PEMODELAN MATEMATIKA PENYEBARAN PENYAKIT *CORONA VIRUSES DISEASE 2019* (COVID-19) PADA KASUS PENGGUNAAN MASKER KESEHATAN

SKRIPSI

Boby Rinaldi
FIC217022

PROGRAM STUDI S1 MATEMATIKA

JURUSAN MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM

FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS JAMBI

2021

SURAT PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa skripsi ini benar-benar karya sendiri. Sepanjang pengetahuan saya tidak terdapat karya atau pendapat yang ditulis atau diterbitkan orang lain kecuali sebagai acuan atau kutipan dengan mengikuti tata penulisan karya ilmiah yang telah lazim.

Tanda tangan yang tertera dalam halaman pengesahan adalah asli. Jika tidak asli, saya siap menerima sanksi sesuai dengan peraturan yang berlaku.

Jambi, 16 Juni 2021
Yang menyatakan,

METERAI TEMPEL
10000
B95F4AJX297934618

BOBY RINALDI
F1C217022

RINGKASAN

Penyakit menular merupakan penyakit yang disebabkan oleh mikroorganisme patogen, seperti bakteri, virus parasit atau jamur. Penyakit ini dapat menyebar baik secara langsung maupun tidak langsung. Hingga saat ini banyak penyakit menular yang mewabah di dunia, seperti influenza, difteri, kolera dan lain sebagainya, hingga saat ini banyak penyakit menular salah satunya penyakit menular yang sedang mewabah saat ini yaitu Covid-19.

Penggunaan masker kesehatan sangat penting untuk mencegah penyebaran Covid-19. Salah satu pendekatan untuk menjelaskan solusi dari permasalahan yang terjadi dalam dunia nyata adalah memodelkan atau merumuskan permasalahan nyata dalam bahasa matematika, dalam penelitian ini akan dibentuk model matematika penyebaran penyakit Covid-19 pada kasus penggunaan masker kesehatan di Indonesia dimana diasumsikan tidak terjadi imigrasi pada populasi. Metode penyebaran penyakit yang digunakan adalah metode penyebaran SEIR dikarnakan faktor penulis mengambil faktor-faktor umum pada penyakit seperti *susceptible,exposed,infected* dan *removed* tanpa adanya faktor antibodi dalam tubuh dan faktor vaksin yang diberikan pada individu. faktor krusial yang mempengaruhi adalah parameter laju penggunaan masker kesehatan dan laju pelepasan masker kesehatan yang disimbolkan dengan u_1 untuk laju penggunaan masker kesehatan dan u_2 untuk laju pelepasan masker kesehatan.

Pembentukan model SEIR dimulai dengan membuat asumsi-asumsi agar dapat menentukan variabel dan parameter yang digunakan untuk model SEIR, lalu menentukan titik ekulibrium bebas penyakit (E^0). Titk ekulibrium endemik (E^1) akan muncul jika titik ekulibrium bebas penyakit tidak stabil, maka akan dianalisis titik ekulibrium bebas penyakit (E^0) dengan menentukan *basic reproduction number* (R_0) dengan menggunakan metode *Next Generation Matrix* . Titik ekulibrium endemik (E^1) yang di dapat juga akan dianalis dengan simulasi numerik untuk menentukan kestabilan dari titik ekulibrium endemik (E^1) tersebut, lalu akan dianalisis sensitifitas terhadap parameter u_1 dan u_2 dengan simulasi numerik.

Model yang didapat dari penelitian ini berupa sebuah sistem persamaan diferensial yaitu :

$$\frac{dS_1}{dt} = \mu N + u_2 S_2 - \mu S_1 - \beta S_1 I_1 - u_1 S_1$$
$$\frac{dS_2}{dt} = u_1 S_1 - u_2 S_2 - \mu S_2$$
$$\frac{dE}{dt} = \beta S_1 I_1 - \delta E - \mu E$$
$$\frac{dI_1}{dt} = \delta E + u_2 I_2 - u_1 I_1 - \sigma I_1 - \omega I_1 - \mu I_1$$
$$\frac{dI_2}{dt} = u_1 I_1 - u_2 I_2 - \sigma I_2 - \omega I_2 - \mu I_2$$
$$\frac{dR}{dt} = (I_1 + I_2)\sigma + (I_1 + I_2)\omega - \mu R$$

dengan $R_0 = 32$ yang artinya setiap individu berpotensi menyebarkan Covid-19 ke 32 orang dan kestabilan dari titik ekuilibriun endemik bersifat stabil.

SUMMARY

Infectious diseases are diseases caused by pathogenic microorganisms, such as bacteria, parasitic viruses or fungi. This disease can spread either directly or indirectly. Until now, there are many infectious diseases that are endemic in the world, such as influenza, diphtheria, cholera and so on. For now there are many infectious diseases, one of which is an infectious disease that is currently endemic, namely Covid-19.

the use of a health mask is very important to prevent the spread of Covid-19. One approach to explaining solutions to problems that occur in the real world is to model or formulate real problems in mathematical language, in this study a mathematical model of the spread of Covid-19 with the use of health masks will be formed. The disease spread method used is the SEIR spread method because the author's factor takes general factors in the disease such as susceptible, exposed, infected and remove without any antibody factor in the body and the vaccine factor given to individuals. The crucial factors that influence are the parameters of the rate of use of health masks and the rate of removal of health masks which are symbolized by u_1 *for the rate of use of health masks and* u_2 *for the rate of removal of health masks.*

The formation of the SEIR model begins with making assumptions in order to determine the variables and parameters used for the SEIR model, then determine the disease-free equilibrium point (E^0*). The endemic equilibrium point (*E^1*) will appear if the disease-free equilibrium point is unstable, then the disease-free equilibrium point (*E^0*) will be analyzed by determining the basic reproduction number (*R_0 *using the Next Generation Matrix method. The obtained endemic equilibrium point (*E^1*) will also be analyzed by numerical simulation to determine the stability of the endemic equilibrium point (*E^1*), then the sensitivity to parameters* u_1 *and* u_2 *will be analyzed by numerical simulation.*

The model obtained from this research is in the form of a system of differential equations, namely:

$$\frac{dS_1}{dt} = \mu N + u_2 S_2 - \mu S_1 - \beta S_1 I_1 - u_1 S_1$$
$$\frac{dS_2}{dt} = u_1 S_1 - u_2 S_2 - \mu S_2$$
$$\frac{dE}{dt} = \beta S_1 I_1 - \delta E - \mu E$$

$$\frac{dI_1}{dt} = \delta E + u_2 I_2 - u_1 I_1 - \sigma I_1 - \omega I_1 - \mu I_1$$
$$\frac{dI_2}{dt} = u_1 I_1 - u_2 I_2 - \sigma I_2 - \omega I_2 - \mu I_2$$
$$\frac{dR}{dt} = (I_1 + I_2)\sigma + (I_1 + I_2)\omega - \mu R$$

with $R_0 = 32$ *which means that each individual has the potential to spread Covid-19 to 32 people and the stability of the endemic equilibrium point is stable.*

PEMODELAN MATEMATIKA PENYEBARAN PENYAKIT CORONA VIRUSES DISEASE 2019 (COVID-19) PADA KASUS PENGGUNAAN MASKER KESEHATAN

SKRIPSI

Diajukan sebagai salah satu syarat dalam melakukan penelitian dalam rangka penulisan Skripsi pada Program Studi Matematika

BOBY RINALDI

FIC217022

PROGRAM STUDI S1 MATEMATIKA

JURUSAN MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM

FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI

UNIVERSITAS JAMBI

2021

PENGESAHAN

Skripsi dengan Judul **PEMODELAN MATEMATIKA PENYEBARAN PENYAKIT *CORONA VIRUSES DISEASE 2019* (COVID-19) PADA KASUS PENGGUNAAN MASKER KESEHATAN** yang disusun oleh **BOBY RINALDI, NIM: F1C217022** telah dipertahankan di depan tim penguji pada tanggal

Susunan Tim Penguji:

Ketua	:	Dr. Drs. Kamid, M.Si.
Sekretaris	:	Syamsyida Rozi, S.Si., M.Si.
Anggota	:	1. Drs.Wardi Syafmen, M.Si
		2. Gusmi Kholijah, S.Si., M.Si.
		3. Niken Rarasati, S.Si., M.Si.

Disetujui:

Pembimbing Utama	Pembimbing Pendamping
Dr. Drs. Kamid, M.Si.	Syamsyida Rozi, S.Si., M.Si.
NIP.196609041992031002	NIP. 198407292019032012

Diketahui:

Dekan Fakultas Sains dan Teknologi	Ketua Jurusan Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Prof. Drs. Damris M., M.Sc., Ph.D	Dr. Madyawati Latief, SP. M.Si.
NIP. 196605191991121001	NIP. 197206241999032001

RIWAYAT HIDUP

Boby Rinaldi lahir di Tahan Merah pada tanggal 19 September 1999, penulis merupakan anak kedua dari pasangan Bapak Afrinaldi dan Ibu Asnil. Jalur pendidikan formal yang pernah ditemput penulis, sebagai berikut:

1. SD N 005 Tanah Merah tamat tahun 2005-2011
2. SMP N 01 Tanah Merah Tengah tamat tahun 2012-2014
3. SMA N 1 Tanah Merah tamat tahun 2015-2017

Penulis mulai menempuh pendidikan Perguruan Tinggri Negeri (PTN) pada tahun 2017 di program studi S1 Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Jambi melalui jalur SNMPTN (Seleksi Nasional Masuk Perguruan Tinggi Negeri). Selama menempuh pendidikan di jenjang S1, penulis cukup aktif dalam bidang akademik maupun organisasi, serta aktif dalam kegiatan seminar-seminar baik tingkat jurusan, fakultas dan universitas.

PRAKATA

Puji syukur penulis ucapkan kehadirat Allah SWT atas rahmat dan karunia-Nya sehingga dapat menyelesaikan Skripsi dengan berjudul **"PEMODELAN MATEMATIKA PENYEBARAN PENYAKIT *CORONA VIRUSES DISEASE* 2019 (COVID-19) PADA KASUS PENGGUNAAN MASKER KESEHATAN".** Shalawat serta salam penulis haturkan kepada junjungan besar Nabi Muhammad SAW.

Skripsi ini dibuat dan disusun sebagai salah satu syarat untuk memperoleh Gelar Sarjana Program Studi Matematika, Jurusan Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Jambi. Selama proses pembuatan dan penyusunan skripsi, tidak sedikit hambatan yang penulis hadapi. Tetapi berkat dukungan dari berbagai pihak, skripsi ini dapat terselesaikan. Pada kesempatan ini, penulis ingin mengucapkan terimakasih kepada

1. Allah SWT karena dengan ridho dan rahmat-Nya laporan ini dapat diselesaikan.
2. Baginda Rasullulah serta keluarga yang dimuliakan Allah yang selalu menjadi suri tauladan
3. Bapak Afrinaldi dan Ibu Asnil selaku orang tua yang tiada hentinya memberikan dukungan dan do'anya untuk keberhasilan penulis.
4. Kak Nayla, adik Ravi serta kakek Mardas selaku keluarga yang selalu menjadi penyemangat dalam pengerjaan skripsi.
5. Prof. Drs. Damris M, M.Sc., Ph.D. selaku Dekan Fakultas Sains dan Teknologi.
6. Dr. Madyawati Latief, S.P., M.Si. selaku Ketua Jurusan Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam.
7. Gusmi Kholijah, S.Si., M.Si. selaku Ketua Program Studi Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Jurusan Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Jambi.
8. Niken Rarasati, S.Si., M.Si. selaku Dosen Pembimbing Akademik.
9. Dr.Drs. Kamid, M.Si. selaku Dosen Pembimbing Utama dan Syamsyida Rozi, S.Si., M.Si. selaku Dosen Pembimbing Pendamping.
10. Dr. Wardi syafmen, M.Si s, Gusmi Kholijah, S.Si., M.Si. dan Niken Rarasati, S.Si.,M.Si selaku penguji Skripsi.
11. Seluruh Dosen Program Studi Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Jurusan Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Jambi.
12. Ellys dan Fevi selaku teman sepembimbingan dan telah memberikan

banyak saran.

13. Angkatan 2017 yang memberikan banyak saran, do'a dan semangat selaku teman seperjuangan dari awal perkuliahan.
14. Semua pihak yang telah bersedia membantu dan tidak bisa disebutkan satu persatu.

Semoga skripsi ini bermanfaat bagi pembaca dan dapat diaplikasikan pada masa mendatang. Penulis menyadari skripsi ini jauh dari kesempurnaan dan mengharapkan adanya saran serta kritik yang membangun agar dapat membantu penulis dalam menyusun skripsi lainnya di masa mendatang.

Jambi, 16 Juni 2020
Yang menyatakan,

BOBY RINALDI
F1C217022

DAFTAR ISI

DAFTAR TABEL

DAFTAR GAMBAR

I.PENDAHULUAN

1.1 LATAR BELAKANG

Model matematika merupakan sekumpulan persamaan atau pertidaksamaan yang mengungkapkan perilaku suatu pernyataan yang nyata. Model matematika terbentuk berdasarkan asumsi-asumsi yang telah dibuat, banyak permasalahan yang timbul dari berbagai bidang yang dapat dibuat model matematika misalnya penyebaran suatu penyakit (Ekawati, 2005).

Model *SIR* adalah model dasar tentang penyebaran penyakit yang pertama kali diperkenalkan oleh Kermack & Mc Kendrick pada tahun 1927. Model *SIR* dapat dimodifikasi jadi beberapa model matematika yang lainnya seperti *SEIR, MSEIR, SEIV, SIS,* dan lain-lain (Tri dan Guvil, 2017). Nama-nama ini diberikan berdasarkan asumsi yang digunakan dalam model, dengan S merujuk pada kata *susceptible* (rentan), E merujuk pada kata *exposed* (terpapar), I merujuk pada kata *Infective* (terinfeksi suatu waktu dan dapat menyebarkan penyakit melalui kontak dengan orang yang rentan), R merujuk pada kata *Removed* atau *Recovery* (terinfeksi dan kemudian di hapus dari kemungkinan terinfeksi lagi atau menyebarkan penyakit) (Himawan, 2016).

Penyakit menular merupakan penyakit yang disebabkan oleh mikroorganisme patogen, seperti bakteri, virus parasit atau jamur. Penyakit ini dapat menyebar baik secara langsung maupun tidak langsung. Hingga saat ini banyak penyakit menular yang mewabah di dunia, seperti influenza, difteri, kolera dan lain sebagainya. Salah satu virus yang menyebabkan penyakit menular adalah virus korona (Arabi, 2015). Penyakit yang disebabkan oleh virus corona yaitu Penyakit SARS (*Severe acute respiratory syndrome*) yang mewabah dan menjadi pandemi pada tahun 2003 di guangdong (China), lalu penyakit MERS (*Middle East Respiratory Syndrome*) yang mewabah dan menjadi pandemi pada tahun 2012 di negara-negara Timur Tengah yaitu Arab Saudi, Yordania dan Yaman, lalu penyakit Covid-19 (*Corona Viruses Disease 2019*) yang terkonfirmasi pada akhir tahun 2019 di Provinsi Wuhan, China.

Covid-19 memiliki beberapa gejala mulai dari gejala ringan hingga gejala berat. Gejala ringan yang umum sering terjadi yaitu demam, batuk kering dan mudah lelah sedangkan gejala berat yang terjadi pada pasien yang terinfeksi Covid-19 yaitu seperti sesak nafas, kehilangan selara makan, kebingungan, nyeri atau terjadi tekanan pada dada dan demam dengan suhu di atas 38°C, tertanggal 9 desember 2020 jumlah total yang terinfeksi Covid-19 di seluruh dunia sebanyak 66.729.375 orang dengan total kematian

1.535.982 orang, sedangkan di Indonesia jumlah total yang terinfeksi Covid-19 sebanyak 581.550 orang dengan total kematian 17.867 orang (WHO, 2020). Memperhatikan penyebaran Covid-19 yang sangat massif tersebut, upaya pencegahan yang dapat dilakukan pemerintah Indonesia salah satunya adalah dengan menghimbau masyarakat untuk menggunakan masker kesehatan (Slamet, 2013).

Masker pelindung wajah merupakan salah satu bentuk *self protection* selama masa pandemi Corona virus. Pernyataan tersebut juga telah diperkuat oleh *World Health Organization* (WHO) melalui panduan sementara yang diumumkan pada tanggal 06 April 2020 mengenai anjuran mengenakan masker. Pentingnya penggunaan masker kesehatan dikarenakan masker kesehatan dapat memblokir hembusan partikel udara dari individu dan juga dapat menghalangi droplet atau tetesan air liur yang keluar sehingga tidak menyebarkan virus (World Health Organization, 2020).

Salah satu pendekatan untuk menjelaskan solusi dari permasalahan yang terjadi dalam dunia nyata adalah memodelkan atau merumuskan permasalahan nyata dalam bahasa matematika. Setelah model matematika diperoleh maka dapat diselesaikan secara matematis, dan dapat diintreprestasikan kembali dalam masalah nyata pada masyarakat indonesia. Penelitian ini akan dibentuk model matematika penyebaran penyakit Covid-19 jenis SEIR pada kasus penggunaan masker kesehatan. Dari model tersebut akan dicari titik ekuilibrium bebas penyakit dan titik ekuilibrium endemik untuk masing-masing kompartemen serta bilangan reproduksi dasar untuk mengidentifikasikan apakah penyakit menjadi endemik atau tidak. Selanjutnya akan dilakukan simulasi model, dengan nilai-nilai parameter yang digunakan diambil dari beberapa jurnal tentang penyebaran penyakit Covid-19.

1.2 RUMUSAN MASALAH

1. Bagaimana model matematika penyebaran penyakit Covid-19 dengan penggunaan masker kesehatan sesuai kriteria WHO ?
2. Bagaimana sifat Kualitatif dari model matematika penyebaran Covid- 19 (terkait titik ekuilibrium beserta kestabilannya).
3. Bagaimana *Basic Reproduction Number* dari penyebaran penyakit Covid-19 dengan penggunaan kesehatan ?
4. Bagaimana analisis sensitifitas perubahan nilai parameter yang akan mempengaruhi kestabilan keadaan populasi ?

1.3 PEMBATASAN MASALAH

Penelitan ini dibatasi pada penyebaran penyakit Covid-19 dalam populasi manusia, jumlah populasi diasumsikan konstan. Analisis terhadap model matematika tersebut dengan mencari titik kesetimbangannya, lalu mencari nilai *Basic Reproduction Number* (R_0), kemudian meneliti lebih lanjut tentang kestabilan titik keseimbangannya.

1.4 TUJUAN PENELITIAN

1. Mengetahui model matematika penyebaran penyakit Covid-19 dengan penggunaan masker kesehatan.
2. Mengetahui sifat kualitatif dari model matematika penyebaran Covid-19 (terkait titik ekuilibrium beserta kestabilannya).
3. Mengetahui *Basic Reproduction Number* dari penyebaran penyakit Covid-19 dengan penggunaan masker kesehatan.
4. Mengetahui pengaruh perubahan nilai parameter kestabilan keadaan populasi.

1.5 MANFAAT PENELITIAN

Manfaat dari penelitian ini diharapkan dapat membantu pemerintah, tim medis serta pihak-pihak terkait untuk mencegah penyebaran penyakit Covid-19 dengan penggunaan masker kesehatan. Model matematika yang dihasilkan dapat menjadi pilihan yang tepat untuk memahami dinamika penyakit. Penulis berharap penelitian ini dapat menambah wawasan dan pengetahuan baru mengenai model matematika penyebaran penyakit, serta dapat membawa masalah-masalah baru dalam bidang pemodelan terkhusus di dalam penyakit Covid-19 yang terkenal baru di dunia, sehingga akan muncul penelitian-penelitian yang lain.

II. TINJAUAN PUSTAKA

2.1 *Corona Virus Diasese-19* (COVID-19)

Covid-19 adalah penyakit sindrom pernapasan yang disebabkan oleh virus korona yang menyerang saluran pernapasan dari yang ringan hingga berat. Gejalanya adalah batuk, demam, dan sesak napas, bersifat akut dan biasanya pasien memiliki penyakit komorbid (penyakit penyerta) seperti diabetes, penyakit jantung kronik, hipertensi, dan penyakit paru kronik, sehingga dapat menyebabkan kematian bagi penderitanya. Struktur genom virus ini memiliki pola seperti coronavirus pada umumnya. Sekuens SARSCoV-2 memiliki kemiripan dengan coronavirus yang diisolasi pada kelelawar, sehingga muncul hipotesis bahwa SARS-CoV-2 berasal dari kelelawar yang kemudian bermutasi dan menginfeksi manusia. Mamalia dan burung diduga sebagai reservoir perantara, pada kasus Covid-19, trenggiling diduga sebagai reservoir perantara. Strain coronavirus pada trenggiling adalah yang mirip genomnya dengan coronavirus kelelawar (90,5%) dan SARS-CoV-2 (91%). Genom SARS-CoV-2 sendiri memiliki homologi 89% terhadap coronavirus kelelawar ZXC21 dan 82% terhadap SARS-CoV. Hasil pemodelan melalui komputer menunjukkan bahwa SARS-CoV-2 memiliki struktur tiga dimensi pada protein spike domain receptor-binding yang hampir identik dengan SARS-CoV. Pada SARS-CoV, protein ini memiliki afinitas yang kuat terhadap angiotensinconverting-enzyme 2 (ACE2). Pada SARS-CoV-2, data in vitro mendukung kemungkinan virus mampu masuk ke dalam sel menggunakan reseptor ACE2. Studi tersebut juga menemukan bahwa SARS-CoV-2 tidak menggunakan reseptor coronavirus lainnya seperti Aminopeptidase N (APN) dan Dipeptidyl peptidase-4 (DPP-4) (Susilo dkk, 2020).

Keadaan seperti ini membutuhkan langkah pencegahan seperti mencuci tangan, menggunakan masker, menjaga jarak aman 2 meter dan menghindari berkumpul di dalam ruangan yang memiliki sirkulasi udara yang buruk, adapun cara pemakaian masker yang benar yaitu letakkan masker menutupi hidung dan mulut dan kencangkan di dagu, pastikan anda bernafas dengan baik dan mudah serta penggunaan masker kesehatan yang baik adalah masker dengan 2 atau lebih lapisan untuk menghentikan penyebaran Covid-19 (CDC, 2020).

Data dari Komite Covid-19 dan pemulihan ekonomi nasional di dalam situs https://covid19.go.id/peta-sebaran-covid19 diketahui jumlah yang terinfeksi (I) yaitu 538.883 orang,yang terkonfirmasi (E) yaitu 71.420 orang dengan jumlah sembuh dan meninggal (R) yaitu 467.463 orang dengan jumlah populasi rentan (S) 268.583.016 orang, maka model SEIR yang membagi menjadi 4 kompertemen dapat di gunakan dalam penelitian Covid-19 (Read, 2020).

2.2 Persamaan Diferensial

Persamaan differensial merupakan sebuah bentuk persamaan yang memuat turunan satu atau lebih variabel tak bebas terhadap satu atau lebih variabel bebas dalam suatu fungsi . Berdasarkan banyak variabel bebas yang terlibat, persamaan differensial dibagi menjadi dua, yaitu:

1. Persamaan Differensial Biasa

Persamaan differensial yang melibatkan turunan dari satu atau lebih variabel tak bebas terhadap satu variabel bebas disebut persamaan differensial biasa.

Contoh 2.1 Persamaan Diferensial Biasa Orde 2

$$\frac{d^2y}{dx^2} + xy\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 = 0$$

2. Persamaan Diferensial Parsial

Persamaan differensial yang melibatkan turunan dari satu atau lebih variabel tak bebas terhadap lebih dari satu variabel bebas disebut persamaan differensial parsial.

Contoh 2.2 Persamaan Diferensial Parsial dengan 2 variabel bebas

$$\frac{\partial v}{\partial s} + \frac{\partial v}{\partial t} = v$$

Orde persamaan differensial ditentukan oleh turunan tertinggi dalam persamaan tersebut.

Contoh 2.3 Persamaan Diferensial dengan nilai orde

a. $x\frac{dy}{dx} - y^2 = 0$ adalah persamaan differensial orde 1 karena dalam persamaan tersebut, turunan tertingginya adalah 1.

b. $xy\frac{d^2y}{dx^2} - y^2 \sin x = 0$ adalah persamaan differensial orde 2 karena dalam persamaan tersebut, turunan tertingginya adalah 2.

Berdasarkan kelinearannya persamaan differensial dibedakan menjadi dua yaitu persamaan differensial linear dan persamaan differensial nonlinear.

Ciri-ciri dari persamaan differensial linear adalah:

1. Variabel tak bebas y dan derivative-nya hanya berderajat satu
2. Tidak ada perkalian antara variabel tak bebas y dan derivative-nya
3. Variabel tak bebas y maupun derivative-nya bukan termasuk fungsi transenden: logaritma, trigonometri, exponensial.

Jika suatu persamaan differensial tidak memiliki ciri-ciri seperti diatas maka disebut persamaan differensial nonlinear (Ross, 2004).

2.3 Sistem Persamaan Diferensial

Sistem persamaan diffferensial adalah kumpulan beberapa persamaan differensial. Secara matematis, sistem persamaan differensial dapat ditulis dalam bentuk :

$$\dot{\boldsymbol{x}}(t) = \boldsymbol{f}(t, \boldsymbol{x}) \tag{2.1}$$

dengan

$$\dot{x}(t) = \frac{d\boldsymbol{x}}{dt} = \begin{bmatrix} \frac{dx_1}{dt} \\ \frac{dx_2}{dt} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \frac{dx_n}{dt} \end{bmatrix} \qquad f(t,x) = \begin{bmatrix} f_1(t, x_1, x_2, \dots, x_n) \\ f_2(t, x_1, x_2, \dots, x_n) \\ \cdot \\ f_n(t, x_1, x_2, \dots, x_n) \end{bmatrix} \tag{2.2}$$

dengan $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ adalah variabel tak bebas dan t adalah variabel bebas.Jika pada persamaaan (2.1) variabel t tidak dinyatakan secara eksplisit, maka sistem (2.1) disebut sistem otonomus dan secara matematis dapat ditulis :

$$\dot{\boldsymbol{x}}(t) = \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}) \tag{2.3}$$

dengan

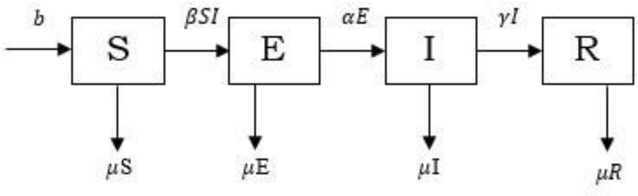
$$\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}) = \begin{bmatrix} f_1(x_1, x_2, \dots, x_n) \\ f_2(x_1, x_2, \dots, x_n) \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ f_n(x_1, x_2, \dots, x_n) \end{bmatrix} \tag{2.4}$$

Penyelesaian sistem persamaan differensial dapat dicari secara analitik maupun secara numerik. Jika penyelesaian dari sistem persamaan diferensial sulit atau tidak mungkin ditemukan secara analitik maupun numerik, maka dapat dilakukan analisis kualitatif dari sistem persamaan diferensial dengan cara menemukan titik ekulibrium dan mengidentifikasikan kestabilan dari titik ekuilibrium tersebut untuk mengetahui perilaku dari sistem (Ross, 2004).

2.4 Model Epidemik SEIR

Dalam model SEIR, populasi dibagi kedalam empat sub-populasi yakni *Susceptible* (S), *Exposed* (E*), Infectious* (I) dan *Recovered* (R). Individu *susceptible* menjadi *exposed* apabila berinteraksi dengan individu terinfeksi (*infectious*) dengan laju β. Individu ter-exposed menjadi infectious dengan laju α kemudian recover dengan laju γ (Hurint, 2017).

Model teori epidemik SEIR untuk penyakit diilustrasikan pada Gambar 2 berikut.



Gambar 1. Kompartemen Model Epidemik SEIR

Sistem persamaan diferensial dari Gambar 2 adalah :

$$\frac{dS}{dt} = \mathrm{b} - \beta\mathrm{SI} - \mu\mathrm{S}$$

$$\frac{dE}{dt} = \beta\mathrm{SI} - \alpha\mathrm{E} - \mu\mathrm{E}$$

$$\frac{dI}{dt} = \alpha\mathrm{E} - \mu\mathrm{I} - \gamma$$

$$\frac{dS}{dt} = \mathrm{b} - \beta\mathrm{SI} - \mu\mathrm{S}$$

Pada model tersebut, populasi diasumsikan konstan $N = S + E + I + R$ sehingga laju kelahiran dan kematian alami (μ) diasumsikan konstan (Hurint, 2017).

2.5 Titik Ekuilibrium

Titik ekulibrium merupakan suatu hal yang penting untuk menganalisis perilaku dari sistem. Titik ekuilibrium disebut juga sebagai titik stasioner (tetap) atau suatu posisi yang mantap (*steady state*) dari variabel (Robinson, 2004).

Definisi 1.

Titik ekulibrium adalah titik $\bar{x}$ yang memenuhi persamaan $\dot{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{f}(\overline{\boldsymbol{x}}) = 0$.

Jika sebuah solusi dimulai pada titik ini, maka akan konstan (Lynch, 2014).

2.6 Linierisasi

Untuk mendapatkan solusi dari suatu sistem yang berbentuk sistem nonlinier tidaklah mudah sehingga perlu dilakukan suatu proses yang disebut dengan linierisasi. Linearisasi merupakan suatu proses mengubah suatu sistem nonlinier menjadi sistem yang linier (Candrawati, 2014). Linierisasi dilakukan untuk menganalisis sistem nonlinier tersebut dengan menganalisis perilaku sistem disekitar titik ekuilibriumnya (Ambarwati, 2014).

Diberikan suatu sistem persamaan diferensial nonlinier, yaitu :

$$\dot{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}) \tag{2.5}$$

dengan $x \in L \subseteq R^n, f : L \rightarrow R^n, f$ merupakan fungsi nonlinier dan kontinu. misalkan $\bar{x} = \{\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n\}$ adalah titik ekuilibrium dari sistem (2.9), maka pendekatan linier untuk sistem (2.5) diperoleh dengan menggunakan ekspansi deret taylor di sekitar titik ekuilibrium $\bar{x} = \{\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n\}$,yaitu :

$$\begin{aligned}
f_1(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n) &\cong f_1(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n) + \frac{\partial f_1}{\partial x_1}(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n)(x_1 - \bar{x}_1) + \cdots + \frac{\partial f_1}{\partial x_n}(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n)(x_n - \bar{x}_n) + Rf_1 \\
f_2(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n) &\cong f_2(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n) + \frac{\partial f_2}{\partial x_1}(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n)(x_1 - \bar{x}_1) + \cdots + \frac{\partial f_2}{\partial x_n}(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n)(x_n - \bar{x}_n) + Rf_2 \\
f_n(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n) &\cong f_n(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n) + \frac{\partial f_n}{\partial x_1}(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n)(x_1 - \bar{x}_1) + \cdots + \frac{\partial f_n}{\partial x_n}(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n)(x_n - \bar{x}_n) + Rf_n
\end{aligned} \tag{2.6}$$

Pendekatan linier untuk sistem (2.5) yaitu :

$$\begin{aligned}
\dot{x}_1 &= \frac{\partial f_1}{\partial x_1}(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n)(x_1 - \bar{x}_1) + \frac{\partial f_1}{\partial x_2}(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n)(x_2 - \bar{x}_2) + \cdots + \frac{\partial f_1}{\partial x_n}(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n)(x_n - \bar{x}_n) + Rf_1 \\
\dot{x}_2 &= \frac{\partial f_2}{\partial x_1}(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n)(x_1 - \bar{x}_1) + \frac{\partial f_2}{\partial x_2}(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n)(x_2 - \bar{x}_2) + \cdots + \frac{\partial f_2}{\partial x_n}(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n)(x_n - \bar{x}_n) + Rf_2 \\
\dot{x}_n &= \frac{\partial f_n}{\partial x_1}(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n)(x_1 - \bar{x}_1) + \frac{\partial f_n}{\partial x_2}(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n)(x_2 - \bar{x}_2) + \cdots + \frac{\partial f_n}{\partial x_n}(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n)(x_n - \bar{x}_n) + Rf_n
\end{aligned} \tag{2.7}$$

dengan $R_{f1}, R_{f2}, \dots, R_{fn}$ disebut sebagai bagian nonlinier yang selanjutnya dapat diabaikan karena nilai $R_{f1}, R_{f2}, \dots, R_{fn}$ mendekati nol (Ambarwati, 2014).
Sistem (2.7) dapat ditulis dalam bentuk matriks, yaitu sebagai berikut :

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \dot{x}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1}(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n) & \frac{\partial f_1}{\partial x_2}(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n) \dots & \frac{\partial f_1}{\partial x_n}(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n) \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1}(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n) & \frac{\partial f_2}{\partial x_2}(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n) \dots & \frac{\partial f_2}{\partial x_n}(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n) \\ & \cdot & \\ & \cdot & \\ & \cdot & \\ \frac{\partial f_n}{\partial x_1}(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n) & \frac{\partial f_n}{\partial x_2}(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n) \dots & \frac{\partial f_n}{\partial x_n}(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (x_1 - \bar{x}_1) \\ (x_2 - \bar{x}_2) \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ (x_n - \bar{x}_n) \end{bmatrix}$$

misalkan , $x_1 - \bar{x}_1 = y_1, x_2 - \bar{x}_2 = y_2, \dots, x_n - \bar{x}_n = y_n$, maka $\dot{x}_1 = \dot{y}_1, \dot{x}_2 = \dot{y}_2, \dots, \dot{x}_n = \dot{y}_n$ sehingga diperoleh :

$$\begin{bmatrix} \dot{y}_1 \\ \dot{y}_2 \\ . \\ . \\ . \\ \dot{y}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1}(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n) & \frac{\partial f_1}{\partial x_2}(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n) \dots & \frac{\partial f_1}{\partial x_n}(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n) \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1}(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n) & \frac{\partial f_2}{\partial x_2}(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n) \dots & \frac{\partial f_2}{\partial x_n}(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n) \\ & . & \\ & . & \\ & . & \\ \frac{\partial f_n}{\partial x_1}(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n) & \frac{\partial f_n}{\partial x_2}(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n) \dots & \frac{\partial f_n}{\partial x_n}(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ . \\ . \\ . \\ y_n \end{bmatrix}$$

Matriks *Jacobian* nya yaitu :

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1}(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n) & \frac{\partial f_1}{\partial x_2}(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n) \dots & \frac{\partial f_1}{\partial x_n}(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n) \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1}(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n) & \frac{\partial f_2}{\partial x_2}(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n) \dots & \frac{\partial f_2}{\partial x_n}(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n) \\ & . & \\ & . & \\ & . & \\ \frac{\partial f_n}{\partial x_1}(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n) & \frac{\partial f_n}{\partial x_2}(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n) \dots & \frac{\partial f_n}{\partial x_n}(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n) \end{bmatrix}$$

disebut dengan matriks *Jacobian* (J) pada titik ekulibrium $(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n)$.

2.7 *Basic Reproduction Number* (R_0)

Menurut (Diekmann & Heesterbeek, 2000) *Basic Reproduction Number* (R_0) didefinisiskan sebagai jumlah rata-rata kasus sekunder yang disebabkan oleh suatu individu terinfeksi selama masa terinfeksinya dalam keseluruhan populasi rentan. R_0 dapat diperoleh dengan menentukan nilai eigen dari matriks jacobian yang didapat dari titik kesetimbangan bebas penyakit dan titik kesetimbangan endemik.Bilangan reproduksi dasar (R_0) dapat ditentukan dengan menggunakan metode *Next Generation Matrices* (NGM)*. Next Generation Matrices* (NGM) adalah basis untuk mendefinisikan nilai R_0 (Diekmann 2010). Sebelum menghitung bilangan reproduksi dasar (R_0) dilakukan linearisasi dari sistem persamaan diferensial yang didekati pada titik kesetimbangan bebas penyakit. Persamaan kelompok populasi terinfeksi yang telah dilinearisasi dapat dituliskan sebagai berikut

$$\dot{x} = (\mathrm{F} + \mathrm{V})\mathrm{x}$$

Selanjutnya didefinisikan matriks K sebagai berikut :

$$\mathrm{K} = -\mathrm{FV}^{-1}$$

Nilai harapan dari infeksi sekunder pada populasi rentan adalah radius spektral (nilai eigen dominan) dari matriks K, sehingga :

$$R_0 = \rho(K)$$

dengan:

K = *Next Generation Matrices* (NGM).

F = matriks tansmisi, yaitu matriks yang berisi laju infeksi individu baru karena kontak.

V = matriks transisi, yaitu matriks yang berisi laju transfer masuk dan keluar subpopulasi terinfeksi

Jika Model memiliki 2 titik kesetimbangan maka :

Teorema 1.

1. Jika $R_0 < 1$ maka sistem hanya mempunyai titik kesetimbangan bebas penyakit yang bersifat stabil asimtotik lokal.
2. Jika $R_0 > 1$ maka sistem memiliki 2 titik kesetimbangan yaitu titik kesetimbanagan bebas penyakit yang tidak stabil dan titik kesetimbangan endemik yang stabil asimtotik lokal.
3. Jika $R_0 = 1$ maka sistem tidak memiliki titik kesetimbangan (Mandel et al, 2011).

2.8 Nilai Eigen dan Vektor Eigen

Definisi 2.

Jika A adalah sebuah matriks $n\,x\,n$, maka sebuah vektor tak nol **x** pada R^n disebut suatu ***vektor-eigen*** dari A jika A**x** adalah suatu penggandaan skalar dari **x**; yaitu,

$$A\boldsymbol{x} = \lambda \boldsymbol{x}$$

Untuk suatu skalar λ. Skalar λ disebut ***nilai-eigen*** dari A, dan **x** disebut suatu ***vektor-eigen*** dari a yang ***berpadanan*** dengan λ (Anton, 2010).

Untuk memperoleh nilai eigen dari sebuah matriks A, kita menuliskan kembali sebagai

$$A\boldsymbol{x} = \lambda I \boldsymbol{x}$$

atau ekuivalen,

$$(\lambda I - A)\boldsymbol{x} = 0 \qquad (2.8)$$

dengan I adalah matriks identitas. Agar dapat menjadi nilai eigen, harus terdapat satu solusi taknol dari persamaan ini. Persamaan (2.8) memiliki solusi taknol jika dan hanya jika

$$\det(\lambda I - A) = 0 \qquad (2.9)$$

Persamaan (2.9) disebut persamaan karakteristik, skalar-skalar λ yang memenuhi persamaan ini adalah nilai eigen (Anton & Rorres, 2004).

Nilai eigen digunakan untuk menganalisis kestabilan titik ekuilibrium, maka :

Teorema 2.

Diberikan sistem persamaan diferensial $\dot{\boldsymbol{x}} = A\boldsymbol{x}$ dengan A suatu matriks $n\,x\,n$ yang mempuyai k nilai eigen berbeda $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_k$ dengan $k \le n$.

1. Titik ekulibrium $\bar{x} = 0$ dikatakan stabil asimtotik jika dan hanaya jika $Re(\lambda_i) < o$ untuk setiap $i = 1,2,\dots,k$.

2. Titik ekulibrium $\bar{x}$ = 0 dikatakan stabil jika dan hanaya jika $Re(\lambda_i) \leq o$ untuk setiap $i = 1,2,\ldots,k$ dan jika setiap nilai eigen λ_i imajiner dengan $Re(\lambda_i) = 0$, maka multiplitas aljabar dan geometri untuk nilai eigen harus sama.
3. Titik ekulibrium $\bar{x}$ = 0 dikatakan tidak stabil jika dan hanya jika $Re(\lambda_i) > o$ untuk suatu $i = 1,2,\ldots,k$ (olsder and woude, 2003).

III.METODOLOGI PENELITIAN

3.1. Jenis dan Sumber Data

Penelitian ini memfokuskan pada penyebaran Covid-19 pada masyarakat diseluruh Indonesia dimana data yang diambil untuk estimasi parameter merupakan rataan data pada bulan September 2020 di website https://covid19.go.id/peta-sebaran-covid19.

3.2 Asumsi Model

Model yang digunakan dalam penyebaran penyakit Covid-19 adalah model SEIR (*Susceptible,Exposed,Infected,Recovered*) yang dikembangkan dengan membagi populasi individu kedalam enam kompartemen: *Susceptible*(S) yaitu individu yang rentan terkena penyakit, dimana di kompartemen ini terbagi menjadi dua subpopulasi yaitu individu rentan tidak menggunakan masker kesehatan(S1) dan individu rentan menggunakan masker kesehatan (S2), *Exposed* (E) yaitu individu yang tertular penyakit tetapi belum menunjukkan tanda-tanda mengidap penyakit dan belum dapat menularkan penyakit (individu laten), *Infected* (I) yaitu individu yang terjangkit dan dapat menularkan penyakit, di kompartemen ini juga terbagi menjadi dua subpopulasi yaitu individu terinfeksi tidak menggunakan masker kesehatan (I_1) dan individu terinfeksi menggunakan masker kesehatan (I_2) dan *Removed* (R) yaitu individu yan telah sembuh dari penyakit. Asumsi pembentukan model matematika dari penyebaran penyakit Covid-19 dengan penggunaan masker kesehatan dapat disusun sebagai berikut:

1. Virus yang menyebabkan penyakit Covid-19 adalah virus korona.
2. Populasi diasumsikan tertutup, artinya tidak ada individu masuk kedalam populasi atau keluar dari populasi (tidak ada migrasi). Total populasi diasumsikan konstan.
3. Jumlah kelahiran dan jumlah kematian tiap satuan waktu diasumsikan sama.
4. Populasi diasumsikan bercampur secara homogen, artinya setiap individu mempunyai peluang yang sama untuk melakukan kontak dengan individu lain.
5. Perpindahan daerah di Indonesia tidak termasuk bagian migrasi.
6. Individu yang belum terinfeksi virus masuk ke dalam kompartemen individu rentan tidak menggunakan masker kesehatan.
7. Individu rentan dengan masker kesehatan virus (S_2) tidak dapat tertular oleh virus

8. Individu rentan dengan masker kesehatan (S_2) tidak melakukan interaksi dengan individi terinfeksi menggunakan masker kesehatan (I_2).
9. Individu rentan dengan masker kesehatan (S_2) akan kembali ditempatkan ke (S_1) jika mereka berhenti menggunakan masker kesehatan, proses yang sama juga terjadi pada kompartemen individu terinfeksi.
10. Infeksi virus terjadi ketika terjadi kontak dengan individu yang terinfeksi,baik secara langsung maupun tidak langsung.
11. Individu yang terinfeksi virus dapat sembuh dari penyakit.
12. Individu yang telah sembuh mempunyai kekebalan terhadap penyakit.
13. Kematian individu terinfeksi akibat Covid-19.
14. Individu terinfeksi yang munggunakan masker (I_2) tidak menularkan penyakit.
15. Setiap subpopulasi mengalami kematian alami.

3.3 Variabel dan Parameter

Variabel dan parameter yang digunakan dalam model penyebaran penyakit Covid-19 dengan penggunaan masker kesehatan disajikan dalam Tabel 1:

Tabel 1. Daftar variabel model penyebaran penyakit Covid-19

No.	Variabel	Definisi	Satuan
1	$N(t)$	Jumlah populasi individu pada waktu ke-t	Individu
2	$S_1(t)$	Jumlah individu rentan terinfeksi tidak menggunakan masker kesehatan pada waktu ke-t	Individu
3	$S_2(t)$	Jumlah individu rentan terinfeksi menggunakan masker kesehatan pada waktu ke-t	Individu

4.	E(t)	Jumlah individu *exposed* pada waktu ke-t	Individu
5.	$I_1(t)$	Jumlah individu terinfeksi tidak menggunakan masker kesehatan pada waktu ke-t	Individu
6.	$I_2(t)$	Jumlah individu terinfeksi menggunakan masker kesehatan pada waktu ke-t	Individu
7.	$R(t)$	Jumlah individu sembuh atau meninggal pada waktu ke-t	Individu

Tabel 2. Daftar Parameter Model Penyebaran Penyakit COVID-19

No	Parameter	Definisi	Satuan
1.	μ	Laju kelahiran dan kematian alami	Individu/Hari
2.	u_1	Laju pengunaan masker kesehatan	Individu/Hari
3.	u_2	Laju pelepasan masker kesehatan	Individu/Hari
4.	β	Laju individu rentan menjadi individu *exposed* setelah berinteraksi dengan individu terinfeksi	Individu/Hari
5.	δ	Laju transfer dari individu *exposed* menjadi individu terinfeksi	Individu/hari
6.	σ	Laju kesembuhan tiap individu	Individu/Hari

7.	ω	Laju kematian akibat Penderita Covid-19	Individu/Hari

3.4 Metode Analisis Penelitian

Pada penelitian ini terdapat langkah-langkah penelitian yang dilakukan. Adapun langkah-langkah tersebut yaitu sebagai berikut :

1. Studi literatur

   Langkah ini dilakukan dengan cara mempelajari buku-buku, jurnal-jurnal dan sumber-sumber lainnya yang berhubungan dengan model penyebaran penyakit *Corona viruses disease* 2019 (Covid-19). Studi literatur ini dilakukan dengan tujuan untuk mengumpulkan informasi-informasi terkait permasalahan yang dikaji, sehingga dapat dijadikan referensi dalam penulisan. Studi literatur yang dilakukan seperti menentukan berapa lama masa inkubasi Covid-19, gejala-gejala yang terjadi pada penderita Covid-19 dan parameter-parameter yang digunakan pada model seperti laju kelahiran dan kematian.
2. Membuat asumsi

   Asumsi merupakan dasar dari terbentuknya suatu model matematika. Asumsi dapat digunakan untuk menyederhanakan masalah, sehingga ruang lingkup model berada dalam koridor permasalahan yang ingin dikaji oleh pemodel. Begitu pula dengan model yang dibentuk dalam penelitian ini, model dibentuk berdasarkan asumsi-asumsi yang mendukung masalah pada penelitian ini. Jika terdapat paling sedikitnya 1 (satu) asumsi yang ditambahkan atau dihilangkan, maka akan mempengaruhi bentuk model yang diperoleh.
3. Konstruksi model

   Langkah ini dilakukan untuk membangun dan membentuk model penyebaran penyakit corona viruses disease 2019 (Covid-19) berdasarkan asumsi yang dibuat pada bagian *3.1 Asumsi Model.* Model yang dibentuk merupakan penggambaran secara matematis dari asumsi-asumsi dasar pada saaat sebelum membentuk model lalu dibuat diagram alir penyebaran dari Covid-19.
4. Menemukan titik ekuilibrium

   Langkah ini dilakukan untuk menemukan titik ekuilibrium dari sistem atau model yang dibentuk. Penemuan titik ekuilibrium menggunakan persamaan-persamaan diferensial ataudari bentuk model yang diperoleh dengan $f(x) = 0$, atau bias dipahami nahwa persamaan diferensial disama dengankan nol (0), sehingga diperoleh nilai dari tiap variabel dan merupakan titik ekulibrium dari model penyebaran Covid-19.

5. Menganalisis kestabilan titik ekuilibrium

   Langkah ini dilakukan untuk menguji titik ekuilibrium yang diperoleh. Uji kestabilan dilakukan dengan menggunakan matriks *Jacobian* dari model interaksi yang dibentuk. Dari matriks *Jacobian*, dapat ditemukan nilai eigen yang akan menentukan sifat kestabilan. Linierisasi dilakukan untuk melinierkan persamaan-persamaan diferensial pada sistem untuk mendapatkan matriks *jacobian*. Karena dari model yang dibentuk menghasilkan persamaan-persamaan diferensial nonlinier. Suatu sistem dengan persamaan-persamaan diferensial nonlinier akan sulit dicari solusinya secara langsung hal ini dapat diliat pada *Teorema 2.* Analisis kestabilan yang dilakukan padatitik ekulibrum bebas penyakit dengan melihat *basic reproduction number* (R_0) dimana R_0 didapat dengan menggunakan metode *Next Generation Matrix.* Titik ekulibrium endemic dianalisis dengan menggunakan simulasi numeric dengan melihat arah tuju dari solusi jika diberikan nilai sembarang.

6. Estimasi parameter.

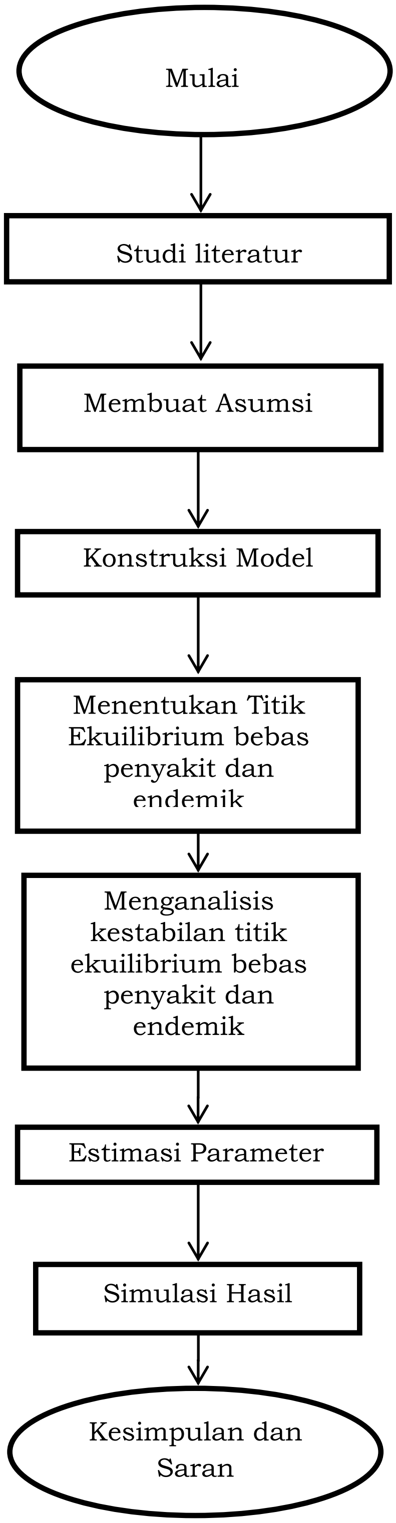
   Estimasi parameter dilakukan dengan menggunakan data sekunder dan menggunakan studi literature dari jurnal dan penelitian terdahulu. Nilai-nilai yang diperoleh dari estimasi parameter ini diperlukan untuk melakukan simulasi hasil dari model yang dibentuk. Estimasi parameter digunakan untuk simulasi numerik pada titik ekulibrium endemic.

7. Simulasi hasil

   Langkah ini dilakukan dengan menggunakan bantuan *software*. Sehingga diperoleh plot model penyebaran penyakit *Corona Viruses Disease* 2019 (Covid-19) yang menunjukkan hubungan antar variabel-variabel penelitian yang digunakan dalam membentuk model.

3.5 Diagram Alir Penelitian

Berdasarkan langkah-langkah penelitian di atas, maka dapat diperoleh diagram alir penelitian sebagai berikut :

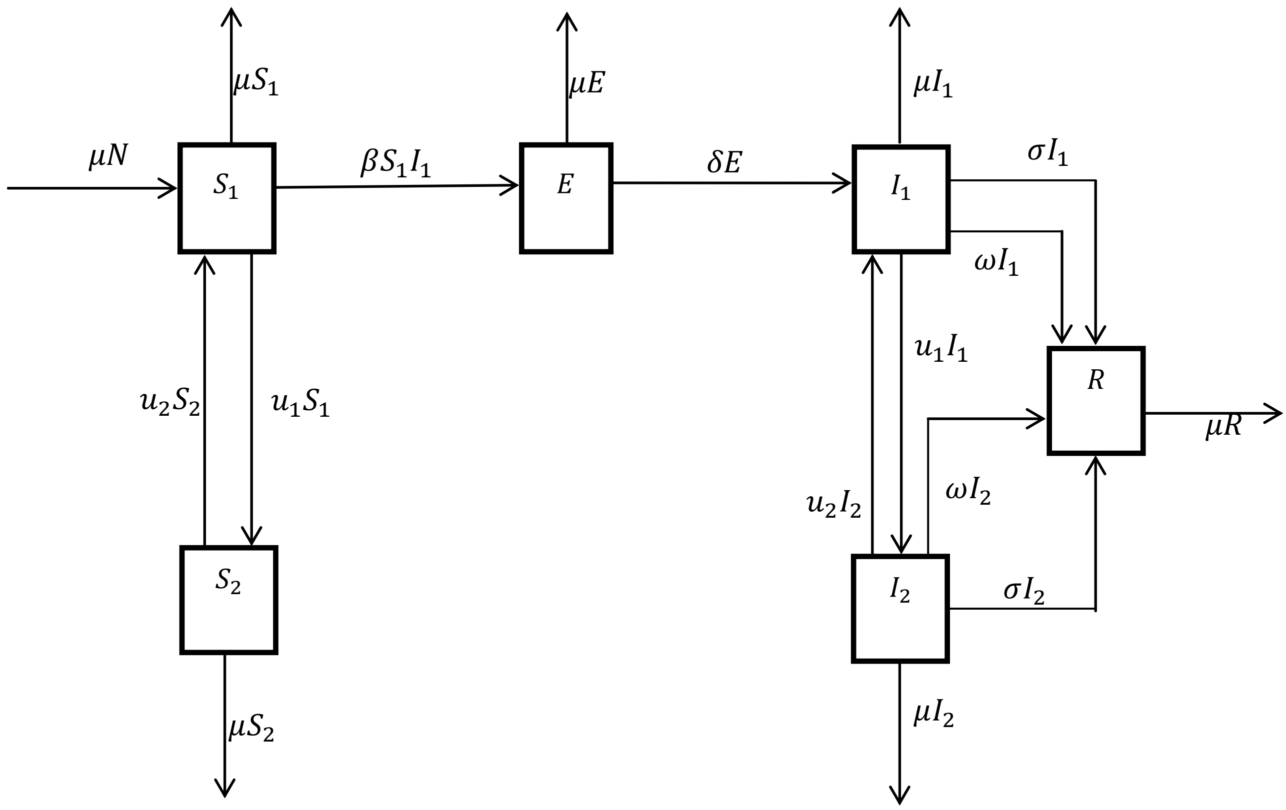


Gambar 2. Diagram Alir Penelitian

IV.HASIL DAN PEMBAHASAN

4.1 Penyebaran Penyakit COVID-19

Secara skematis proses penyebaran penyakit MERS-CoV dengan penggunaan masker kesehatan dan vaksinasi dalam suatu populasi dapat disajikan dalam diagram transfer pada Gambar 3.1



Gambar 3. Diagram Alur Kompartemen Proses Penularan COVID-19

Keterangan diagram kompartemen pada gambar 1 adalah sebagai berikut :

a) Perubahan subpopulasi *Susceptible* 1 (S_1) terhadap waktu (t)

Kelas *Suscepted* 1 (S_1) bertambah karena laju kelahiran dari populasi (μN) serta laju pelepasan masker dari populasi Suscepted (S_2) dengan laju sebesar u_2. Populasi *Suscepted* 1 (S_1) berkurang karena kematian alami dari populasi S_1 sebesar μ . Populasi S_1 berinteraksi dengan populasi *Infected* 1(I_1) sehingga menjadi populasi *Exposed* (E) dengan laju perubahan sebesar β dan berubah nya populasi *Suscepted* 1(S_1) menjadi populasi *Suscepted* 2 (S_2) sebesar u_1. Model matematisnya adalah

$$\frac{dS_1}{dt} = \mu N + u_2 S_2 - \mu S_1 - \beta S_1 I_1 - u_1 S_1$$

b) Perubahan subpopulasi *Susceptible* 2 (S_2) terhadap waktu (t)

Kelas *Suscepted* 2 (S_2) bertambah karena penambahan dari *Suscepted* 1 (S_1) dengan laju pemakaian masker sebesar u_1 dan pengurangan populasi S_2 dikarenakan laju pelepasan masker sebesar u_2 dan kematian alami oleh populasi S_2. Model matematisnya adalah

$$\frac{dS_2}{dt} = u_1S_1 - u_2S_2 - \mu S_2$$

c) Perubahan subpopulasi *Exposed* (E) terhadap waktu (t)

Populasi *Exposed* (E) bertambah dikarenakan populasi S_1 berinteraksi dengan populasi I*nfected* 1 (I_1) dengan laju sebesar β. Pengurangan populasi *Exposed* di karenakan populasi *exposed* berpindah menjadi populasi *Infected* 1 (I_1) dan *Infected* 2 (I_2) dengan laju sebesar δ dan kematian alami yang terjadi pada populasi *Exposed* (E). Model matematisnya adalah

$$\frac{dE}{dt} = \beta S_1I_1 - \delta E - \mu E$$

d) Perubahan subpopulasi *Infected* 1 (I_1) terhadap waktu (t)

Jumlah populasi *Infected* 1(I_1) bertambah karena perubahan populasi *exposed* menjadi terinfeksi yang tidak menggunakan masker sebesar δ dan juga bertambah karena populasi terinfeksi memakai masker lalu melepasnya dengan laju u_2 dan populasi *Infected* 1 (I_1), berkurang dikarenakan perubahan populasi melepas masker kemudian memakai masker dengan laju u_1 dan kesembuhan dari populasi I_1 dengan laju sebesar σ dan kematian yang di akibatkan oleh penyakit covid-19 dengan laju sebesar ω serta kematian Alami yang terjadi pada populasi I_1. Model matematisnya adalah

$$\frac{dI_1}{dt} = \delta E + u_2I_2 - u_1I_1 - \sigma I_1 - \omega I_1 - \mu I_1$$

e) Perubahan subpopulasi *Infected* 2 (I_2) terhadap waktu (t)

Jumlah Populasi *Infected* 2 (I_2) bertambah dikarenakan perubahan populasi melepas masker kemudian memakai masker dengan laju u_1 dan berkurang karena populasi terinfeksi memakai masker lalu melepasnya dengan laju u_2. Kesembuhan dari populasi terinfeksi yang menggunakan masker dengan laju sebesar σ dan kematian akibat terinfeksi penyakit Covid-19 terhadap populasi I_2 sebesar ω serta kematian alami yang dialami Populasi I_2 dengan laju sebesar μ. Model matematisnya adalah

$$\frac{dI_2}{dt} = u_1I_1 - u_2I_2 - \sigma I_2 - \omega I_2 - \mu I_2$$

f) Perubahan subpopulasi *Removed* (R) terhadap waktu

Kelas *Removed* (R) mengalami penambahan jumlah populasi dikarenakan untuk kesembuhan populasi I_1 dan I_2 dengan laju sebesar σ dan dikarenakan jumlah kematian akibat penyakit Covid-19 dari populasi I_1 dan populasi I_2 sebesar ω. Pengurangan jumlah subpopulasi di karenakan kematian alami dari kelas Recovered dengan laju sebesar μ. Model matematisnya adalah

$$\frac{dR}{dt} = (I_1 + I_2)\sigma + (I_1 + I_2)\omega - \mu R$$

Berdasarkan penjelasan di atas,maka penyebaran penyakit Covid-19 dapat dimodelkan secara matematis dalam bentuk sistem persamaan diferensial non-linier orde satu sebagai berikut :

$$\frac{dS_1}{dt} = \mu N + u_2 S_2 - \mu S_1 - \beta S_1 I_1 - u_1 S_1 \tag{3.1}$$

$$\frac{dS_2}{dt} = u_1 S_1 - u_2 S_2 - \mu S_2 \tag{3.2}$$

$$\frac{dE}{dt} = \beta S_1 I_1 - \delta E - \mu E \tag{3.3}$$

$$\frac{dI_1}{dt} = \delta E + u_2 I_2 - u_1 I_1 - \sigma I_1 - \omega I_1 - \mu I_1 \tag{3.4}$$

$$\frac{dI_2}{dt} = u_1 I_1 - u_2 I_2 - \sigma I_2 - \omega I_2 - \mu I_2 \tag{3.5}$$

$$\frac{dR}{dt} = (I_1 + I_2)\sigma + (I_1 + I_2)\omega - \mu R \tag{3.6}$$

dengan $N(t) = S_1(t) + S_2(t) + E(t) + I_1(t) + I_2(t) + R(t)$ merupakan total populasi pada waktu tertentu.

Dengan menjumlahkan persamaan (3.1) hingga persamaan (3.6) diperoleh

$$\frac{dS_1}{dt} + \frac{dS_2}{dt} + \frac{dE}{dt} + \frac{dI_1}{dt} + \frac{dI_2}{dt} + \frac{dR}{dt} = \mu N - \mu S_1 - \mu S_2 - \mu E - \mu I_1 - \mu I_2 - \mu R$$

$$\Leftrightarrow \frac{d(S_1 + S_2 + E + I_1 + I_2 + R)}{dt} = \mu N - \mu(S_1 + S_2 + E + I_1 + I_2 + R)$$

$$\Leftrightarrow \frac{dN}{dt} = \mu N - \mu N$$

$$\Leftrightarrow \frac{dN}{dt} = 0$$

Dengan demikian sistem persamaan (3.1) hingga (3.6) memenuhi asumsi yang disampaikan sebelumnya bahwa banyaknya individu pada populasi adalah konstan.

4.2 Titik Ekuilibrium Model Epidemik SEIR

Titik $(S_1, S_2, E, I_1, I_2, R)$ merupakan titik ekulibrium dari sistem(3.1)-(3.6) jika memenuhi persamaan $\frac{dS_1}{dt} = 0, \frac{dS_2}{dt} = 0, \frac{dE}{dt} = 0, \frac{dI_1}{dt} = 0, \frac{dI_2}{dt} = 0, \frac{dR}{dt} = 0$ terdapat 2 titik ekulibrium yang akan ditemukan yaitu titik ekuilibrium bebas penyakit dan titik ekulibrium endemik.

4.2.1 Titik Ekulibrium Bebas Penyakit (E^0)

Titik ekulibrium bebas penyakit diperoleh jika $E = I_1 = I_2 = 0$, sehingga diperoleh suatu keadaan bahwa semua individu masuk ke populasi *Susceptible* dan *Removed* serta tidak ada individu yang menularkan atau terinfeksi penyakit.

Subtitusi $E = 0$, $I_1 = 0$ dan $I_2 = 0$ pada persamaan (3.6)

$$\frac{dR}{dt} = 0$$

$$\Leftrightarrow \ (I_1 + I_2)\sigma + (I_1 + I_2)\omega - \mu R = 0$$

$$\Leftrightarrow R = 0$$

Selanjutnya selesaikan persamaan (3.1) untuk menemukan nilai $\overline{S_1}$

$$\frac{dS_1}{dt} = 0$$

$$\Leftrightarrow \ \mu N + u_2 S_2 - \mu S_1 - \beta S_1 I_1 - u_1 S_1 = 0$$

$$\Leftrightarrow \overline{S_1} = \frac{N(\mu + u_2)}{\mu + u_1 + u_2}$$

Subtitusikan nilai $\overline{S_1}$ke persamaan (3.2) untuk menemukan nilai $\overline{S_2}$

$$\frac{dS_2}{dt} = 0$$

$$\Leftrightarrow u_1 S_1 - u_2 S_2 - \mu S_2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \ \overline{S_2} = \frac{N u_1}{\mu + u_1 + u_2}$$

Sehingga diperoleh titik ekuilibrium bebas penyakit adalah:

$$E^0 = \left(\frac{N(\mu + u_2)}{\mu + u_1 + u_2}, \frac{N u_1}{\mu + u_1 + u_2}, 0{,}0{,}0{,}0 \right)$$

4.2.2 *Basic Reproduction Number*(R_0)

Basic Reproduction Number (R_0) ditemukan dengan metode *Next Generation Matrix* (NGM) dari system (3.1)-(3.6), pada model ini kompartemen infeksi berada pada kelas *Exposed* (E) dan *Infected* (I_1 *dan* I_2).

Sehingga persamaan diferensial yang digunakan adalah:

$$\begin{aligned} \frac{dE}{dt} &= \beta S_1 I_1 - \delta E - \mu E \\ \frac{dI_1}{dt} &= \delta E + u_2 I_2 - u_1 I_1 - \sigma I_1 - \omega I_1 - \mu I_1 \\ \frac{dI_2}{dt} &= u_1 I_1 - u_2 I_2 - \sigma I_2 - \omega I_2 - \mu I_2 \end{aligned} \qquad (4.1)$$

Jika $x = [E, I_1, I_2]^T$, maka subsistem (4.1) dapat dinyatakan dalam bentuk

$$\dot{\boldsymbol{x}} = (Fi + Vi)x$$

Dengan matriks Fi berhubungan dengan proses penularan infeksi/penyakit, dan matriks Vi berhubungan dengan proses transisi, sehingga

$$F = \begin{bmatrix} 0 & \beta S_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{dan} \quad V = \begin{bmatrix} -\delta - \mu & 0 & 0 \\ \delta & -u_1 - \sigma - \omega - \mu & u_2 \\ 0 & u_1 & -u_2 - \sigma - \omega - \mu \end{bmatrix}$$

maka NGM with large domain yang dinotasikan dengan K adalah

$$K = -FV^{-1}$$

$$K = \begin{bmatrix} \dfrac{\beta S_1 \delta A}{(\delta + \mu)(A - u_2)(A + u_1)} & \dfrac{\beta S_1 A}{(A - u_2)(A + u_1)} & \dfrac{\beta S_1 u_2}{(A - u_2)(A + u_1)} \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Nilai eigen dari matriks K adalah

$$\lambda_1 = \frac{\beta N \delta A(\mu + u_2)}{(\delta + \mu)(\mu + u_1 + u_2)(A - u_2)(A + u_1)} \; ; \; \lambda_2 = 0 \; ; \; \lambda_3 = 0$$

Basic Reproduction Number (R_0) diperoleh dari nilai eigen terbesar dari matriks K sehingga di peroleh

$$R_0 = \frac{\beta N \delta A(\mu + u_2)}{(\delta + \mu)(\mu + u_1 + u_2)(A - u_2)(A + u_1)}$$

dengan memperhatikan parameter-parameter yang mempengaruhi nilai R_0 maka dapat dinyatakan bahwa nilai R_0 dipengaruhi oleh parameter-parameter yang mempengaruhi penularan infeksi pada individu manusia, sehingga R_0 merupakan indikator keendemikan pada populasi manusia.

4.2.3 Analisis Kestabilan Titik Ekuilibrum Bebas Penyakit (E_0)

Jika dilakukan pelinieran pada sistem persamaan diferensial dari model di sekitar titik keseimbangan E_0 maka diperoleh matriks Jacobian

$$J = \begin{bmatrix} -\mu - u_1 & u_2 & 0 & \dfrac{-\beta N(\mu + u_2)}{\mu + u_1 + u_2} & 0 & 0 \\ u_1 & -\mu - u_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\delta - \mu & \dfrac{\beta N(\mu + u_2)}{\mu + u_1 + u_2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \delta & -\mu - \omega - \sigma - u_1 & u_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & u_1 & -\mu - \omega - \sigma - u_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sigma + \omega & \sigma + \omega & -\mu \end{bmatrix}$$

dan diperoleh nilai eigen sebagai berikut:

- nilai eigen $\lambda_1 = \lambda_2 = -\mu$
- nilai eigen λ_1 dan λ_2 akan selalu bernilai negative untuk setiap μ positif
- nilai eigen $\lambda_3 = -(\mu + u_1 + u_2)$
- nilai eigen λ_3 akan selalu bernilai negative untuk setiap μ, u_1dan u_2 positif

- nilai eigen λ_4, λ_5 dan λ_6 di peroleh dari solusi persamaan kubik :

$$a\lambda^3 + b\lambda^2 + c\lambda + d = 0$$

dengan $a = 1$

$$b = 2\omega + 2\sigma + u_1 + u_2 + 3\mu + \delta$$

$$c = (3\mu + 2\delta + \omega + \sigma) + Q(\delta + 2\mu + \omega + \sigma) - \frac{\beta N\delta A(\mu+u_2)P(P+Q)(\delta+\mu)}{(\delta+\mu)(\mu+u_1+u_2)(A-u_2)(A+u_1)}$$

$$= P(3\mu + 2\delta + \omega + \sigma) + Q(\delta + 2\mu + \omega + \sigma) - R_0(P)(P+Q)(\delta+\mu)$$

$$d = -\left(\frac{\beta N\delta A(\mu + u_2)}{(\delta+\mu)(\mu + u_1 + u_2)(A - u_2)(A + u_1)} - 1\right)P(P+Q)$$

$$= -(R_0 - 1)\,P(P+Q)$$

dengan $P = (\mu + \omega + \sigma)$dan $Q = (u_1 + u_2)$

- Jika $R_0 < 1$, maka semua koefisien pada persamaan kubik tersebut, yaitu $a, b, c,$ beserta konstanta d akan bernilai positif sehingga tidak terjadi perubahan tanda (positif atau negatif) dari suku yang satu ke suku berikutnya. Menurut aturan Descartes, jika tidak ada perubahan tanda pada persamaan polinomial, maka tidak ada pula solusi atau akar-akar dari persamaan tersebut yang akan bernilai positif. Hal ini menunjukkan bahwa nilai eigen λ_4,λ_5 dan λ_6 yang diperoleh dari persamaan kubik di atas akan bernilai negatif.
- Jika $R_0 > 1$, maka koefisien c dan konstanta d akan bernilai negatif sehingga terjadi sekali perubahan tanda dari suku ke-2 (b) yang positif ke suku ke-3 (c) yang negatif. Menurut aturan Descartes, jika terjadi sekali perubahan tanda pada persamaan polinomial, maka akan terdapat sebuah solusi atau akar-akar dari persamaan tersebut yang akan bernilai positif. Hal ini menunjukkan bahwa salah satu dari nilai eigen λ_4,λ_5 atau λ_6 akan bernilai positif.

Dengan demikian, jika $R_0 < 1$, maka semua nilai eigen dari matriks Jacobian di sekitar titik ekuilibrium E^0 akan bernilai negatif. Sehingga pada keadaan ini, titik ekuilibrium E^0 akan stabil asimtotik lokal. Sebalikny, jika $R_0 > 1$, maka terdapat sebuah nilai eigen yang bernilai positif. Sehingga pada keadaan ini, titik E^0 menjadi tidak stabil dan akan muncul titik ekuilibrium baru.

4.2.4 Titik Ekulibrium Endemik (E_1)

Ketidakstabilan dari titik ekulibrium bebas penyakit maka terdapat titik ekulibrium endemik yang ditemukan dengan cara yang sama dengan menemukan titik ekulibrium dari bebas penyakit yaitu dengan $(x) = 0$ sehingga diperoleh untuk tiap variabel kompartemen sebagai berikut :

$$S_1 = \frac{(\delta+\mu)(A-u_2)(A+u_1)}{\beta\delta A}$$

$$= \frac{N(\mu+u_2)}{R_0(\mu+u_1+u_2}$$

$$S_2 = \frac{(A-u_2)(A+u_1)(\delta+\mu)}{A(\mu+u_2)}$$

$$= \frac{\beta N\delta}{R_0(\mu+u_1+u_2)}$$

$$E = \frac{\mu(N\beta\delta A(\mu+u_2)-(\delta+\mu)(\mu+u_1+u_2)(A-u_2)(A+u_1))}{\delta\beta A(\mu+u_2)(\delta+\mu)}$$

$$= \mu\left(\frac{(R_0(\mu+u_1+u_2)(A-u_2)(A+u_1)}{\beta\delta A(\mu+u_2)} - \frac{\delta+\mu}{R_0}\right)$$

$$I_1 = \frac{\mu(N\beta\delta A(\mu+u_2)-(\delta+\mu)(\mu+u_1+u_2)(A-u_2)(A+u_1)}{\beta(\delta+\mu)(\mu+u_2)(A-u_2)(A+u_1)}$$

$$= \mu\left((R_0(\mu+u_1+u_2)(\mu+u_2) - \frac{N\delta A}{R_0(\delta+\mu)(A-U_2)(A+u_1)}\right)$$

$$I_2 = \frac{\mu u_1(N\beta\delta A(\mu+u_2)-(\delta+\mu)(\mu+u_1+u_2)(A-u_2)(A+u_1)}{\beta A(\delta+\mu)(\mu+u_2)(A-u_2)(A+u_1)}$$

$$=\mu u_1 \frac{(R_0(\mu+u_1+u_2)(A+u_1)}{\delta(\mu+u_2)} - \frac{NA}{R_0(\delta+\mu)(A-u_2)(A+u_1)}$$

$$R = \frac{N\beta\delta A(\mu+u_2)-(\delta+\mu)(\mu+u_1+u_2)(A-u_2)(A+u_1)}{\beta A(\delta+\mu)(\mu+u_2)(A-u_2)}$$

$$= \frac{R_0(\mu+u_1+u_2)(A+u_1)}{\beta A(\mu+u_2)} - \frac{N\delta}{R_0(\delta+\mu)(A-u_2)(A+u_1)}$$

dengan $A = \mu + \omega + \sigma + u\_2$

Titik ekulibrium endemik di atas akan ada jika dan hanya jika nilai dari *basic reproduction number* $(R_0) > 1$, sehinga nilai untuk tiap variabel akan bernilai positif.

4.2.5 Analisis Kestabilan Titik Ekulibrium Endemik (E^1)

Analisis kestabilan dari titik ekuilibrium akan dilakukan secara numerik. Sebelum dilakukan analisis maka perlu diperoleh nilai parameter. Berdasarkan studi literatur diperoleh informasi estimasi untuk nilai parameter yang terlampir pada Tabel 3 :

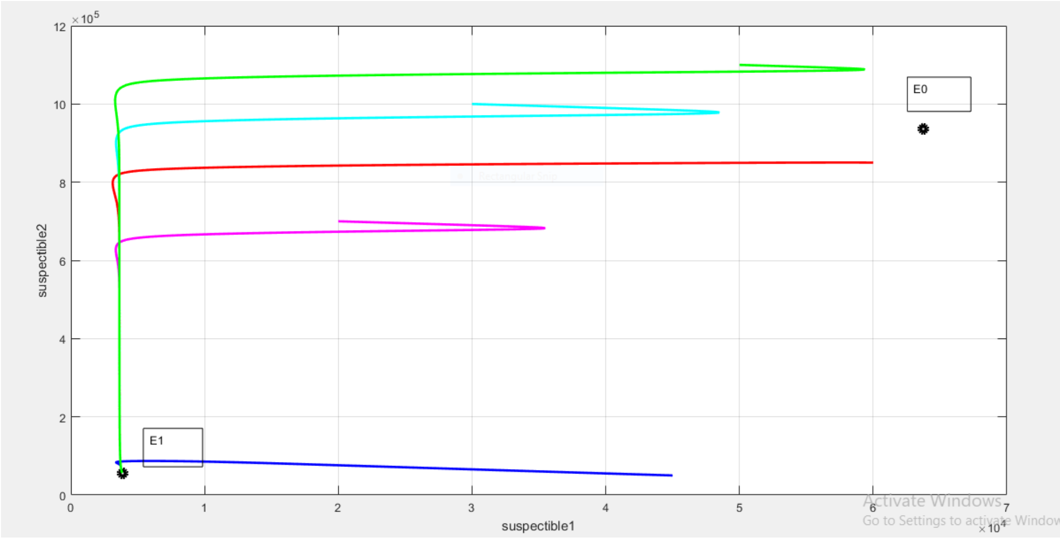
Tabel 3. Daftar Nilai Parameter Model Penyebaran Covid-19

No	Parameter	Definisi	Nilai
1.	μ	Laju kelahiran dan kematian alami	$\frac{1}{65 \times 365}$
2.	u_1	Laju pengunaan masker kesehatan	0,0313
3.	u_2	Laju pelepasan masker kesehatan	0,002
4.	β	Laju individu rentan menjadi individu *exposed* setelah berinteraksi dengan individu terinfeksi	$\frac{1}{14.000 \times 7}$
5.	δ	Laju transfer dari individu *exposed* menjadi individu terinfeksi	$\frac{1}{14}$
6.	σ	Laju kesembuhan tiap individu	$\frac{0,97}{28}$
7.	ω	Laju kematian akibat Penderita Covid-19	$\frac{0,03}{28}$

- Untuk nilai parameter u_1 dan u_2 didapat dari data jumlah pengguna menggunakan masker dan tidak menggunakan masker untuk u_1 sebesar $\frac{94\%}{30 hari}$ dan u_2 sebesar $\frac{6\%}{30\ hari}$
- Untuk nilai β didapat dari 1 per jumlah terkonfirmasi positif Covid-19 harian tertinggi dengan jumlah 14.000 dikali 7 yang merupakan masa peralihan dari kompartemen S menuju kompartemen E
- Nilai untuk δ didapat dari 1/masa inkubasi covid-19 = $\frac{1}{14} hari$
- Nilai laju kesembuhan (σ) dan laju kematian akibat Covid-19 (ω) didapat dari tingkat persentase peluang hidup atau meninnggal per waktu peluang harapan sembuh atau meninggal, untuk $\sigma = \frac{97\%}{28\ Hari}$ dan untuk $\omega = \frac{3\%}{28\ Hari}$.

Parameter-parameter pada model menghasilkan nilai $R_0 = 32$ dimana nilai tersebut memiliki artian bahwa 1 individu dapat menyebarkan virus kepada 32 orang.

Analisis kestabilan dari titik ekuilibrium endemik (E^1) dilakukan secara numerik dengan cara menampilkan phase portrait dari sistem (3.1)-(3.6) menggunakan nilai parameter yang disajikan pada Tabel 2. Phase portrait dari sistem ditampilkan pada Gambar 3 :

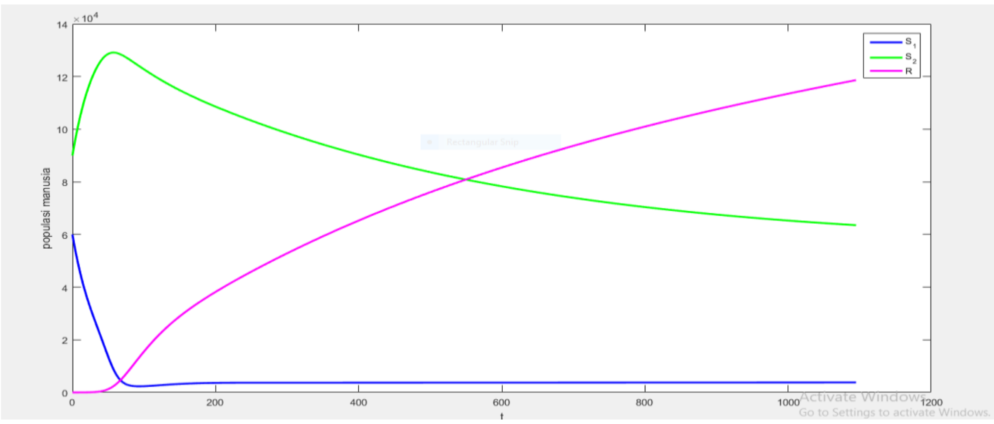


Gambar 4. Phase-potrait dari sistem(3.1)-(3.6)

Phase portrait yang ditampilkan pada Gambar 3 menunjukkan bahwa setelah diberikan sembarang nilai awal, maka solusi dari sistem (3.1)-(3.6) akan selalu menuju titik ekuilibrium endemik ($\boldsymbol{E^1}$) dan menjauhi titik ekuilibrium bebas penyakit ($\boldsymbol{E^0}$). Artinya, dengan keadaan nilai parameter yang disajikan pada Tabel 2, maka penyakit Covid ini akan menjadi endemik pada populasi.

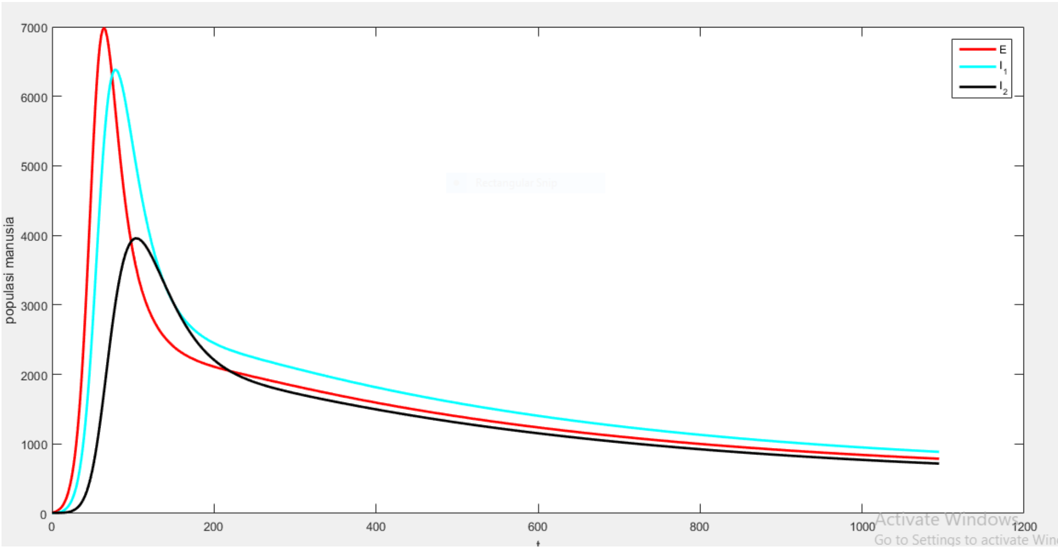
4.3 Simulasi Numerik dari Sistem

Simulasi numerik terkait solusi dari sistem (3.1) - (3.6) ditampilkan berdasarkan nilai parameter yang disajikan pada Tabel 2. Gambar 4 menyajikan solusi dari sistem (3.1) - (3.6) terkait keadaan subpopulasi S_1, S_2dan R :



Gambar 5. Solusi sistem(3.1)-(3.6) untuk S_1,S_2 dan R terhadap waktu

Dari gambar di atas pada kompartemen S_1 semakin bertambah waktu maka jumlah populasi pada kompartemen S_1 semakin berkurang hal ini di sebabkan karena ada individu pada kompartemen S_1 yang berpindah ke kompartemen I_1, I_2 dan S_2 disebabkan adanya individu kompartemen S_1 yang terinfeksi dan memakai masker. Pada kompartemen S_2 mengalami peningkatan pada awal waktu namun makin berjalan waktu jumlah populasi S_2 makin berkurang diakibatkan berubah nya kompartemen S_2 menjadi kompartemen S_1disebabkan ada individu dari kompartemen S_2 yang melepas masker. Pada kompartemen R pada awal waktu memiliki populasi sedikit namun berjalannya waktu, populasi mengalami peningkatan di karnakan berubahnya kompartemen I_1 dan I_2 menjadi kompartemen R karena mengalami kesembuhan atau meninggal di karnakan penyakit.

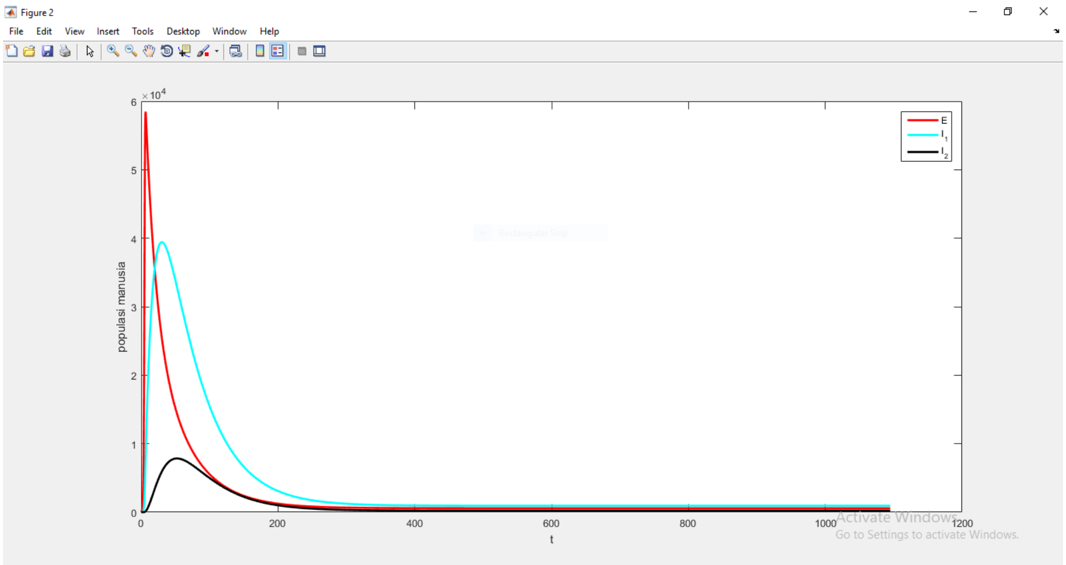


Gambar 6. Solusi sistem (3.1)-(3.6) untuk E, I_1 dan I_2 terhadap waktu

Pada gambar di atas dapat di lihat bahwa populasi dari kompartemen E, I_1 dan I_2 pada awal waktu mengalami peningkatan yang drastis di akibat kan penambahan dari kompartemen S_1 namun makin berjalan nya waktu populasi dari kompartemen E mengalami penurunan populasi di karnakan berpindahnya populasi E menjadi populasi I_1 dan I_2, dan populasi I_1 dan I_2 mengalami penurunan populasi dikarnakan sembuh dan meninggal nya individu di kompartemen I_1 dan I_2 dan berpindah ke kompartemen R.

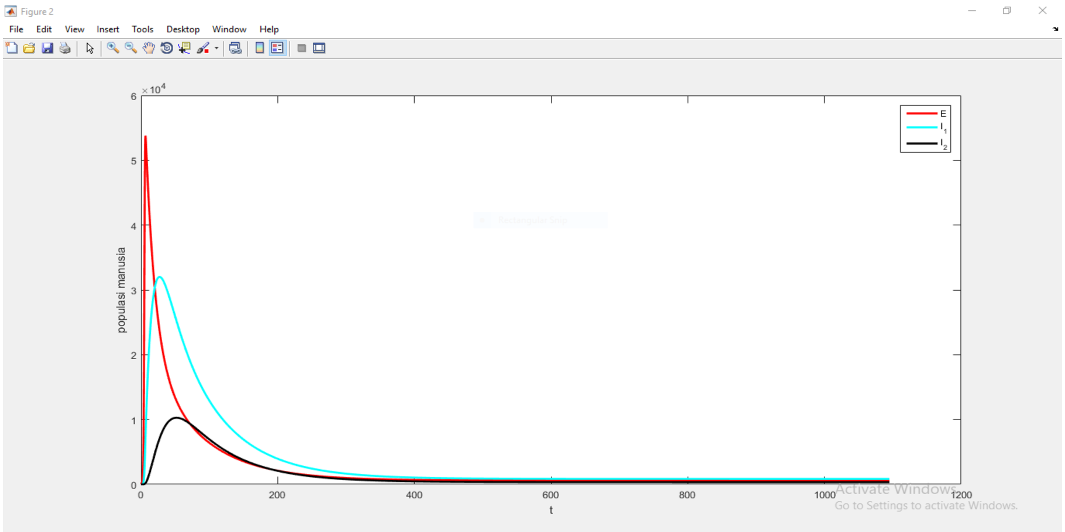
4.4 Analisis Sensitifitas terhadap Parameter u_1 dan u_2

Parameter u_1 dan u_2 merupakan dua diantara parameter-parameter dalam model/system (3.1)-(3.6)yang berperan penting, karena terkait dengan laju pelepasan masker dan penggunaan masker. Oleh karena itu, dilakukan analisis sensitifitas terhadap dua parameter ini bertujuan untuk memperoleh ilustrasi dan informasi yang bermanfaat supaya penyebaran covid-19 dapat dikontrol. Analisis sensitifitas ini dilakukan melalui simulasi numerik yang ditampilkan pada gambar 6. Gambar 6 menyajikan solusi dari system (3.1)-(3.6) terkait subpopulasi pada kompartemen E, I_1 dan I_2. Nilai parameter yang digunakan untuk menyajikan solusi pada Gambar 6 adalah sebagaimana yang di sajikan pada Tabel 3, namun nilai u_1 dan u_2 berubah dari 0,0313 dan 0,002 menjadi 0,01333 dan 0,02.



Gambar 7. Grafik Kompartemen dengan u1=0,01333 dan u2=0,02

Dari grafik di atas dapat dianalisis ketika nilai parameter u_1 dan u_2 di ubah menjadi 0,01333 dan 0,02 maka kompartemen I_1 dan I_2 akan mengalami penambahan yang signifikan. Penurunan populasi kompartemen I_1 terjadi pada hari ke > 300, Sedangkan Kompartemen E mengalami penambahan yang signifikan pada hari pertama dengan jumlah populasi sebanyak 60.000 jiwa mewabah dan mengalami penurunan pada hari ke > 200. Jika dibandingkan pada data nilai parameter data asli maka dapat di simpulkan jika mengubah nilai parameter u_1 dan u_2 maka akan mempengaruhi waktu penyebaran dan jumlah populasi dari kompartemen.



Gambar 8. Grafik Kompartemen dengan u1=0,02 dan u2=0,01333

Jika nilai parameter u_1 dan u_2 diubah menjadi 0,02 dan 0,01333 maka dapat di analasis jumlah populasi I_1 dan I_2 yaitu sebanyak $\geq$ 30.000 dan $\geq$ 10.000. Penurunan populasi kompartemen I_1 dan I_2 terjadi pada hari ke-400 dimana artinya penyebaran penyakit covid-19 terhenti, sedangkan jumlah populasi kompartemen E pada awal pandemik yaitu $\pm$50.000 dan penurunan jumlah populasi E terjadi pada hari ke-400 disebabkan proposi penggunaan masker lebih banyak daripada melepaskan masker.

Perubahan yang dilakukan pada parameter u_1 dan u_2 menyebabkan perubahan nilai R_0 seperti grafik di atas menyebabkan penyebaran penyakit Covid-19 hanya membutuhkan waktu yang lebih cepat untuk terselesaikan hal ini di karenakan parameter u_1 dan u_2 merupakan parameter yang dapat dikontrol sehingga memberikan efek yang besar terhadap penyebaran covid-19.

V.KESIMPULAN DAN SARAN

5.1 Kesimpulan

Adapun kesimpulan dari penelitian ini sebagai berikut :

1. Model matematika dari penyebaran penyakit Covid-19 terbagi atas 6 variabel kompartemen yaitu S_1, S_2, E, I_1, I_2 dan R dan berbentuk persamaan diferensial orde 1 yang terdapat pada persamaan sebagai berikut :

$$\frac{dS_1}{dt} = \mu N + u_2 S_2 - \mu S_1 - \beta S_1 I_1 - u_1 S_1$$
$$\frac{dS_2}{dt} = u_1 S_1 - u_2 S_2 - \mu S_2$$
$$\frac{dE}{dt} = \beta S_1 I_1 - \delta E - \mu E$$
$$\frac{dI_1}{dt} = \delta E + u_2 I_2 - u_1 I_1 - \sigma I_1 - \omega I_1 - \mu I_1$$
$$\frac{dI_2}{dt} = u_1 I_1 - u_2 I_2 - \sigma I_2 - \omega I_2 - \mu I_2$$
$$\frac{dR}{dt} = (I_1 + I_2)\sigma + (I_1 + I_2)\omega - \mu R$$

2. Sifat kualitatif dari titik ekulibrium model matematika penyebaran penyakit Covid-19 menunjukan pada titik ekulibrium bebas penyakit bersifat tidak stabil sehingga muncul nya titik ekulibrium endemik dan bersifat stabil.
3. Nilai *basic reproduction number* (R_0) menunjukan nilai besar dari 1 yang artinya terjadi nya wabah pada penyakit covid-19.
4. Karna nilai $R_0 > 1$ maka untuk kestabilan titik ekulibrium endemik menjadi stabil dan untuk kestabilan tiap populasi tiap waktu berubah secara sistematis untuk setiap kompartemen.
5. Perubahan yang dilakukan pada parameter u_1 dan u_2 dilakukan analisis sensitifitas dan melihat pengaruh perubahan nilai terhadap populasi kompartemen *infected* dan mempengaruhi lamanya pandemi.

5.2 Saran

Adapun saran dari penelitian ini adalah sebagai berikut :

1. Untuk penelitian selanjutnya hendak nya menambahkan variabel baru dalam kasus ini

2. Tingkat akurasi tiap parameter merupakan gambaran umum terhadap kondisi saat ini dan dapat berubah dengan berjalannya waktu sehinnga untuk penelitian lanjutan di butuhkan data terbaru dalam menentukan parameter yang berhubungan dengan data pasien.

3. Penelitian ini membahas pada kasus masker kesehatan dan bersifat tertutup pada populasi (tidak adanya imigrasi),hendak nya pada penelitian selanjutnya dapat menjadi populasi yang terbuka.
4. Sebaiknya lakukan perubahan nilai pada parameter u_1 dan u_2 untuk bisa melakukan analisis terhadap perubahan waktu penyebaran dan melihat perubahan nilai R_0.

DAFTAR PUSTAKA

Ambarwati, R. D. 2014. *Analisis Model Matematika Tentang Pengaruh Terapi Gen Terhadap Dinamika Pertumbuhan Sel Efektor dan Sel Tumor dalam Pengobatan Kanker*, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Negeri Yogyakarta, Yogyakarta.

Anton, H. 2010. *Elementary Linear Algebra*, 10th edition ,Jhon WILY & Sons,Inc

Anton, H. dan C. Rorres. 2004. *Aljabar Linear Elementer*, Edisi 8, Jilid 1, Erlangga, Jakarta.

Arabi.Y.M et al., "Clinical course and Outcomes of Critically Ill Patients With Middle East respiratory Syndrome Coronavirus Infection," Ann. Intern. Med., vol. 160, no. 6, pp. 389–397, 2014.

Candrawati, L. 2014. *Model Matematika SACR Penyebaran Virus Hepatitis C pada Pengguna Narkoba Suntik*, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Negeri Yogyakarta, Yogyakarta

CDC. 2020, CoronaVirus Disease 2019 .http://www.cdc.gov/coronavirus/2019-nCoV/index.html

Diekmann,O & Heesterbeck,J.A.P.2000.Mathematical Epidemiology of Infectious Diseases: Model Building Analysis and Intrpretation.Simon Levis,Pricenton University,USA.

Ekawati,A.2005.*Kestabilan Model SEIR* .Universitas Borneo.Tarakan

Himawan,A.2016.*Pemodelan Matematika Penyebaran Penyakit Ebola dengan Model Epidemi SIR pada Populasi Manusia Tak Konstan dengan Treatment*.Universitas Negeri Semarang.

Hurint, R. U., M. Z. Ndii, M. Lobo. Analisis Sensitivitas Model Epidemi SEIR. *Online Journal of Natural Science*. 6(1):22-28.

"Infectious Diseases," World Health Organization. [Online]. Available: https://www.who.int/topics/infectious_diseases/en/.

Lynch, S. 2014. *"Dynamical System with Applications Using Matlab"*,Edisi kedua.

Mandel,S.dkk.2011.Mathematical models of malaria-a Review.Malaria Jurnal.1-19

Olsder, G.J. and van der Woude J. W., Mathematical System Theory, 2nd ed. Netherlands: Delft University of Technology, 2003.

Komite Penanganan COVID-19 dan Pemulihan Ekonomi Nasional[Online] "Peta Sebaran Covid-19".Available : http://www.Covid19.go.id/Peta-Sebaran-Covid19

Read, M. J and Jessica.R.E.B.,et al., 2020. *"Novel CoronaVirus 2019-nCoV :Early estimation of epidemiological parameters and epidemic predictions"*Lancaster University.United Kingdom.

Robinson, R. C. 2004. *An Introduction to Dynamical Systems Continuous and Discreate*, Pearson Education Inc, New Jersey.

Ross, S. L. 1984. *Differential Equation*, Third Edition, John Wiley and Sons, Singapore.

Ross, S. L. 2004. Differential Equations, 3rd ed. New Delhi.

Slamet et al., "Pedoman Umum Kesiapsiagaan Menghadapi Middle East Respiratory Syndrom-Corona Virus (MERS-Cov)," Jakarta, 2013.

Susilo A, Rumende M.C , dkk., "Coronavirus disease 2019 : Review Of Current Literatures" jurnal penyakit dalam indonesia Vol 7.,no.1 .,2020

Tri,R.P dan Guvil.Q.2017.*Kestabilan Model Epidemi dengan laju insidensi Jenuh*.Padang : Jurnal Poli Rekayasa Vol.13,No.1 :43-44

World Health Organization. (2020). Anjuran Mengenai Penggunaan Masker dalam Konteks Covid. In World Health Organization (Issue April). https://www.who.int/docs/default-source/searo/indonesia/covid19/anjuran-mengenai-penggunaan-masker-dalam-konteks- covid-19.pdf?sfvrsn=8a209b04_2

WHO.2020.CORONAVIRUS DISEASE(COVID-19) . In World Health Organization https://www.who.int/emergencies/diseases/novel-coronavirus-2019/question-and-answers-hub/q-a-detail/coronavirus-disease-covid-19#:~:text=symptoms [diakses pada : 12-12-2020]

LAMPIRAN

A. Data untuk Gambar 3

Waktu(hari)	Nilai Awal	
	S_1(Jiwa)	S_2(Jiwa)
10000	45000	50000
	60000	850000
	20000	700000
	30000	1000000
	50000	1100000

B. Data untuk Gambar 4

Nilai Awal		Waktu(Hari)
Variabel	Nilai	
S_1	60000	1095
S_2	90000	
R	0	

C. Data untuk Gambar 5

Nilai Awal		Waktu(Hari)
Variabel	Nilai	
E	5	1095
I_1	5	
I_2	9	