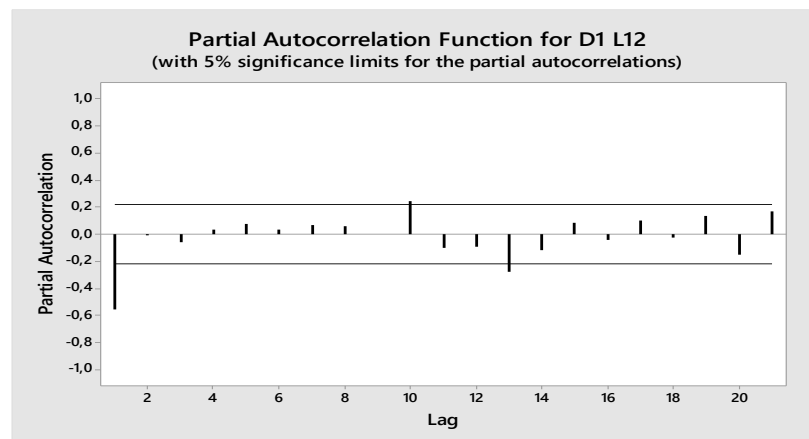
Gambar 17. Diagram data PACF

Berdasarkan **gambar 16** ACF *cuts off* setelah lag pertama sehingga dapat diprediksi MA(1) untuk bagian non musiman (nilai dari ACF dapat dilihat pada **lampiran 3**). Sedangkan untuk PACF pada **gambar 17** terlihat *dies down* untuk bagian non musiman (nilai daripada PACF dapat dilihat pada **lampiran 4**). Berdasarkan ACF dan PACF tersebut dapat dimodelkan untuk model bagian non musiman yaitu (0,1,1). Selanjutnya untuk bagian musimannya berdasarkan **gambar 16** dan **gambar 17** terlihat pada lag ke 12 signifikan sehingga perlu adanya *differencing* pertama pada bagian musiman yaitu pada lag 12 dapat dilihat pada **lampiran 5**. Nilai ACF dan PACF setelah dilakukan *differencing* pada lag 12

dapat dilihat pada **lampiran 6** dan **lampiran 7** serta berikut merupakan diagram ACF dan diagram PACF.



Gambar 18. Diagram data ACF Lag 12



Gambar 19. Diagram data PACF Lag 12

Berdasarkan **gambar 18** dapat dikatakan ACF *Cuts off* setelah lag 1 atau lag 2 sehingga dapat diprediksi bahwa $MA(1)^{12}$ atau $MA(2)^{12}$ untuk bagian musiman. Sedangkan untuk PACF pada **gambar 19** juga *Cuts off* setelah lag 1 atau lag 2 sehingga dapat di prediksi bahwa $AR(1)^{12}$ atau $AR(2)^{12}$ bagian musiman. Berdasarkan ACF dan PACF tersebut dapat dimodelkan untuk model bagian musiman yaitu $(1,1,1)^{12}$, $(1,1,2)^{12}$, $(2,1,1)^{12}$, dan $(2,1,2)^{12}$.

Berdasarkan penjelasan mengenai model untuk bagian nomusiman dan musiman pada ACF dan PACF diperoleh model SARIMA sementara yang mungkin adalah $SARIMA(0,1,1)(1,1,1)^{12}$, $SARIMA(0,1,1)(1,1,2)^{12}$, $SARIMA(0,1,1)(2,1,1)^{12}$, dan $SARIMA(0,1,1)(2,1,2)^{12}$.

4.5 Estimasi dan Uji Signifikansi Parameter Model

Berikut merupakan tabel hasil estimasi nilai parameter model dan uji signifikansi pada model SARIMA sementara dengan hipotesis.

H_0 : Parameter model tidak signifikan

H_1 : Parameter model signifikan

Daerah penolakan H_0 jika $|t_{hitung}| > t_{\alpha/2}; df = n - n_p, n_p =$ banyaknya parameter atau menggunakan nilai $p - value$ yakni tolak H_0 jika nilai $p - value < \alpha$ (nilai $\alpha = 0,05$).

Tabel 8. Nilai estimasi dan uji signifikansi parameter model sementara

Model	Parameter	Likelihood	t-value	p -value	Keterangan
(0,1,1)(1,1,1) ¹²	SAR 12 (Φ_1)	-0,509	-1,810	0,075	Tidak Signifikan
	MA 1 (θ_1)	0,520	4,840	0,000	Signifikan
	SMA 12 (θ_1)	-0,815	-3,310	0,001	Signifikan
(0,1,1)(1,1,2) ¹²	SAR 12 (Φ_1)	-0,013	-0,070	0,947	Tidak Signifikan
	MA 1 (θ_1)	0,573	5,570	0,000	Signifikan
	SMA 12 (θ_1)	-0,002	-0,010	0,994	Tidak Signifikan
	SMA 24 (θ_2)	0,769	5,410	0,000	Signifikan
(0,1,1)(2,1,1) ¹²	SAR 12 (Φ_1)	0,780	6,970	0,000	Signifikan
	SAR 24 (Φ_2)	-0,819	-7,360	0,000	Signifikan
	MA 1 (θ_1)	0,428	3,950	0,000	Signifikan
	SMA 12(θ_1)	0,843	6,550	0,000	Signifikan
(0,1,1)(2,1,2) ¹²	SAR 12 (Φ_1)	-0,036	-0,240	0,815	Tidak Signifikan
	SAR 24 (Φ_2)	-0,253	-1,680	0,096	Tidak Signifikan
	MA 1 (θ_1)	0,591	5,500	0,000	Signifikan
	SMA 12 (θ_1)	0,054	0,430	0,667	Tidak Signifikan
	SMA 24 (θ_1)	-0,831	6,550	0,000	Signifikan

Berdasarkan **tabel 8** model SARIMA(0,1,1)(1,1,1)¹² terdapat nilai $|t_{hitung}| < t_{tabel}$ dengan nilai $|-1,810| < 1,986$ (dapat dilihat pada **lampiran 8**) serta nilai $p - value$ yang nilainya di atas 0,05 pada Φ_1 yang artinya tidak tolak H_0 sehingga model tidak lolos uji signifikansi. Model (0,1,1)(1,1,2)¹² terdapat nilai $p - value$ yang tidak signifikan pada Φ_1 dan θ_1 atau nilainya di atas 0,05 yang artinya tidak tolak H_0 sehingga model tidak lolos uji signifikansi. Model (0,1,1)(2,1,1)¹² terdapat nilai $p - value$ yang semua nilainya di atas 0,05 yang artinya tolak H_0 sehingga model telah lolos uji signifikansi. Model (0,1,1)(2,1,2)¹² terdapat nilai $p - value$ yang tidak signifikan pada Φ_1, Φ_2 dan θ_1 atau nilainya di atas 0,05 yang artinya tidak tolak H_0 sehingga model tidak lolos uji signifikansi. Dari beberapa uji signifikansi pada model sementara diperoleh 1 model yang lolos uji signifikansi, yaitu model SARIMA(0,1,1)(2,1,1)¹² sehingga model tersebut selanjutnya perlu dilakukan uji asumsi residual.

4.6 Uji Asumsi Residual

Uji asumsi residual ini terdiri atas uji *white noise* dan uji distribusi normal. Berikut merupakan tabel hasil uji *white noise* dengan hipotesis.

H_0 : residual memenuhi *white noise*

H_1 : residual tidak memenuhi *white noise*

Daerah penolakan H_0 jika $Q > X^2_{(\alpha/df:K-k)}$ (K berarti pada *lag* K dan k adalah jumlah parameter) atau nilai $p - value < \alpha$ (nilai $\alpha = 0,05$).

Tabel 9. Hasil Perhitungan Ljung-Box

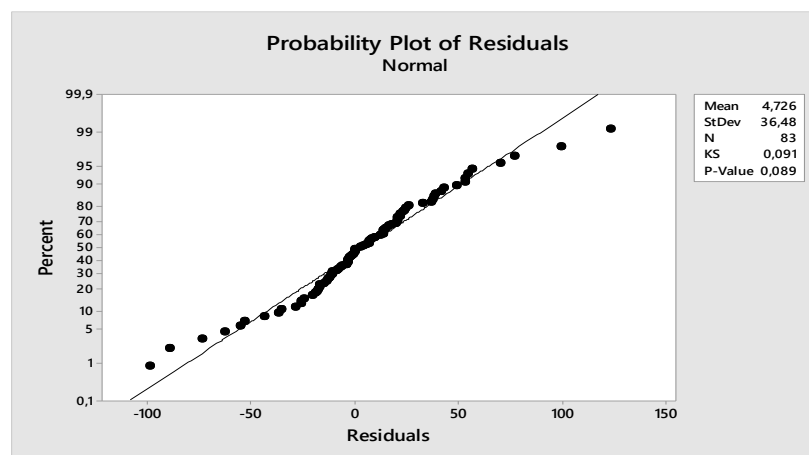
Model	Lag	Q	χ^2	$p - value$	Keterangan
(0,1,1)(2,1,1) ¹²	12	13,67	14,06714	0,057	White Noise
	24	23,98	30,14353	0,197	
	36	37,17	44,98534	0,206	
	48	59,01	59,30351	0,053	

Tabel 9 menunjukkan hasil uji residual *white noise* berdasarkan **lampiran 9** dan **lampiran 11**. Dari tabel dapat disimpulkan residual model SARIMA(0,1,1)(2,1,1)¹² telah memenuhi asumsi residual *white noise* yaitu tidak tolak H_0 karena nilai Q lebih kecil dari nilai χ^2 dan nilai $p - value$ yang lebih besar dari pada nilai α (0,05). Karena uji *white noise* telah terpenuhi selanjutnya dilakukan pengujian residual berdistribusi normal pada model dengan hipotesis sebagai berikut.

$H_0: F(x) = F_0(x)$ Residual berdistribusi normal

$H_1: F(x) \neq F_0(x)$ Residual tidak berdistribusi normal

Daerah penolakan H_0 jika $D_{hitung} > D_{\alpha,n}$ atau $p - value < \alpha$ dengan menggunakan $\alpha = 0.05$.



Gambar 20. Plot normalitas residual SARIMA(0,1,1)(2,1,1)¹²

Gambar 20 menunjukkan bahwa residual berdistribusi normal berdasarkan **lampiran 10**. Dapat disimpulkan tidak tolak H_0 karena nilai $D_{hitung} < D_{\alpha,n}$ dengan nilai $0,0864 < 0,1492$ atau $p - value$ dari uji *Kolmogorov-Smirnov* yang menunjukkan $0,089 > 0,05$, selain itu terlihat bahwa sebaran data jumlah penumpang kereta api berada disekitaran garis normal sehingga residual telah memenuhi asumsi distribusi normal.

4.7 Pemilihan Model Terbaik

Model terbaik yang digunakan untuk peramalan adalah SARIMA(0,1,1)(2,1,1)¹². Nilai MAPE dan MSE untuk model SARIMA(0,1,1)(2,1,1)¹² didapatkan dari data outsample yaitu data tahun 2020, kemudian data outsample dibandingkan dengan data hasil prediksi dan dicari nilai *error*-nya. Berikut ini adalah cara perhitungan manual dalam mencari nilai *error* dengan menggunakan MAPE dan MSE

1. MAPE

Berdasarkan persamaan 2.41 didapatkan

$$\begin{aligned} MAPE &= \left(\frac{1}{12} \sum_{t=1}^{12} \left| \frac{Z_t - \hat{Z}_t}{Z_t} \right| \right) 100\% \\ &= \left(\frac{1}{12} \left| \frac{(658-692,09)+(604-620,753)+\dots+(253-720,439)}{658+604+\dots+253} \right| \right) 100\% \\ &= \left(\frac{1}{12} \left| \frac{-5201,657}{2732} \right| \right) 100\% \\ &= 15,8664501 \% \end{aligned}$$

2. MSE

Berdasarkan persamaan 2.42 didapatkan

$$\begin{aligned} MSE &= \frac{1}{12} \sum_{t=1}^{12} (Z_t - \hat{Z}_t)^2 \\ &= \frac{1}{12} \sum_{t=1}^{12} (Z_t - \hat{Z}_t)^2 \\ &= 2254769,629 \end{aligned}$$

Berdasarkan hasil tersebut didapatkan nilai MAPE yaitu 15% dan nilai MSE yaitu 2254769. Dengan nilai MAPE yaitu 15% dapat dikatakan model SARIMA(0,1,1)(2,1,1)¹² memiliki kemampuan prediksi yang baik.

4.8 Peramalan

Berikut adalah hasil prediksi jumlah penumpang kereta api di Pulau Sumatera untuk 24 periode kedepan dengan menggunakan model SARIMA(0,1,1)(2,1,1)¹² dengan nilai $\theta_1 = 0,428$, $\mu = 1,362$, $\Phi_1 = 0,780$, $\Phi_2 = -0,819$ dan $\theta_1 = 0,843$. Bentuk model SARIMA(0,1,1)(2,1,1)¹² adalah sebagai berikut.

$$\begin{aligned} \Phi_p(B^S)(1-B)^d(1-B^S)^p \dot{Z}_t &= \theta_q(B)\Theta_q(B^S)a_t \\ (1-\Phi_1 B^{12}-\Phi_2 B^{24})(1-B)(1-B^{12})\dot{Z}_t &= (1-\theta_1 B)(1-\theta_1 B^{12})a_t \end{aligned}$$

$$(1 - \Phi_1 B^{12} - \Phi_2 B^{24})(1 - B - B^{12} + B^{13})\dot{Z}_t = (1 - \theta_1 B - \Theta_1 B^{12} + \theta_1 \Theta_1 B^{13})a_t$$

$$(1 - B - B^{12} + B^{13} - \Phi_1 B^{12} + \Phi_1 B^{13} + \Phi_1 B^{24} - \Phi_1 B^{25} - \Phi_2 B^{24} + \Phi_2 B^{25} + \Phi_2 B^{36} - \Phi_2 B^{37})\dot{Z}_t = (1 - \theta_1 B - \Theta_1 B^{12} + \theta_1 \Theta_1 B^{13})a_t$$

Maka,

$$\begin{aligned} \dot{Z}_t - \dot{Z}_{t-1} - \dot{Z}_{t-12} + \dot{Z}_{t-13} - \Phi_1 \dot{Z}_{t-12} + \Phi_1 \dot{Z}_{t-13} + \Phi_1 \dot{Z}_{t-24} - \Phi_1 \dot{Z}_{t-25} - \Phi_2 \dot{Z}_{t-24} + \Phi_2 \dot{Z}_{t-25} \\ + \Phi_2 \dot{Z}_{t-36} - \Phi_2 \dot{Z}_{t-37} = a_t - \theta_1 a_{t-1} - \Theta_1 a_{t-12} + \theta_1 \Theta_1 a_{t-13} \end{aligned}$$

didapatkan,

$$\begin{aligned} \dot{Z}_t = \dot{Z}_{t-1} + \dot{Z}_{t-12} - \dot{Z}_{t-13} + \Phi_1 \dot{Z}_{t-12} - \Phi_1 \dot{Z}_{t-13} - \Phi_1 \dot{Z}_{t-24} + \Phi_1 \dot{Z}_{t-25} + \Phi_2 \dot{Z}_{t-24} - \Phi_2 \dot{Z}_{t-25} \\ - \Phi_2 \dot{Z}_{t-36} + \Phi_2 \dot{Z}_{t-37} + a_t - \theta_1 a_{t-1} - \Theta_1 a_{t-12} + \theta_1 \Theta_1 a_{t-13} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{Z}_t = \dot{Z}_{t-1} + \dot{Z}_{t-12} - \dot{Z}_{t-13} + \Phi_1 \dot{Z}_{t-12} - \Phi_1 \dot{Z}_{t-13} - \Phi_1 \dot{Z}_{t-24} + \Phi_1 \dot{Z}_{t-25} + \Phi_2 \dot{Z}_{t-24} - \Phi_2 \dot{Z}_{t-25} \\ - \Phi_2 \dot{Z}_{t-36} + \Phi_2 \dot{Z}_{t-37} + a_t - \theta_1 a_{t-1} - \Theta_1 a_{t-12} + \theta_1 \Theta_1 a_{t-13} \end{aligned}$$

Dengan $\dot{Z}_t = Z_t - \mu$, sehingga :

$$\begin{aligned} Z_t - \mu &= (Z_{t-1} - \mu) + (Z_{t-12} - \mu) - (Z_{t-13} - \mu) + \Phi_1(Z_{t-12} - \mu) - \Phi_1(Z_{t-13} - \mu) \\ &\quad - \Phi_1(Z_{t-24} - \mu) + \Phi_1(Z_{t-25} - \mu) + \Phi_2(Z_{t-24} - \mu) - \Phi_2(Z_{t-25} - \mu) \\ &\quad - \Phi_2(Z_{t-36} - \mu) + \Phi_2(Z_{t-37} - \mu) + a_t - \theta_1 a_{t-1} - \Theta_1 a_{t-12} + \theta_1 \Theta_1 a_{t-13} \\ Z_t &= \mu + (Z_{t-1} - \mu) + (Z_{t-12} - \mu) - (Z_{t-13} - \mu) + \Phi_1(Z_{t-12} - \mu) - \Phi_1(Z_{t-13} - \mu) \\ &\quad - \Phi_1(Z_{t-24} - \mu) + \Phi_1(Z_{t-25} - \mu) + \Phi_2(Z_{t-24} - \mu) - \Phi_2(Z_{t-25} - \mu) \\ &\quad - \Phi_2(Z_{t-36} - \mu) + \Phi_2(Z_{t-37} - \mu) + a_t - \theta_1 a_{t-1} - \Theta_1 a_{t-12} + \theta_1 \Theta_1 a_{t-13} \end{aligned}$$

Untuk peramalan satu tahap kedepan, indek waktu t diganti dengan $t + l$ maka :

$$\begin{aligned} Z_{t+1} &= \mu + (Z_{t-1+1} - \mu) + (Z_{t-12+1} - \mu) - (Z_{t-13+1} - \mu) + \Phi_1(Z_{t-12+1} - \mu) \\ &\quad - \Phi_1(Z_{t-13+1} - \mu) - \Phi_1(Z_{t-24+1} - \mu) + \Phi_1(Z_{t-25+1} - \mu) + \Phi_2(Z_{t-24+1} - \mu) \\ &\quad - \Phi_2(Z_{t-25+1} - \mu) - \Phi_2(Z_{t-36+1} - \mu) + \Phi_2(Z_{t-37+1} - \mu) + a_{t+1} - \theta_1 a_{t-1+1} \\ &\quad - \Theta_1 a_{t-12+1} + \theta_1 \Theta_1 a_{t-13+1} \\ Z_{t+1} &= \mu + (Z_t - \mu) + (Z_{t-11} - \mu) - (Z_{t-12} - \mu) + \Phi_1(Z_{t-11} - \mu) - \Phi_1(Z_{t-12} - \mu) \\ &\quad - \Phi_1(Z_{t-23} - \mu) + \Phi_1(Z_{t-24} - \mu) + \Phi_2(Z_{t-23} - \mu) - \Phi_2(Z_{t-24} - \mu) - \Phi_2(Z_{t-35} - \mu) \\ &\quad + \Phi_2(Z_{t-36} - \mu) + a_{t+1} - \theta_1 a_t - \Theta_1 a_{t-11} + \theta_1 \Theta_1 a_{t-12} \end{aligned}$$

Dimisalkan $Z_{t+1} = \hat{Z}(1)$, maka

$$\begin{aligned} \hat{Z}(1) &= \mu + (Z_t - \mu) + (Z_{t-11} - \mu) - (Z_{t-12} - \mu) + \Phi_1(Z_{t-11} - \mu) - \Phi_1(Z_{t-12} - \mu) \\ &\quad - \Phi_1(Z_{t-23} - \mu) + \Phi_1(Z_{t-24} - \mu) + \Phi_2(Z_{t-23} - \mu) - \Phi_2(Z_{t-24} - \mu) - \Phi_2(Z_{t-35} - \mu) \\ &\quad + \Phi_2(Z_{t-36} - \mu) + a_{t+1} - \theta_1 a_t - \Theta_1 a_{t-11} + \theta_1 \Theta_1 a_{t-12} \\ \hat{Z}(1) &= 1,362 + (753 - 1,362) + (687 - 1,362) - (768 - 1,362) + 0,780(687 - 1,362) \\ &\quad - 0,780(768 - 1,362) - 0,780(610 - 1,362) + 0,780(667 - 1,362) \\ &\quad + (-0,819)(610 - 1,362) - (-0,819)(667 - 1,362) - (-0,819)(590 - 1,362) \\ &\quad + (-0,819)(620 - 1,362) + 0 - (0,428)(-0,105) - (0,843)(-0,440) \\ &\quad + (0,428)(0,843)(41,383) \end{aligned}$$

$$= 690,740$$

Dengan cara yang sama peramalan untuk 2 tahap kedepan adalah:

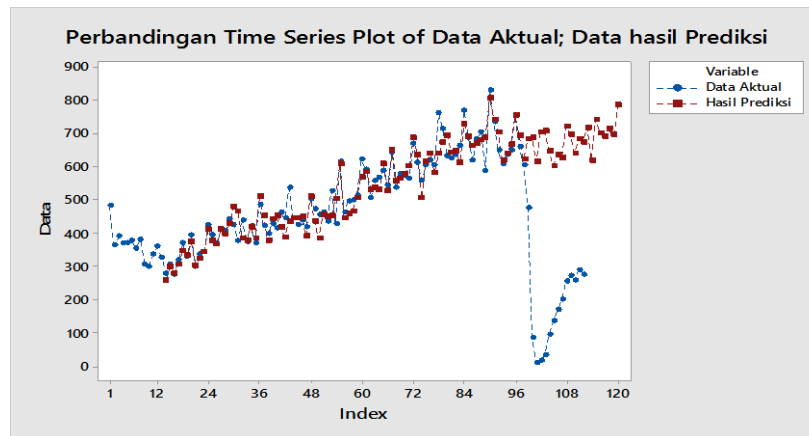
$$\begin{aligned}\hat{Z}(2) &= \mu + (\hat{Z}(1) - \mu) + (Z_{t-10} - \mu) - (Z_{t-11} - \mu) + \Phi_1(Z_{t-10} - \mu) - \Phi_1(Z_{t-11} - \mu) \\ &\quad - \Phi_1(Z_{t-22} - \mu) + \Phi_1(Z_{t-23} - \mu) + \Phi_2(Z_{t-22} - \mu) - \Phi_2(Z_{t-23} - \mu) - \Phi_2(Z_{t-34} - \mu) \\ &\quad + \Phi_2(Z_{t-35} - \mu) + a_{t+2} - \theta_1 a_{t+1} - \theta_1 a_{t-10} + \theta_1 \theta_1 a_{t-11} \\ \hat{Z}(2) &= 1,362 + (690,740 - 1,362) + (617 - 1,362) - (687 - 1,362) \\ &\quad + 0,780(617 - 1,362) - 0,780(687 - 1,362) - 0,780(557 - 1,362) \\ &\quad + 0,780(610 - 1,362) + (-0,819)(557 - 1,362) - (-0,819)(610 - 1,362) \\ &\quad - (-0,819)(505 - 1,362) + (-0,819)(590 - 1,362) + 0 - 0,428(0) \\ &\quad - 0,843(-43,805) + (0,428)(0,843)(-0,440) \\ &= 618,041\end{aligned}$$

Tabel 10. Hasil prediksi jumlah penumpang kereta api di Pulau Sumatera periode 2020-2021

Periode	Tahun	Bulan	Peramalan
97	2020	Januari	692,090
98		Februari	620,753
99		Maret	682,173
100		April	686,890
101		Mei	614,091
102		Juni	703,408
103		Juli	706,704
104		Agustus	643,880
105		September	602,037
106		Oktober	635,158
107		November	626,034
108		Desember	720,439
109	2021	Januari	696,177
110		Februari	639,083
111		Maret	681,913
112		April	672,795
113		Mei	716,992
114		Juni	618,928
115		Juli	741,126
116		Agustus	700,237
117		September	689,401

118	Oktober	711,498
119	November	694,748
120	Desember	785,487

Berdasarkan **tabel 10** lonjakan jumlah penumpang tertinggi terjadi pada bulan Desember 2021 dengan jumlah 785,487 ribu orang. Berikut merupakan plot perbandingan data aktual dan data hasil prediksi.



Gambar 21. Plot perbandingan data aktual dengan data prediksi

Berdasarkan plot data pada **gambar 21** terlihat bahwa perbandingan data aktual dengan data hasil prediksi menggunakan model $SARIMA(0,1,1)(2,1,1)^{12}$. Pada **gambar 21** plot data tersebut menunjukkan perbedaan antara data aktual dengan hasil prediksi tidak begitu jauh. Hasil prediksi dapat dikatakan mendekati nilai data aktual sehingga model $SARIMA(0,1,1)(2,1,1)^{12}$ dikatakan memiliki kemampuan prediksi yang baik (dengan nilai MAPE 15%) walaupun terdapat intervensi pada data aktual pada tahun 2020.

V. PENUTUP

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil dan pembahasan mengenai prediksi jumlah penumpang kereta api di Pulau Sumatera dari bulan Januari 2012 sampai dengan Desember 2019, diperoleh kesimpulan sebagai berikut:

1. Model peramalan yang baik untuk data penumpang kereta api di Pulau Sumatera yaitu SARIMA(0,1,1)(2,1,1)¹² atau bisa ditulis dalam bentuk.

$$\begin{aligned} Z_t = & \mu + (Z_{t-1} - \mu) + (Z_{t-12} - \mu) - (Z_{t-13} - \mu) + \Phi_1(Z_{t-12} - \mu) - \Phi_1(Z_{t-13} - \mu) \\ & - \Phi_1(Z_{t-24} - \mu) + \Phi_1(Z_{t-25} - \mu) + \Phi_2(Z_{t-24} - \mu) - \Phi_2(Z_{t-25} - \mu) \\ & - \Phi_2(Z_{t-36} - \mu) + \Phi_2(Z_{t-37} - \mu) + a_t - \theta_1 a_{t-1} - \theta_1 a_{t-12} + \theta_1 \theta_1 a_{t-13} \end{aligned}$$

2. Didapatkan hasil peramalan jumlah penumpang kereta api di Pulau Sumatera dari bulan Januari 2012 sampai dengan Desember 2019 dengan periode prediksi yaitu 24 periode (2 tahun) kedepan. Hasil prediksi pada tahun 2020 terdapat lonjakan jumlah penumpang tertinggi pada bulan Desember yaitu 720,439 ribu orang. Sedangkan untuk tahun 2021 juga terjadi lonjakan penumpang tertinggi pada bulan Desember yaitu 785,487 ribu orang.

5.2 Saran

Berdasarkan hasil penelitian penulis memberi saran pada penelitian selanjutnya diharapkan menggunakan metode lain seperti ARIMAX ataupun SARIMAX yang mana pada data yang digunakan terdapat intervensi. Penulis juga memberi saran agar pada penelitian selanjutnya memprediksi jumlah penumpang dengan menggunakan SARIMA di stasiun-stasiun besar yang ada di Pulau Sumatera.

DAFTAR PUSTAKA

- Aswi dan Sukarna. 2006. *Analisis Deret Waktu: Teori dan Aplikasi*. Makasar: Andira Publisher.
- Badan Pusat Statistik. 2020. *Impor Menurut Moda Transportasi*. 2020. Jakarta: Badan Pusat Statistik Pusat.
- Bain, L. J., and Engelhardt, M. 1992. *Introduction To Probability and Mathematical Statistics Second Edition*. Canda: Nelson Education, Ltd.
- Chang, P. C., Wang, Y. W., and Liu, C. H. 2007. The Development of a Weight Evolving Fuzzy Neural Network for PCB Sales Forecasting. *Expert Systems with Application*. 32: 86-96.
- Cryer, J.D., and Chan, KS. 2008. *Time Series Analysis: With Application in R Second Edition*. USA: Spinger Science dan Businiess Media, LLC.
- Enders, W. 2015. *Applied Econometrica Time Series Fourth Edition*. New York: John Wiley & Sons, Inc.
- Ghozali, I. 2006. *Aplikasi Analisis Multivariate Dengan Program SPSS*. Semarang: Universitas Diponegoro.
- Ginting, R. 2007. *Sistem Produksi*. Yogyakarta: Graha Ilmu.
- Harinaldi. 2005. *Prinsip-prinsip Statistik untuk Teknik dan Sains*. Jakarta: Erlangga.
- Heizer, J. and Render, B. 2014. *Operations Management: Sustainability and Supply Chain Management Eleventh Edition*. New Jersey: Pearson Eddison Wesley.
- Heizer, J., Render, B., and Munson, C. 2017. *Operations Management: Sustainability and Supply Chain Management Twelfth Edition*. New Jersey: Pearson Eddison Wesley.
- Herawati, L. 2016. *Uji Normalitas Data Kesehatan Menggunakan SPSS Edisi I*. Yogyakarta: Poltkes Jogja Press.
- Makridakis, S., Wheelwright, S.C., dan McGee. 1993. *Metode dan Aplikasi Peramalan*. Jakarta: Erlangga.
- Makridakis, S., Wheelwright, S.C., dan McGee. 1999. *Metode dan Aplikasi Peramalan Edisi Kedua*. Jakarta: Erlangga.
- Nasution. M. N. 2004. *Manajemen Transportasi*. Jakarta: Ghalia Indonesia.
- Palma, W. 2016. *Time Series Analysis*. New Jersey: John Wiley & Sons, Inc.
- Rusdiana, H. A. 2014. *Manajemen Operasi*. Bandung: CV Pustaka Setia.
- Suhartono. 2008. *Analisis Data Statistik dengan R*. Surabaya: Lab. Statistik Komputasi, ITS.
- Wei, William W.S. 2006. *TimeSeries Analysis Univariate and Multivariate Methode Second Edition*. Canada: Pearson Eddison Wesley.

LAMPIRAN

Lampiran 1. Transformasi Data

Dengan nilai $\lambda = 0$ maka untuk transformasi pertama menggunakan $\ln Z_t$.

$$\ln Z_1 = \ln(482) = 6,177944$$

$$\ln Z_2 = \ln(364) = 5,897154$$

$$\ln Z_3 = \ln(389) = 5,963579$$

Nilai transformasi data sampai lag 36 dapat dilihat pada tabel berikut :

Data	Transformasi	Data	Transformasi
1	6,177944	19	5,793014
2	5,897154	20	5,971262
3	5,963579	21	5,700444
4	5,913503	22	5,817111
5	5,913503	23	5,831882
6	5,926926	24	6,052089
7	5,866468	25	5,976351
8	5,942799	26	5,913503
9	5,720312	27	6,013715
10	5,700444	28	6,006353
11	5,820083	29	6,089045
12	5,883322	30	6,052089
13	5,789960	31	5,926926
14	5,631212	32	6,077642
15	5,720312	33	5,924256
16	5,620401	34	6,040255
17	5,762051	35	5,913503
18	5,910797	36	6,182085

Lampiran 2. Differencing Data

Differencing pada orde 1 :

$$\Delta Z_t = Z_t - Z_{t-1}$$

$$\Delta Z_1 = Z_1 - Z_{1-1}$$

$$\Delta Z_1 = Z_1 - Z_0$$

Differencing pada orde 2 :

$$\Delta Z_t = Z_t - Z_{t-1}$$

$$\Delta Z_2 = Z_2 - Z_{2-1}$$

$$\Delta Z_2 = Z_2 - Z_1$$

$$\Delta Z_2 = 5,897154 - 6,177944 = -0,280790$$

Nilai *differencing* data sampai lag 36 dapat dilihat pada tabel berikut :

Data	Differencing	Data	Differencing
1	*	19	-0,117783
2	-0,280790	20	0,178248
3	0,066425	21	-0,270818
4	-0,050076	22	0,116668
5	0,000000	23	0,014771
6	0,013423	24	0,220207
7	-0,060458	25	-0,075738
8	0,076331	26	-0,062848
9	-0,222488	27	0,100212
10	-0,019868	28	-0,007362
11	0,119639	29	0,082692
12	0,063239	30	-0,036956
13	-0,093362	31	-0,125163
14	-0,158748	32	0,150716
15	0,089100	33	-0,153386
16	-0,099911	34	0,115999
17	0,141651	35	-0,126752
18	0,148745	36	0,268582

Lampiran 3. Nilai *Autocorrelation Function* pada data hasil *differencing*

Nilai rata-rata data hasil *differencing* ($\bar{Z}$) :

$$\begin{aligned}\bar{Z} &= \frac{Z_1 + Z_1 + \dots + Z_{96}}{n} \\ &= \frac{-0,280790 + 0,066425 + \dots + 0,148633}{96} \\ &= 0,004647\end{aligned}$$

Nilai ACF (r_k) :

$$r_k = \frac{\sum_{t=1}^{n-k} (Z_t - \bar{Z})(Z_{t-k} - \bar{Z})}{\sum_{t=1}^n (Z_t - \bar{Z})^2}$$

Untuk $k = 1$, maka :

$$\begin{aligned}r_1 &= \frac{\sum_{t=1}^{96-1} (Z_t - \bar{Z})(Z_{t-1} - \bar{Z})}{\sum_{t=1}^{96} (Z_t - \bar{Z})^2} \\ &= \frac{(-0,280790 - 0,004627)(0,066425 - 0,004647) + (0,066425 - 0,004647)(-0,050076 - 0,004647) + \dots}{(-0,280790 - 0,004647)^2 + (0,066425 - 0,004647)^2 + \dots} \\ &\quad \frac{+ (0,023384 - 0,004647)(0,148633 - 0,004647)}{+ (0,148633 - 0,004647)^2} \\ &= -0,50251\end{aligned}$$

Nilai ACF sampai lag 36 dapat dilihat pada tabel berikut :

Lag	ACF	T	LBQ	Lag	ACF	T	LBQ
1	-0,502511	-4,90	24,75	19	0,269139	1,50	118,66
2	0,125754	1,00	26,32	20	-0,304539	-1,66	130,06
3	-0,105903	-0,83	27,45	21	0,238382	1,26	137,13
4	-0,086884	-0,68	28,21	22	-0,339732	-1,77	151,70
5	0,124249	0,97	29,79	23	0,158848	0,80	154,93
6	-0,017414	-0,13	29,82	24	0,148572	0,75	157,80
7	0,226146	1,74	35,18	25	-0,095089	-0,47	158,99
8	-0,204761	-1,53	39,62	26	0,041671	0,21	159,22
9	0,047891	0,35	39,86	27	-0,139705	-0,69	161,87
10	-0,062695	-0,46	40,29	28	0,031791	0,16	162,00
11	-0,239189	-1,74	46,57	29	0,040411	0,20	162,23
12	0,589904	4,15	85,20	30	-0,044133	-0,22	162,51
13	-0,373110	-2,25	100,85	31	0,221177	1,09	169,55
14	0,167783	0,96	104,05	32	-0,244673	-1,19	178,31
15	-0,175099	-0,99	107,58	33	0,216056	1,04	185,25
16	-0,038368	-0,22	107,75	34	-0,412245	-1,96	210,92
17	0,105317	0,59	109,06	35	0,332069	1,52	227,86
18	-0,082707	-0,46	109,88	36	-0,033087	-0,15	228,03

Lampiran 4. Nilai *Partial Autocorrelation Function* pada data hasil *differencing*

Nilai rata-rata data hasil *differencing* ($\bar{Z}$) :

$$\begin{aligned}\bar{Z} &= \frac{Z_1 + Z_2 + \dots + Z_{96}}{n} \\ &= \frac{-0,280790 + 0,066425 + \dots + 0,148633}{96} \\ &= 0,004647\end{aligned}$$

Nilai PACF untuk $k = 1$:

$$\phi_{11} = r_1 = -0,502511$$

untuk $k = 2$:

$$\begin{aligned}\phi_{22} &= \frac{\begin{vmatrix} 1 & r_1 \\ r_1 & r_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & r_1 \\ r_1 & 1 \end{vmatrix}} = \frac{r_2 - r_1^2}{1 - r_1^2} \\ &= \frac{0,125754 - (-0,502511)^2}{1 - (-0,502511)^2} = -0,169587\end{aligned}$$

Nilai PACF sampai lag 36 dapat dilihat pada tabel berikut.

Lag	PACF	T	Lag	PACF	T
1	-0,502511	-4,90	19	0,024554	0,24
2	-0,169587	-1,65	20	-0,088602	-0,86
3	-0,161454	-1,57	21	0,147979	1,44
4	-0,282719	-2,76	22	-0,191759	-1,87
5	-0,106042	-1,03	23	0,197641	1,93
6	-0,019284	-0,19	24	-0,098624	-0,96
7	0,304522	2,97	25	0,140577	1,37
8	0,146212	1,43	26	-0,120962	-1,18
9	0,096633	0,94	27	-0,051794	-0,5
10	0,062123	0,61	28	0,000710	0,01
11	-0,416540	-4,06	29	0,028935	0,28
12	0,313135	3,05	30	-0,048011	-0,47
13	0,057219	0,56	31	0,040593	0,4
14	-0,065796	-0,64	32	0,083002	0,81
15	-0,079866	-0,78	33	0,001480	0,01
16	-0,160749	-1,57	34	-0,080328	-0,78
17	0,056693	0,55	35	-0,079507	-0,77
18	-0,083508	-0,81	36	0,121621	1,19

Lampiran 5. Differencing Data lag 12

Total differencing =13

Differencing pada orde 1 :

$$\Delta Z_t = Z_{t+13} - Z_{(t+13)-12}$$

$$\Delta Z_1 = Z_{14} - Z_2$$

$$\Delta Z_1 = -0,158748 - (-0,280790) = 0,122042$$

Differencing pada orde 2 :

$$\Delta Z_t = Z_{t+13} - Z_{(t+13)-12}$$

$$\Delta Z_2 = Z_{15} - Z_{15-12}$$

$$\Delta Z_2 = Z_{15} - Z_3$$

$$\Delta Z_2 = 0,089100 - 0,066425 = 0,022675$$

Nilai differencing data sampai lag 36 dapat dilihat pada tabel berikut :

Data	Diferencing lag 12	Data	Differencing lag 12
1	*	19	-0,057325
2	*	20	0,101917
3	*	21	-0,048331
4	*	22	0,136536
5	*	23	-0,104868
6	*	24	0,156967
7	*	25	0,017624
8	*	26	0,095900
9	*	27	0,011112
10	*	28	0,092549
11	*	29	-0,058959
12	*	30	-0,185701
13	*	31	-0,007380
14	0,122042	32	-0,027532
15	0,022675	33	0,117432
16	-0,049835	34	-0,000669
17	0,141651	35	-0,141523
18	0,135322	36	0,048375

Lampiran 6. Nilai *Autocorrelation Function* pada data hasil *differencing* lag 12

Nilai rata-rata data hasil *differencing* lag 12 ($\bar{Z}$) :

$$\begin{aligned}\bar{Z} &= \frac{Z_1 + Z_2 + \dots + Z_{96}}{n} \\ &= \frac{0,122042 + 0,022675 + \dots + (-0,001403)}{96} \\ &= 0,003836\end{aligned}$$

Nilai ACF (r_k) :

$$r_k = \frac{\sum_{t=1}^{n-k} (Z_t - \bar{Z})(Z_{t-k} - \bar{Z})}{\sum_{t=1}^n (Z_t - \bar{Z})^2}$$

Untuk $k = 1$, maka :

$$\begin{aligned}r_1 &= \frac{\sum_{t=1}^{96-1} (Z_t - \bar{Z})(Z_{t-1} - \bar{Z})}{\sum_{t=1}^{96} (Z_t - \bar{Z})^2} \\ &= \frac{(0,122042 - 0,003836)(0,022675 - 0,003836) + (0,022675 - 0,003836)(-0,049835 - 0,003836) + \dots}{(0,122042 - 0,003836)^2 + (0,022675 - 0,003836)^2 + \dots} \\ &\quad + \frac{(-0,018321 - 0,003836)(-0,001403 - 0,003836)}{+(-0,001403 - 0,003836)^2} \\ &= -0,55941\end{aligned}$$

Nilai ACF sampai lag 36 dapat dilihat pada tabel berikut :

Lag	ACF2	Lag	ACF2
1	-0,559388	19	0,174875
2	0,306643	20	-0,270876
3	-0,211328	21	0,282634
4	0,162248	22	-0,262643
5	-0,058661	23	0,244306
6	0,036793	24	-0,236586
7	0,016408	25	0,184044
8	0,009598	26	-0,098605
9	-0,018392	27	0,022667
10	0,183751	28	-0,011137
11	-0,260645	29	0,036459
12	0,169020	30	-0,127899
13	-0,280479	31	0,152996
14	0,242082	32	-0,133740
15	-0,098191	33	0,214338
16	0,009629	34	-0,370926
17	0,049300	35	0,407544
18	-0,112995	36	-0,230261

Lampiran 7. Nilai *Partial Autocorrelation Function* pada data hasil *differencing* lag 12

Nilai rata-rata data hasil *differencing* lag 12 ($\bar{Z}$) :

$$\begin{aligned}\bar{Z} &= \frac{Z_1 + Z_2 + \dots + Z_{96}}{n} \\ &= \frac{0,122042 + 0,022675 + \dots + (-0,001403)}{96} \\ &= 0,003836\end{aligned}$$

Nilai PACF untuk = 1 :

$$\phi_{11} = r_1 = -0,55941$$

untuk = 2 :

$$\begin{aligned}\phi_{22} &= \frac{\begin{vmatrix} 1 & r_1 \\ r_1 & r_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & r_1 \\ r_1 & 1 \end{vmatrix}} = \frac{r_2 - r_1^2}{1 - r_1^2} \\ &= \frac{0,306643 - (-0,55941)^2}{1 - (-0,55941)^2} = -0,00916\end{aligned}$$

Nilai PACF sampai lag 36 dapat dilihat pada tabel berikut.

Lag	PACF2	Lag	PACF2
1	-0,55939	19	0,131249
2	-0,00913	20	-0,15263
3	-0,06308	21	0,171199
4	0,031077	22	-0,04072
5	0,080283	23	0,154262
6	0,033402	24	-0,2605
7	0,067956	25	-0,07251
8	0,062965	26	-0,03642
9	-0,00511	27	-0,04068
10	0,247411	28	0,090867
11	-0,10046	29	0,001272
12	-0,09599	30	-0,01214
13	-0,28083	31	-0,10044
14	-0,11977	32	0,120326
15	0,088699	33	0,10074
16	-0,03965	34	-0,07727
17	0,101834	35	0,058411
18	-0,02853	36	0,125497

Lampiran 8. Nilai Estimasi Parameter dan uji signifikansi Model Sementara

a. SARIMA(0,1,1)(1,1,1)¹² :

Type		Coef	SE Coef	T-Value	P-Value
SAR	12	-0,509	0,282	-1,81	0,075
MA	1	0,520	0,107	4,84	0,000
SMA	12	-0,815	0,246	-3,31	0,001
Constant		1,59	4,06	0,39	0,696

Diketahui : $\alpha = 0,05$, $n = 96$, $n_p = 4$ ($\phi_1, \theta_1, \Theta_1, \mu$)

$$t_{\alpha/2} = t_{0,025}$$

$$df = n - n_p = 96 - 4 = 92$$

$$t_{tabel} = 1,986 \text{ (dilihat pada tabel distribusi t)}$$

Untuk SAR 12 :

$$t_{hitung} = \frac{\phi_1}{SE(\phi_1)}$$

$$t_{hitung} = \frac{-0,509}{0,282} = -1,81$$

Karena $|-1,81| < 1,986$ maka tidak tolak H_0 (Tidak Signifikan)

Untuk MA 1 :

$$t_{hitung} = \frac{\theta_1}{SE(\theta_1)}$$

$$t_{hitung} = \frac{0,520}{0,107} = 4,84$$

Karena $|4,84| > 1,986$ maka tolak H_0 (Signifikan)

Untuk SMA 12 :

$$t_{hitung} = \frac{\Theta_1}{SE(\Theta_1)}$$

$$t_{hitung} = \frac{-0,815}{0,246} = -3,31$$

Karena $|-3,31| > 1,986$ maka tolak H_0 (Signifikan)

Untuk Constant :

$$t_{hitung} = \frac{\mu}{SE(\mu)}$$

$$t_{hitung} = \frac{1,59}{4,06} = 0,39$$

Karena $|0,39| < 1,986$ maka tidak tolak H_0 (tidak Signifikan)

b. SARIMA(0,1,1)(1,1,2)¹² :

Type		Coef	SE Coef	T-Value	P-Value
SAR	12	-0,013	0,201	-0,07	0,947
MA	1	0,573	0,103	5,57	0,000
SMA	12	-0,002	0,206	-0,01	0,994

SMA	24	0,769	0,142	5,41	0,000
Constant		1,095	0,614	1,78	0,079

c. SARIMA(0,1,1)(2,1,1)¹² :

Type		Coef	SE Coef	T-Value	P-Value
SAR	12	0,780	0,112	6,97	0,000
SAR	24	-0,819	0,111	-7,36	0,000
MA	1	0,428	0,108	3,95	0,000
SMA	12	0,843	0,129	6,55	0,000
Constant		1,362	0,528	2,58	0,012

d. SARIMA(0,1,1)(2,1,2)¹² :

Type		Coef	SE Coef	T-Value	P-Value
SAR	12	-0,036	0,154	-0,24	0,815
SAR	24	-0,253	0,150	-1,68	0,096
MA	1	0,591	0,107	5,50	0,000
SMA	12	0,054	0,125	0,43	0,667
SMA	24	0,831	0,127	6,55	0,000
Constant		1,356	0,381	3,56	0,001

Lampiran 9. Uji *White Noise* SARIMA(0,1,1)(2,1,1)¹²

Nilai Q^* pada lag 12 dengan $n=82$:

$$Q^* = n(n+2) \sum_{k=1}^K \frac{\hat{\rho}_k^2}{n-K}$$

$$Q = 82(82+2) \sum_{k=1}^{12} \left(\frac{\hat{\rho}_1^2}{82-1} + \frac{\hat{\rho}_2^2}{82-2} + \dots + \frac{\hat{\rho}_{12}^2}{82-12} \right)$$

$$Q = 82(84) \sum_{k=1}^{12} \left(\frac{0,002280935}{81} + \frac{0,035690883}{80} + \dots + \frac{0,044433061}{70} \right)$$

$$Q = 6888(0,000590 + (-0,02362) + \dots + (-0,003011))$$

$$Q = 6888 \times 0,001963933$$

$$Q = 13,52756763 \approx 13,53$$

Differencing: 1 regular, 1 seasonal of order 12

Number of observations: Original series 96, after differencing 83

Modified Box-Pierce (Ljung-Box) Chi-Square Statistic

Lag	12	24	36	48
Chi-Square	13,67	23,98	37,17	59,01
DF	7	19	31	43
P-Value	0,057	0,197	0,206	0,053

Lampiran 10. Uji *Kolmogorov-Smirnov*

Nilai Z_i :

$$Z_n = \frac{(X_i - \bar{X})}{SD}$$

$$Z_1 = \frac{(-98,839 - 4,72)}{36,48}$$

$$= -2,8$$

Nilai F_t :

$$F_1 = 0,0022 \text{ (dilihat pada tabel kenormalan/tabel Z)}$$

Nilai F_s :

$$F_s = \frac{s}{N}$$

$$F_1 = \frac{1}{83} = 0,0120$$

Nilai $|F_n(x) - F_0(x)|$:

$$|F_n(x) - F_0(x)| = |0,0022 - 0,0120|$$

$$= |-0,0098|$$

$$= 0,0098$$

Urutan Kumulatif	Residual (X_i)	Z_i	$F_n(x)$	$F_0(x)$	$ F_n(x) - F_0(x) $
1	-98,839	-2,8	0,0022	0,0120	0,0098
2	-89,278	-2,6	0,0040	0,0241	0,0201
3	-73,260	-2,1	0,0122	0,0361	0,0239
4	-62,336	-1,8	0,0322	0,0482	0,0160
5	-55,088	-1,6	0,0495	0,0602	0,0107
6	-53,292	-1,6	0,0495	0,0723	0,0228
7	-43,805	-1,3	0,0885	0,0843	0,0042
8	-36,525	-1,1	0,1251	0,0964	0,0287
9	-35,152	-1,1	0,1251	0,1084	0,0167
10	-28,354	-0,9	0,1711	0,1205	0,0506
11	-25,841	-0,8	0,1977	0,1325	0,0652
12	-25,741	-0,8	0,1977	0,1446	0,0531
13	-24,799	-0,8	0,1977	0,1566	0,0411
14	-20,341	-0,7	0,2266	0,1687	0,0579
15	-18,812	-0,6	0,2578	0,1807	0,0771
16	-18,071	-0,6	0,2578	0,1928	0,0650
17	-17,411	-0,6	0,2578	0,2048	0,0530
18	-17,342	-0,6	0,2578	0,2169	0,0409
19	-17,335	-0,6	0,2578	0,2289	0,0289
20	-15,235	-0,5	0,2578	0,2410	0,0168
21	-13,621	-0,5	0,2912	0,2530	0,0382
22	-12,851	-0,5	0,2912	0,2651	0,0261
23	-12,217	-0,5	0,2912	0,2771	0,0141

24	-11,459	-0,4	0,3264	0,2892	0,0372
25	-11,190	-0,4	0,3264	0,3012	0,0252
26	-10,804	-0,4	0,3264	0,3133	0,0131
27	-9,087	-0,4	0,3264	0,3253	0,0011
28	-7,905	-0,3	0,3632	0,3373	0,0259
29	-6,949	-0,3	0,3632	0,3494	0,0138
30	-6,167	-0,3	0,3632	0,3614	0,0018
31	-3,986	-0,2	0,4013	0,3735	0,0278
32	-3,484	-0,2	0,4013	0,3855	0,0158
33	-3,347	-0,2	0,4013	0,3976	0,0037
34	-3,250	-0,2	0,4013	0,4096	0,0083
35	-2,653	-0,2	0,4013	0,4217	0,0204
36	-2,272	-0,2	0,4013	0,4337	0,0324
37	-1,559	-0,2	0,4013	0,4458	0,0445
38	-0,440	-0,1	0,4404	0,4578	0,0174
39	-0,217	-0,1	0,4404	0,4699	0,0295
40	-0,105	-0,1	0,4404	0,4819	0,0415
41	-0,043	-0,1	0,4404	0,4940	0,0536
42	2,495	-0,1	0,4404	0,5060	0,0656
43	3,980	0,0	0,5199	0,5181	0,0018
44	5,458	0,0	0,5199	0,5301	0,0102
45	6,601	0,1	0,5596	0,5422	0,0174
46	6,930	0,1	0,5596	0,5542	0,0054
47	7,635	0,1	0,5596	0,5663	0,0067
48	8,227	0,1	0,5596	0,5783	0,0187
49	9,421	0,1	0,5596	0,5904	0,0308
50	12,572	0,2	0,5987	0,6024	0,0037
51	13,545	0,2	0,5987	0,6145	0,0158
52	13,602	0,2	0,5987	0,6265	0,0278
53	13,621	0,2	0,5987	0,6386	0,0399
54	14,349	0,3	0,6368	0,6506	0,0138
55	15,172	0,3	0,6368	0,6627	0,0259
56	16,299	0,3	0,6368	0,6747	0,0379
57	17,467	0,3	0,6368	0,6867	0,0499
58	19,527	0,4	0,6736	0,6988	0,0252
59	20,142	0,4	0,6736	0,7108	0,0372
60	20,156	0,4	0,6736	0,7229	0,0493
61	20,602	0,4	0,6736	0,7349	0,0613
62	21,600	0,5	0,7088	0,7470	0,0382
63	21,677	0,5	0,7088	0,7590	0,0502
64	23,442	0,5	0,7088	0,7711	0,0623
65	23,577	0,5	0,7088	0,7831	0,0743
66	24,304	0,5	0,7088	0,7952	0,0864
67	26,158	0,6	0,7422	0,8072	0,0650

68	32,585	0,8	0,8023	0,8193	0,0170
69	37,078	0,9	0,8289	0,8313	0,0024
70	37,641	0,9	0,8289	0,8434	0,0145
71	38,330	0,9	0,8289	0,8554	0,0265
72	38,569	0,9	0,8289	0,8675	0,0386
73	41,383	1,0	0,8531	0,8795	0,0264
74	42,857	1,0	0,8749	0,8916	0,0167
75	48,822	1,2	0,8944	0,9036	0,0092
76	53,165	1,3	0,9115	0,9157	0,0042
77	53,244	1,3	0,9115	0,9277	0,0162
78	54,223	1,4	0,9265	0,9398	0,0133
79	56,503	1,4	0,9265	0,9518	0,0253
80	70,299	1,8	0,9678	0,9639	0,0039
81	76,681	2,0	0,9798	0,9759	0,0039
82	99,211	2,6	0,9960	0,9880	0,0080
83	123,555	3,3	0,9996	1,0000	0,0004

Nilai D_{hitung} :

$$D_{hitung} = \sup_x |F_n(x) - F_0(x)|$$

$$D_{hitung} = 0,0864$$

Nilai $D_{\alpha,n} = 0,1492$ (dapat dilihat pada tabel *Kolmogorov-Smirnov*)

Lampiran 11. Tabel Statistik χ^2

DF	Probabilitas				
	0,5	0,1	0,05	0,01	0,05
1	0,45494	2,70554	3,84146	6,6349	3,84146
2	1,38629	4,60517	5,99146	9,21034	5,99146
3	2,36597	6,25139	7,81473	11,34487	7,81473
4	3,35669	7,77944	9,48773	13,2767	9,48773
5	4,35146	9,23636	11,0705	15,08627	11,0705
6	5,34812	10,64464	12,59159	16,81189	12,59159
7	6,34581	12,01704	14,06714	18,47531	14,06714
8	7,34412	13,36157	15,50731	20,09024	15,50731
9	8,34283	14,68366	16,91898	21,66599	16,91898
10	9,34182	15,98718	18,30704	23,20925	18,30704
11	10,341	17,27501	19,67514	24,72497	19,67514
12	11,34032	18,54935	21,02607	26,21697	21,02607
13	12,33976	19,81193	22,36203	27,68825	22,36203
14	13,33927	21,06414	23,68479	29,14124	23,68479
15	14,33886	22,30713	24,99579	30,57791	24,99579
16	15,3385	23,54183	26,29623	31,99993	26,29623
17	16,33818	24,76904	27,58711	33,40866	27,58711
18	17,3379	25,98942	28,8693	34,80531	28,8693
19	18,33765	27,20357	30,14353	36,19087	30,14353
20	19,33743	28,41198	31,41043	37,56623	31,41043
21	20,33723	29,61509	32,67057	38,93217	32,67057
22	21,33704	30,81328	33,92444	40,28936	33,92444
23	22,33688	32,0069	35,17246	41,6384	35,17246
24	23,33673	33,19624	36,41503	42,97982	36,41503
25	24,33659	34,38159	37,65248	44,3141	37,65248
26	25,33646	35,56317	38,88514	45,64168	38,88514
27	26,33634	36,74122	40,11327	46,96294	40,11327
28	27,33623	37,91592	41,33714	48,27824	41,33714
29	28,33613	39,08747	42,55697	49,58788	42,55697
30	29,33603	40,25602	43,77297	50,89218	43,77297
31	30,33594	41,42174	44,98534	52,19139	44,98534
32	31,33586	42,58475	46,19426	53,48577	46,19426
33	32,33578	43,74518	47,39988	54,77554	47,39988
34	33,33571	44,90316	48,60237	56,06091	48,60237
35	34,33564	46,05879	49,80185	57,34207	49,80185
36	35,33557	47,21217	50,99846	58,61921	50,99846
37	36,33551	48,36341	52,19232	59,8925	52,19232
38	37,33545	49,51258	53,38354	61,16209	53,38354
39	38,3354	50,65977	54,57223	62,42812	54,57223
40	39,33534	51,80506	55,75848	63,69074	55,75848

41	40,33529	52,94851	56,94239	64,95007	56,94239
42	41,33525	54,0902	58,12404	66,20624	58,12404
43	42,3352	55,23019	59,30351	67,45935	59,30351
44	43,33516	56,36854	60,48089	68,70951	60,48089
45	44,33512	57,5053	61,65623	69,95683	61,65623
46	45,33508	58,64054	62,82962	71,2014	62,82962
47	46,33504	59,77429	64,00111	72,44331	64,00111
48	47,335	60,90661	65,17077	73,68264	65,17077
49	48,33497	62,03754	66,33865	74,91947	66,33865
50	49,33494	63,16712	67,50481	76,15389	67,50481

Lampiran 12. Tabel Statistik *Kolmogorov-Smirnov*

n	$\alpha = 0,20$	$\alpha = 0,10$	$\alpha = 0,05$	$\alpha = 0,02$	$\alpha = 0,01$
1	0,900	0,950	0,975	0,990	0,995
2	0,684	0,776	0,842	0,900	0,929
3	0,565	0,636	0,708	0,785	0,829
4	0,493	0,565	0,624	0,689	0,734
5	0,447	0,509	0,563	0,627	0,669
6	0,410	0,468	0,519	0,577	0,617
7	0,381	0,436	0,483	0,538	0,576
8	0,359	0,410	0,454	0,507	0,542
9	0,339	0,387	0,430	0,480	0,513
10	0,323	0,369	0,409	0,457	0,486
11	0,308	0,352	0,391	0,437	0,468
12	0,296	0,338	0,375	0,419	0,449
13	0,285	0,325	0,361	0,404	0,432
14	0,275	0,314	0,349	0,390	0,418
15	0,266	0,304	0,338	0,377	0,404
16	0,258	0,295	0,327	0,366	0,392
17	0,250	0,286	0,318	0,355	0,381
18	0,244	0,279	0,309	0,346	0,371
19	0,237	0,271	0,301	0,337	0,361
20	0,232	0,265	0,294	0,329	0,352
21	0,226	0,259	0,287	0,321	0,344
22	0,221	0,253	0,281	0,314	0,337
23	0,216	0,247	0,275	0,307	0,330
24	0,212	0,242	0,269	0,301	0,323
25	0,208	0,238	0,264	0,295	0,317
26	0,204	0,233	0,259	0,290	0,311
27	0,200	0,229	0,254	0,284	0,305
28	0,197	0,225	0,250	0,279	0,300
29	0,193	0,221	0,246	0,275	0,295
30	0,190	0,218	0,242	0,270	0,290
35	0,177	0,202	0,224	0,251	0,269
40	0,165	0,189	0,210	0,235	0,252
45	0,156	0,179	0,198	0,222	0,238
50	0,148	0,170	0,188	0,211	0,226
55	0,142	0,162	0,180	0,201	0,216
60	0,136	0,155	0,172	0,193	0,207
65	0,131	0,149	0,166	0,185	0,199
70	0,126	0,144	0,160	0,179	0,192
75	0,122	0,139	0,154	0,173	0,185
80	0,118	0,135	0,150	0,167	0,179
85	0,114	0,131	0,145	0,162	0,174
90	0,111	0,127	0,141	0,158	0,169
95	0,108	0,124	0,137	0,154	0,165
100	0,106	0,121	0,134	0,150	0,161
n	$1,07/\sqrt{n}$	$1,22/\sqrt{n}$	$1,35/\sqrt{n}$	$1,52/\sqrt{n}$	$1,63/\sqrt{n}$

Lampiran 13. Tabel Statistik Distribusi Normal (Z)

z	0	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05
-3,5	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002
-3,4	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003
-3,3	0,0005	0,0005	0,0005	0,0004	0,0004	0,0004
-3,2	0,0007	0,0007	0,0006	0,0006	0,0006	0,0006
-3,1	0,0010	0,0009	0,0009	0,0009	0,0008	0,0008
-3,0	0,0013	0,0013	0,0013	0,0012	0,0012	0,0011
-2,9	0,0019	0,0018	0,0018	0,0017	0,0016	0,0016
-2,8	0,0026	0,0025	0,0024	0,0023	0,0023	0,0022
-2,7	0,0035	0,0034	0,0033	0,0032	0,0031	0,0030
-2,6	0,0047	0,0045	0,0044	0,0043	0,0041	0,0040
-2,5	0,0062	0,0060	0,0059	0,0057	0,0055	0,0054
-2,4	0,0082	0,0080	0,0078	0,0075	0,0073	0,0071
-2,3	0,0107	0,0104	0,0102	0,0099	0,0096	0,0094
-2,2	0,0139	0,0136	0,0132	0,0129	0,0125	0,0122
-2,1	0,0179	0,0174	0,0170	0,0166	0,0162	0,0158
-2,0	0,0228	0,0222	0,0217	0,0212	0,0207	0,0202
-1,9	0,0287	0,0281	0,0274	0,0268	0,0262	0,0256
-1,8	0,0359	0,0351	0,0344	0,0336	0,0329	0,0322
-1,7	0,0446	0,0436	0,0427	0,0418	0,0409	0,0401
-1,6	0,0548	0,0537	0,0526	0,0516	0,0505	0,0495
-1,5	0,0668	0,0655	0,0643	0,0630	0,0618	0,0606
-1,4	0,0808	0,0793	0,0778	0,0764	0,0749	0,0735
-1,3	0,0968	0,0951	0,0934	0,0918	0,0901	0,0885
-1,2	0,1151	0,1131	0,1112	0,1093	0,1075	0,1056
-1,1	0,1357	0,1335	0,1314	0,1292	0,1271	0,1251
-1,0	0,1587	0,1562	0,1539	0,1515	0,1492	0,1469
-0,9	0,1841	0,1814	0,1788	0,1762	0,1736	0,1711
-0,8	0,2119	0,2090	0,2061	0,2033	0,2005	0,1977
-0,7	0,2420	0,2389	0,2358	0,2327	0,2296	0,2266
-0,6	0,2743	0,2709	0,2676	0,2643	0,2611	0,2578
-0,5	0,3085	0,3050	0,3015	0,2981	0,2946	0,2912
-0,4	0,3446	0,3409	0,3372	0,3336	0,3300	0,3264
-0,3	0,3821	0,3783	0,3745	0,3707	0,3669	0,3632
-0,2	0,4207	0,4168	0,4129	0,4090	0,4052	0,4013
-0,1	0,4602	0,4562	0,4522	0,4483	0,4443	0,4404
-0,0	0,5000	0,4960	0,4920	0,4880	0,4840	0,4801
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531

1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984
3,0	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989
3,1	0,9990	0,9991	0,9991	0,9991	0,9992	0,9992
3,2	0,9993	0,9993	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994
3,3	0,9995	0,9995	0,9995	0,9996	0,9996	0,9996
3,4	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997
3,5	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998

Lampiran 14. Tabel Statistik Distribusi t

df	Pr	0.25 0.50	0.10 0.20	0.05 0.10	0.025 0.050	0.01 0.02	0.005 0.010	0.001 0.002
1		1.00000	3.07768	6.31375	12.70620	31.82052	63.65674	318.30884
2		0.81650	1.88562	2.91999	4.30265	6.96456	9.92484	22.32712
3		0.76489	1.63774	2.35336	3.18245	4.54070	5.84091	10.21453
4		0.74070	1.53321	2.13185	2.77645	3.74695	4.60409	7.17318
5		0.72669	1.47588	2.01505	2.57058	3.36493	4.03214	5.89343
6		0.71756	1.43976	1.94318	2.44691	3.14267	3.70743	5.20763
7		0.71114	1.41492	1.89458	2.36462	2.99795	3.49948	4.78529
8		0.70639	1.39682	1.85955	2.30600	2.89646	3.35539	4.50079
9		0.70272	1.38303	1.83311	2.26216	2.82144	3.24984	4.29681
10		0.69981	1.37218	1.81246	2.22814	2.76377	3.16927	4.14370
11		0.69745	1.36343	1.79588	2.20099	2.71808	3.10581	4.02470
12		0.69548	1.35622	1.78229	2.17881	2.68100	3.05454	3.92963
13		0.69383	1.35017	1.77093	2.16037	2.65031	3.01228	3.85198
14		0.69242	1.34503	1.76131	2.14479	2.62449	2.97684	3.78739
15		0.69120	1.34061	1.75305	2.13145	2.60248	2.94671	3.73283
16		0.69013	1.33676	1.74588	2.11991	2.58349	2.92078	3.68615
17		0.68920	1.33338	1.73961	2.10982	2.56693	2.89823	3.64577
18		0.68836	1.33039	1.73406	2.10092	2.55238	2.87844	3.61048
19		0.68762	1.32773	1.72913	2.09302	2.53948	2.86093	3.57940
20		0.68695	1.32534	1.72472	2.08596	2.52798	2.84534	3.55181
21		0.68635	1.32319	1.72074	2.07961	2.51765	2.83136	3.52715
22		0.68581	1.32124	1.71714	2.07387	2.50832	2.81876	3.50499
23		0.68531	1.31946	1.71387	2.06866	2.49987	2.80734	3.48496
24		0.68485	1.31784	1.71088	2.06390	2.49216	2.79694	3.46678
25		0.68443	1.31635	1.70814	2.05954	2.48511	2.78744	3.45019
26		0.68404	1.31497	1.70562	2.05553	2.47863	2.77871	3.43500
27		0.68368	1.31370	1.70329	2.05183	2.47266	2.77068	3.42103
28		0.68335	1.31253	1.70113	2.04841	2.46714	2.76326	3.40816
29		0.68304	1.31143	1.69913	2.04523	2.46202	2.75639	3.39624
30		0.68276	1.31042	1.69726	2.04227	2.45726	2.75000	3.38518
31		0.68249	1.30946	1.69552	2.03951	2.45282	2.74404	3.37490
32		0.68223	1.30857	1.69389	2.03693	2.44868	2.73848	3.36531
33		0.68200	1.30774	1.69236	2.03452	2.44479	2.73328	3.35634
34		0.68177	1.30695	1.69092	2.03224	2.44115	2.72839	3.34793
35		0.68156	1.30621	1.68957	2.03011	2.43772	2.72381	3.34005
36		0.68137	1.30551	1.68830	2.02809	2.43449	2.71948	3.33262
37		0.68118	1.30485	1.68709	2.02619	2.43145	2.71541	3.32563
38		0.68100	1.30423	1.68595	2.02439	2.42857	2.71156	3.31903
39		0.68083	1.30364	1.68488	2.02269	2.42584	2.70791	3.31279
40		0.68067	1.30308	1.68385	2.02108	2.42326	2.70446	3.30688

df	Pr	0.25	0.10	0.05	0.025	0.01	0.005	0.001
		0.50	0.20	0.10	0.050	0.02	0.010	0.002
41	0.68052	1.30254	1.68288	2.01954	2.42080	2.70118	3.30127	
42	0.68038	1.30204	1.68195	2.01808	2.41847	2.69807	3.29595	
43	0.68024	1.30155	1.68107	2.01669	2.41625	2.69510	3.29089	
44	0.68011	1.30109	1.68023	2.01537	2.41413	2.69228	3.28607	
45	0.67998	1.30065	1.67943	2.01410	2.41212	2.68959	3.28148	
46	0.67986	1.30023	1.67866	2.01290	2.41019	2.68701	3.27710	
47	0.67975	1.29982	1.67793	2.01174	2.40835	2.68456	3.27291	
48	0.67964	1.29944	1.67722	2.01063	2.40658	2.68220	3.26891	
49	0.67953	1.29907	1.67655	2.00958	2.40489	2.67995	3.26508	
50	0.67943	1.29871	1.67591	2.00856	2.40327	2.67779	3.26141	
51	0.67933	1.29837	1.67528	2.00758	2.40172	2.67572	3.25789	
52	0.67924	1.29805	1.67469	2.00665	2.40022	2.67373	3.25451	
53	0.67915	1.29773	1.67412	2.00575	2.39879	2.67182	3.25127	
54	0.67906	1.29743	1.67356	2.00488	2.39741	2.66998	3.24815	
55	0.67898	1.29713	1.67303	2.00404	2.39608	2.66822	3.24515	
56	0.67890	1.29685	1.67252	2.00324	2.39480	2.66651	3.24226	
57	0.67882	1.29658	1.67203	2.00247	2.39357	2.66487	3.23948	
58	0.67874	1.29632	1.67155	2.00172	2.39238	2.66329	3.23680	
59	0.67867	1.29607	1.67109	2.00100	2.39123	2.66176	3.23421	
60	0.67860	1.29582	1.67065	2.00030	2.39012	2.66028	3.23171	
61	0.67853	1.29558	1.67022	1.99962	2.38905	2.65886	3.22930	
62	0.67847	1.29536	1.66980	1.99897	2.38801	2.65748	3.22696	
63	0.67840	1.29513	1.66940	1.99834	2.38701	2.65615	3.22471	
64	0.67834	1.29492	1.66901	1.99773	2.38604	2.65485	3.22253	
65	0.67828	1.29471	1.66864	1.99714	2.38510	2.65360	3.22041	
66	0.67823	1.29451	1.66827	1.99656	2.38419	2.65239	3.21837	
67	0.67817	1.29432	1.66792	1.99601	2.38330	2.65122	3.21639	
68	0.67811	1.29413	1.66757	1.99547	2.38245	2.65008	3.21446	
69	0.67806	1.29394	1.66724	1.99495	2.38161	2.64898	3.21260	
70	0.67801	1.29376	1.66691	1.99444	2.38081	2.64790	3.21079	
71	0.67796	1.29359	1.66660	1.99394	2.38002	2.64686	3.20903	
72	0.67791	1.29342	1.66629	1.99346	2.37926	2.64585	3.20733	
73	0.67787	1.29326	1.66600	1.99300	2.37852	2.64487	3.20567	
74	0.67782	1.29310	1.66571	1.99254	2.37780	2.64391	3.20406	
75	0.67778	1.29294	1.66543	1.99210	2.37710	2.64298	3.20249	
76	0.67773	1.29279	1.66515	1.99167	2.37642	2.64208	3.20096	
77	0.67769	1.29264	1.66488	1.99125	2.37576	2.64120	3.19948	
78	0.67765	1.29250	1.66462	1.99085	2.37511	2.64034	3.19804	
79	0.67761	1.29236	1.66437	1.99045	2.37448	2.63950	3.19663	
80	0.67757	1.29222	1.66412	1.99006	2.37387	2.63869	3.19526	

df	Pr	0.25	0.10	0.05	0.025	0.01	0.005	0.001
		0.50	0.20	0.10	0.050	0.02	0.010	0.002
81	0.67753	1.29209	1.66388	1.98969	2.37327	2.63790	3.19392	
82	0.67749	1.29196	1.66365	1.98932	2.37269	2.63712	3.19262	
83	0.67746	1.29183	1.66342	1.98896	2.37212	2.63637	3.19135	
84	0.67742	1.29171	1.66320	1.98861	2.37156	2.63563	3.19011	
85	0.67739	1.29159	1.66298	1.98827	2.37102	2.63491	3.18890	
86	0.67735	1.29147	1.66277	1.98793	2.37049	2.63421	3.18772	
87	0.67732	1.29136	1.66256	1.98761	2.36998	2.63353	3.18657	
88	0.67729	1.29125	1.66235	1.98729	2.36947	2.63286	3.18544	
89	0.67726	1.29114	1.66216	1.98698	2.36898	2.63220	3.18434	
90	0.67723	1.29103	1.66196	1.98667	2.36850	2.63157	3.18327	
91	0.67720	1.29092	1.66177	1.98638	2.36803	2.63094	3.18222	
92	0.67717	1.29082	1.66159	1.98609	2.36757	2.63033	3.18119	
93	0.67714	1.29072	1.66140	1.98580	2.36712	2.62973	3.18019	
94	0.67711	1.29062	1.66123	1.98552	2.36667	2.62915	3.17921	
95	0.67708	1.29053	1.66105	1.98525	2.36624	2.62858	3.17825	
96	0.67705	1.29043	1.66088	1.98498	2.36582	2.62802	3.17731	
97	0.67703	1.29034	1.66071	1.98472	2.36541	2.62747	3.17639	
98	0.67700	1.29025	1.66055	1.98447	2.36500	2.62693	3.17549	
99	0.67698	1.29016	1.66039	1.98422	2.36461	2.62641	3.17460	
100	0.67695	1.29007	1.66023	1.98397	2.36422	2.62589	3.17374	
101	0.67693	1.28999	1.66008	1.98373	2.36384	2.62539	3.17289	
102	0.67690	1.28991	1.65993	1.98350	2.36346	2.62489	3.17206	
103	0.67688	1.28982	1.65978	1.98326	2.36310	2.62441	3.17125	
104	0.67686	1.28974	1.65964	1.98304	2.36274	2.62393	3.17045	
105	0.67683	1.28967	1.65950	1.98282	2.36239	2.62347	3.16967	
106	0.67681	1.28959	1.65936	1.98260	2.36204	2.62301	3.16890	
107	0.67679	1.28951	1.65922	1.98238	2.36170	2.62256	3.16815	
108	0.67677	1.28944	1.65909	1.98217	2.36137	2.62212	3.16741	
109	0.67675	1.28937	1.65895	1.98197	2.36105	2.62169	3.16669	
110	0.67673	1.28930	1.65882	1.98177	2.36073	2.62126	3.16598	
111	0.67671	1.28922	1.65870	1.98157	2.36041	2.62085	3.16528	
112	0.67669	1.28916	1.65857	1.98137	2.36010	2.62044	3.16460	
113	0.67667	1.28909	1.65845	1.98118	2.35980	2.62004	3.16392	
114	0.67665	1.28902	1.65833	1.98099	2.35950	2.61964	3.16326	
115	0.67663	1.28896	1.65821	1.98081	2.35921	2.61926	3.16262	
116	0.67661	1.28889	1.65810	1.98063	2.35892	2.61888	3.16198	
117	0.67659	1.28883	1.65798	1.98045	2.35864	2.61850	3.16135	
118	0.67657	1.28877	1.65787	1.98027	2.35837	2.61814	3.16074	
119	0.67656	1.28871	1.65776	1.98010	2.35809	2.61778	3.16013	
120	0.67654	1.28865	1.65765	1.97993	2.35782	2.61742	3.15954	

Lampiran 15. Permintaan data ke PT KAI

The screenshot displays a web browser window at the URL `ppid.kai.id/permohonan-data`. The page is a data request form for PT KAI. A modal window titled "Notif Permohonan Data" is centered on the screen, displaying the message "Permohonan Data Berhasil" (Data Request Successful) in a green box, with a "CLOSE" button at the bottom right. The background form is dimmed and includes a sidebar with navigation links (Dapok 6, Dapok 7, Dapok 8, Dapok 9, Direk I, Direk II, Direk III, Direk IV), a "Kategori Permohonan" section with radio buttons for "SEJARAH", "OPERASIONAL", and "LAIN-LAIN", and a "Rincian info yang dibutuhkan" section with a text input field. At the bottom, there are fields for "File Identitas (KTP)" and "File Pendukung (Surat pengantar Kampus / Instansi)" with "CHOOSE FILE" buttons. A "SUBMIT PERMOHONAN" button is located at the bottom right of the form area. The footer of the page reads "© 2018 PT KERETA API INDONESIA (PERSERO)".