

**PERBANDINGAN ALGORITMA SOLLIN DAN
ALGORITMA BORUVKA PADA JARINGAN
PDAM TIRTA MUARO JAMBI
(STUDI KASUS: PERUMAHAN MENDALO ASRI)**

S K R I P S I



**MANDAH MAGDALENA SITUMORANG
F1C218019**

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA
JURUSAN MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM**

**FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS JAMBI
2022**

SURAT PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa skripsi ini benar-benar karya sendiri. Sepanjang pengetahuan saya tidak terdapat karya atau pendapat yang ditulis atau diterbitkan orang lain kecuali sebagai acuan atau kutipan dengan mengikuti tata penulisan karya ilmiah yang telah lazim.

Tanda tangan yang tertera dalam halaman pengesahan adalah asli. Jika tidak asli, saya siap menerima sanksi sesuai dengan peraturan yang berlaku.

Jambi, 10 Oktober 2022

Yang menyatakan



MANDAH MAGDALENA SITUMORANG
F1C218019

RINGKASAN

Graf merupakan ilmu yang mempelajari matematika, dimana salah satu permasalahan graf adalah mencari *Minimum Spanning Tree* (MST). Algoritma yang dapat digunakan untuk melengkapi MST adalah algoritma *Sollin* dan algoritma *Boruvka*. Algoritma *Sollin* ialah salah satu algoritma menyelesaikan pohon rentang minimum dengan menghilangkan sisi yang membentuk sirkuit. Sedangkan Algoritma *Boruvka* merupakan teknik optimasi data dimana semua simpul (*node*) didasarkan pada jarak terkecil, Algoritma *Boruvka* memulai dengan memeriksa setiap titik yang terhubung dan menambahkan sisi bobot terendah pada *spanning tree* dan terus menghubungkan sisi lainnya hingga membentuk pohon merentang minimum. Berdasarkan panduan Tirta Muaro Jambi, model jaringan perpipaan dibagi lagi menjadi sistem jaringan bercabang, sistem melingkar dan gabungan dari semuanya. Berdasarkan studi pohon merentang minimum, tidak ada sirkuit dalam sebuah jaringan graf, sehingga jaringan PDAM Tirta Muaro Jambi pada Perumahan Mendalo Asri dapat dikatakan tidak optimal. Sehingga untuk mengoptimalkan jaringan PDAM dapat diselesaikan dengan mencari pohon merentang minimum menggunakan Algoritma *Sollin* dan Algoritma *Boruvka*. Panjang awal jaringan PDAM kompleks Perumahan Mendalo Asri adalah 7898 m, setelah dilakukan pencarian pohon merentang minimal, panjang jaringan adalah 2022 m. Melalui algoritma *Sollin* dan algoritma *Boruvka* terlihat bahwa keduanya memiliki hasil model serta bobot total yang sama.

Kata Kunci: Algoritma *Sollin*, Algoritma *Boruvka*, Pohon Merentang Minimum (*Minimum Spanning Tree*)

SUMMARY

Graph is a science that studies mathematics, where one of the graph problems is finding the Minimum Spanning Tree (MST). Algorithms that can be used to complete MST are Sollin's algorithm and Boruvka's algorithm. Sollin's algorithm is one of the algorithms for completing a minimum spanning tree by eliminating edges that make up the circuit. While Boruvka's Algorithm is a data optimization technique where all nodes (nodes) are based on the smallest distance, Boruvka's Algorithm starts by checking every connected point and adds the lowest weight side to the spanning tree and continues to connect the other sides to form a minimum spanning tree. Based on Tirta Muaro Jambi's guidelines, the pipeline network model is subdivided into a branched network system, a circular system and a combination of all of them. Based on the minimum spanning tree study, there are no circuits in a graph network, so the PDAM Tirta Muaro Jambi network at Mendalo Asri Housing can be said to be not optimal. So to optimize the PDAM network it can be solved by finding a minimum spanning tree using Sollin's Algorithm and Boruvka's Algorithm. The initial length of the PDAM network of the Mendalo Asri housing complex is 7898 m, after a minimum spanning tree search is carried out, the network length is 2022 m. Through Sollin's algorithm and Boruvka's algorithm, it can be seen that both have the same model results and total weight.

Keywords: Sollin Algorithm, Boruvka Algorithm, Minimum Spanning Tree

**PERBANDINGAN ALGORITMA SOLLIN DAN
ALGORITMA BORUVKA PADA JARINGAN
PDAM TIRTA MUARO JAMBI
(STUDI KASUS: PERUMAHAN MENDALO ASRI)**

S K R I P S I

Diajukan sebagai salah satu syarat untuk memperoleh
Gelar Sarjana pada Program Studi Matematika



**MANDAH MAGDALENA SITUMORANG
F1C218019**

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA
JURUSAN MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM**

**FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS JAMBI
2022**

PENGESAHAN

Skripsi dengan judul **PERBANDINGAN ALGORITMA SOLLIN DAN ALGORITMA BORUVKA PADA JARINGAN PDAM TIRTA MUARO JAMBI (STUDI KASUS: PERUMAHAN MENDALO ASRI)** yang disusun oleh **MANDAH MAGDALENA SITUMORANG**, NIM: **F1C218019** telah dipertahankan di depan tim penguji pada tanggal 10 Oktober 2022 dan dinyatakan lulus.

Susunan Tim Penguji:

Ketua : Drs. Wardi Syafmen, M.Si.
Sekretaris : Cut Multahadah, S.Pd., M.Pd.
Anggota : 1. Drs. Sufri, M.Si.
2. Syamsyida Rozi, S.Si., M.Si.
3. Niken Rarasati, S.Si., M.Si.

Disetujui:

Pembimbing Utama



Drs. Wardi Syafmen, M.Si.
NIP. 196202071992031002

Pembimbing Pendamping



Cut Multahadah, S.Pd., M.Pd.
NIP. 201501072009

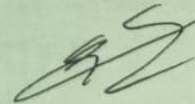
Diketahui:

Dekan Fakultas Sains dan Teknologi
Universitas Jambi



Drs. Jefri Marzak, M.Sc., D.I.T
NIP. 196806021993031004

Ketua Jurusan



Dr. Yusnaidar, S.Si., M.Si.
NIP. 196809241999032001

RIWAYAT HIDUP



Mandah Magdalena Situmorang lahir di Jambi, pada 20 Januari 2000. Penulis merupakan anak pertama dari 3 bersaudara, putridari pasangan Marletare Situmorag dan Riana Br. Panjaitan. Jalur pendidikan yang ditempuh penulis sebagai berikut:

1. TK Yayasan Pendidikan Mayang Mangurai (YPMM) Tebing Tinggi
2. SD Negeri 171/V WKS Tebing Tinggi tahun 2007-2012
3. SMP Yayasan Pendidikan Mayang Mangurai (YPMM) Tebing Tinggi tahun 2012-2015
4. SMA Negeri 5 Kota Jambi tahun 2015-2018
5. Penulis melanjutkan pendidikan di Universitas Jambi, Fakultas Sains dan Teknologi Program Studi Matematika pada tahun 2018 melalui jalur SMMPTN

Selama menempuh pendidikan S1, penulis cukup aktif dalam angkatan 2018 dan HIMATIKA FST UNJA sebagai:

1. Bendahara Divisi BUDSENORA tahun 2019 - 2020
2. Bendahara Divisi BUDSENORA tahun 2020 - 2021
3. Bendahara matematika angkatan 2018 tahun 2020 - 2022

Selain itu, penulis juga aktif dalam mengikuti kegiatan seminar offline maupun online dan acara yang diadakan. Penulis melaksanakan magang di PT. Bank Pembangunan Daerah Jambi Kantor Pusat Provinsi Jambi pada Divisi Kredit.

PRAKARTA

Puji dan syukur penulis panjatkan kepada Tuhan Yesus Kristus atas berkat dan kasih karunia-Nya, sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul **“PERBANDINGAN ALGORITMA SOLLIN DAN ALGORITMA BORUVKA PADA JARINGAN PDAM TIRTA MUARO JAMBI (STUDI KASUS: PERUMAHAN MENDALO ASRI)”**. Skripsi ini disusun dan diajukan sebagai salah satu syarat untuk memperoleh Gelar Sarjana Sains Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Jambi. Dalam penyusunan skripsi ini tidak sedikit hambatan yang dihadapi, tetapi berkat dukungan dan semangat dari beberapa pihak, akhirnya skripsi ini dapat terselesaikan. Untuk itu penulis mengucapkan terimakasih kepada:

1. Tuhan Yesus Kristus, atas berkat dan kasih karunia-Nya skripsi ini dapat terselesaikan.
2. Bapak dan mama serta adik penulis Harapan Situmorang dan Advent Situmorang, yang selalu memberi semangat dalam proses penyelesaian skripsi ini.
3. Drs. Jefri Marzal, M.Sc., D.I.T selaku dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Jambi.
4. Ibu Gusmi kholijah, S.Si., M.Si. selaku ketua program studi matematika.
5. Bapak Wardi Syafmen, M.Si dan ibu Cut Mutahadah, S.Pd., M.Pd selaku dosen pembimbing.
6. Bapak Sufri, M.Si, ibu Syamsyida Rozi, S.Si., M.Si, dan ibu Niken Rarasati, S.Si., M.Si selaku dosen penguji.
7. Seluruh dosen Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Jambi.
8. Sania Larasati selaku teman terdekat yang selalu memberi masukan, semangat dan doa.
9. Saudari penulis Natalia dan Nadia yang memberi dukungan.
10. Sahabat mejikuhibiniu Nabilla, Tata, Taysha dan Sophie yang memberi semangat.
11. Member Jomblo Mythic Dinda, Khelfien, Alfa, Olvin, Raden dan Jevi yang menjadi teman baik selama proses perkuliahan.
12. Nurfalalah, Ditya, Mita, dan teman-teman Program Studi Matematika Angkatan 2018.
13. Serta semua pihak yang tidak bisa dicantumkan satu persatu yang telah memberikan semangat dan dukungan.

Penulis menyadari bahwa skripsi ini masih terdapat kekurangan, untuk itu penulis mengharapkan saran dan kritik yang bersifat membangun agar skripsi ini dapat menjadi lebih baik. Semoga skripsi ini dapat bermanfaat dan membantu untuk waktu yang akan datang.

Jambi, 10 Oktober 2022

Yang menyatakan



MANDAH MAGDALENA SITUMORANG
F1C218019

DAFTAR ISI

PENGESAHAN	vii
RIWAYAT HIDUP	ii
DAFTAR ISI	v
DAFTAR GAMBAR.....	xii
DAFTAR TABEL	xiii
I. PENDAHULUAN.....	1
1.1 Latar Belakang.....	1
1.2 Rumusan Masalah	2
1.3 Tujuan Penelitian.....	3
1.4 Batasan Masalah	3
1.5 Manfaat Penelitian.....	3
II. TINJAUAN PUSTAKA	4
2.1 Definisi Graf	4
2.2 Terminologi Dasar Graf	4
2.3 Jenis-Jenis Graf.....	5
2.4 Pohon (<i>Tree</i>).....	6
2.5 Pohon Merentang (<i>Spanning Tree</i>)	7
2.6 Pohon Merentang Minimum (<i>Minimum Spanning Tree</i>)	7
2.7 Algoritma <i>Sollin</i>	7
2.8 Algoritma <i>Boruvka</i>	10
2.9 Jaringan Pipa.....	12
III. METODE PENELITIAN.....	14
3.1 Jenis dan Sumber Data.....	14
3.2 Metode Penelitian	14
3.3 Alur Penelitian	15
IV. HASIL DAN PEMBAHASAN	16
4.1 Hasil Penelitian.....	16
4.1.1 Pengumpulan Data.....	16
4.1.2 Analisis Minimum Spanning Tree (MST) dengan Menggunakan Algoritma <i>Sollin</i>	20
4.1.3 Analisis Minimum Spanning Tree (MST) dengan Menggunakan Algoritma <i>Boruvka</i>	31
4.2 Pembahasan.....	34
V. PENUTUP.....	37
5.1 Kesimpulan.....	37

5.2 Saran	38
DAFTAR PUSTAKA.....	39
LAMPIRAN	40

DAFTAR GAMBAR

Gambar 1. Graf.....	4
Gambar 2. Graf Tak-terhubung.....	5
Gambar 3. Graf Berbobot.....	5
Gambar 4. (a) Graf Sederhana, (b) Graf Ganda	5
Gambar 5. Graf Berarah.....	6
Gambar 6. (a) Pohon, (b) Bukan Pohon	6
Gambar 7. Graf lengkap G dan empat buah pohon merentanganya,	7
Gambar 8. Graf G	8
Gambar 9. Iterasi Algoritma <i>Sollin</i>	9
Gambar 10. Hasil Algoritma <i>Sollin</i>	10
Gambar 11. Iterasi 1 Algoritma <i>Boruvka</i>	11
Gambar 12. Iterasi 2 Algoritma <i>Boruvka</i>	11
Gambar 13. Iterasi 3 Algoritma <i>Boruvka</i>	12
Gambar 14. Hasil Algoritma <i>Boruvka</i>	12
Gambar 15. Denah Mendalo Asri	16
Gambar 16. Model Denah Dalam Bentuk Graf.....	20
Gambar 17. Graf Awal yang Masih Memiliki Sirkuit	23
Gambar 18. Iterasi 1 Algoritma <i>Sollin</i>	24
Gambar 19. Iterasi 2 Algoritma <i>Sollin</i>	25
Gambar 20. Iterasi 3 Algoritma <i>Sollin</i>	26
Gambar 21. Iterasi 6 Algoritma <i>Sollin</i>	27
Gambar 22. Iterasi 35 Algoritma <i>Sollin</i>	28
Gambar 23. Iterasi 36 Algoritma <i>Sollin</i>	29
Gambar 24. Hasil Model Graf Menggunakan Algoritma <i>Sollin</i>	30
Gambar 25. Iterasi 1 Algoritma <i>Boruvka</i>	31
Gambar 26. Iterasi 2 Algoritma <i>Boruvka</i>	32
Gambar 27. Iterasi 3 Algoritma <i>Boruvka</i>	32
Gambar 28. Hasil Model Graf Menggunakan Algoritma <i>Boruvka</i>	33
Gambar 29. Graf Awal Jaringan PDAM.....	34
Gambar 30. Hasil Graf dengan <i>Minimum Spanning Tree</i>	34

DAFTAR TABEL

Tabel 1 Urutan Panjang Bobot terbesar Hingga Terkecil	8
Tabel 2 Letak Titik Jaringan Pipa PDAM Tirta Muaro Jambi	16
Tabel 3 Data Panjang Jaringan Pipa PDAM Tirta Muaro Jambi	18
Tabel 4 Pengurutan Bobot Jaringan pipa PDAM Muaro Jambi	21
Tabel 5 Sisi-Sisi yang Terhapus dalam Proses Algoritma <i>Sollin</i>	30

I. PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Graf merupakan kajian dalam matematika yang dapat digunakan untuk mempresentasikan serta hubungan antara objek-objek diskrit. Salah satu kasus dari graf yaitu mencari pohon merentang. Menurut Ramadhan (2017), dimisalkan $G = (V, E)$ merupakan graf yang tak berarah terhubung dan mengandung sebuah sirkuit, maka G dapat di rubah menjadi pohon $T = (V_1, E_1)$ dengan dilakukannya penghapusan pada sirkuit tersebut, sehingga sirkuit yang terdapat pada G hilang dan G dapat menjadi sebuah pohon T , dimana pohon T ini dinamakan pohon merentang.

Menurut Ismail dan Setiadi (2014), kajian pada pohon merentang terbagi menjadi dua, yaitu pohon merentang maksimum (*maximum spanning tree*) dan pohon merentang minimum (*minimum spanning tree*/MST). Pohon merentang maksimum (*maximum spanning tree*), yaitu teknik penentuan pohon rentang dari G berbobot maksimal, sedangkan *minimum spanning tree* yaitu teknik mencari jalan terdekat dalam jaringan sampai diperoleh jarak minimum. Persoalan MST merupakan variasi dari persoalan rute terpendek, dimana harus ditentukan sisi yang memiliki bobot minimal yang akan menyatukan simpul-simpul yang terdapat pada sebuah jaringan, sehingga pada hasil akhir dapat diperoleh total panjang sisi yang minimum dan mengetahui keoptimalan suatu jaringan graf tersebut. Dimana kasus yang dapat diselesaikan dengan menggunakan pohon merentang minimum yaitu pemasangan jaringan pipa PDAM.

Perusahaan Daerah Air Minum (PDAM) Tirta Muaro Jambi merupakan perusahaan yang menyediakan dan mendistribusikan air bersih. Jaringan pipa perlu dilakukan dalam pengoptimalan pendistribusian. Jaringan pipa PDAM di Tirta Muaro Jambi masih berpatokan pada konsep yang masih sederhana, hal ini diketahui dari buku panduan PDAM Tirta Muaro Jambi. Dimana pola jaringan perpipaan diklasifikasikan menjadi sistem jaringan bercabang (*branch system*), sistem jaringan melingkar (*circuit system*), dan kombinasi dari keduanya. Secara pengkajian pencarian pohon merentang minimum tidak terdapat sirkuit, maka dari itu jaringan pada PDAM tersebut belum optimal. Pengoptimalan dapat dilakukan dengan menggunakan pohon merentang minimum (*Minimum Spanning Tree*/MTS) untuk mengefisiensikan jaringan pipa dan dana yang dikeluarkan. Penyelesaian pohon merentang minimum (MST) dapat digunakan dengan menggunakan Algoritma *Sollin* dan Algoritma *Boruvka*.

Algoritma *Sollin* ialah algoritma yang digunakan dalam pencarian pohon rentang minimum dari graf berbobot terhubung dengan menghilangkan sisi-

sisinya untuk membentuk rangkaian. Penghapusan harus dilakukan dari sisi dengan bobot terbesar sampai yang terkecil. Untuk algoritma *Boruvka*, ini juga salah satu algoritma yang dapat digunakan dalam pencarian pohon merentang. Algoritma *Boruvka* adalah teknik optimasi data dimana keberadaan setiap simpul (*node*) ditentukan oleh jarak minimum (Efendi dkk, 2021).

Adapun penelitian yang relevan dalam menentukan pohon merentang yaitu kasus *Minimum Spanning Tree* oleh Efendi dkk (2021), mengenai “Perbandingan Algoritma *Boruvka* dan Algoritma *Sollin* pada optimasi kebutuhan kabel *fiber optic* Universitas Bengkulu”. Dimana dari hasil penelitian menentukan optimasi panjang kabel dan waktu yang paling efisien tersebut didapatkan bahwa dengan menggunakan kedua algoritma tersebut menghasilkan panjang sama, tetapi dalam menghasilkan waktu yang paling efisien, Algoritma *Boruvka* lah yang paling efisien. Adapula penelitian yang relevan pada tahun 2010 oleh Mufidatul Khoiroh mengenai “Keefektifan Penggunaan Algoritma *Boruvka*, Algoritma Prim, Algoritma Kruskal, dan Algoritma *Sollin* dalam Menentukan Pohon Merentang Minimum”, dimana terdapat hasil bahwa Algoritma *Sollin* merupakan algoritma yang paling efektif dan efisien apabila dibandingkan dengan algoritma lainnya.

Berdasarkan dari uraian yang telah dipaparkan dan mengetahui pentingnya pengaplikasian graf dalam pencarian pohon merentang minimum, maka dari itu diperlukan suatu algoritma yang tepat dalam pembentukan pohon merentang minimum pada suatu graf terhubung, berbobot, dan tidak berarah. Penulis tertarik untuk membandingkan penerapan Algoritma *Sollin* dan Algoritma *Boruvka* dan memastikan algoritma mana yang mempunyai hasil paling optimal pada jaringan Pipa Distribusi Perusahaan Air Minum (PDAM) Tirta Muaro Jambi dengan menggunakan Algoritma *Sollin* dan Algoritma *Boruvka*.

Dari uraian yang telah dijabarkan, dengan menggunakan data jaringan yang bersumber pada PDAM Tirta Muaro Jambi. Maka, penulis memutuskan dan mengajukan penelitian ini dengan judul **“Perbandingan Penerapan Algoritma *Sollin* dan Algoritma *Boruvka* Pada Jaringan PDAM Tirta Muaro Jambi (Studi Kasus: Perumahan Mendalo Asri)”**.

1.2 Rumusan Masalah

Terdapat rumusan masalah, yaitu sebagai berikut:

1. Bagaimana model graf dari pendistribusian PDAM Tirta Muaro Jambi dengan menggunakan Algoritma *Sollin* dan Algoritma *Boruvka*?
2. Bagaimana penerapan pencarian pohon merentang minimum (*Minimum Spanning Tree/MTS*) dalam mendistribusikan jaringan PDAM Tirta Muaro Jambi dengan menggunakan Algoritma *Sollin* dan Algoritma *Boruvka*?

3. Apa perbandingan Algoritma *Sollin* dan Algoritma *Boruvka* dalam menyelesaikan pohon merentang minimum (*Minimum Spanning Tree* /MST)?

1.3 Tujuan Penelitian

1. Mengetahui model graf dari pendistribusian PDAM Tirta Muaro Jambi dengan menggunakan Algoritma *Sollin* dan Algoritma *Boruvka*?
2. Mengetahui penerapan pencarian pohon merentang minimum (*Minimum Spanning Tree*/MST) dalam mendistribusikan jaringan PDAM Tirta Muaro Jambi dengan menggunakan Algoritma *Sollin* dan Algoritma *Boruvka*?
3. Mengetahui perbandingan Algoritma *Sollin* dan Algoritma *Boruvka* dalam menyelesaikan pohon merentang minimum (*Minimum Spanning Tree* /MST).

1.4 Batasan Masalah

Terdapat batasan masalah, yaitu:

1. Graf yang dipakai adalah graf yang berbobot tak berarah pada panjang jaringan pipa PDAM Tirta Muaro Jambi pada Perumahan Mendalo Asri.
2. Konsep graf yang disajikan adalah graf terhubung.
3. Pipa yang diperhatikan yaitu berupa pipa primer dan pipa sekunder.

1.5 Manfaat Penelitian

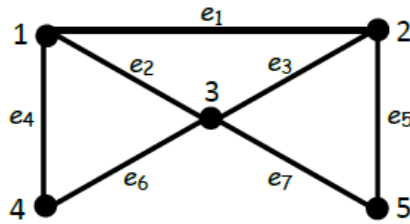
1. Bagi mahasiswa
Dapat menjadi referensi atau tujuan pada tugas maupun penelitian selanjutnya dengan menggunakan Algoritma *Sollin* dan Algoritma *Boruvka*.
2. Bagi PDAM
Dapat membantu dalam menentukan keputusan untuk melakukan pembaharuan pada jaringan pipa PDAM menjadi lebih optimal.
3. Bagi penulis
Manfaat yang didapatkan bagi penulis yaitu dapat menambah wawasan yang lebih tentang beberapa algoritma yang dapat menyelesaikan masalah pohon merentang minimum.

II. TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Definisi Graf

Menurut (Munir, 2014), Pasangan himpunan dari (V, E) , dimana V himpunan simpul (*node*) dan E ialah himpunan sisi (*arch*).

2.2 Terminologi Dasar Graf



Gambar 1. Graf

Berikut beberapa terminologi (istilah) pada graf:

1.) Bertetangga (*Adjacent*)

Definisi (Munir, 2014). Dikatakan dua buah simpul pada graf yang tak-berarah G disebut sebagai bertetangga apabila kedua simpul tersebut dihubungkan langsung oleh sebuah sisi. Terlihat dari Gambar 1, simpul 1 bertetangga dengan simpul 3, maka simpul 1 dapat dikatakan tetangga dari simpul 3.

2.) Bersisian (*Incident*)

Definisi (Abori, M dan N. Ubaidillah, 2014). Pada sembarang sisi $e = (u, v)$, dikatakan bahwa sisi e bersisian pada simpul u dan simpul v . Dari Gambar 1, sisi $(3,4)$ bersisian dengan simpul 3 dan simpul 4.

3.) Lintasan (*path*)

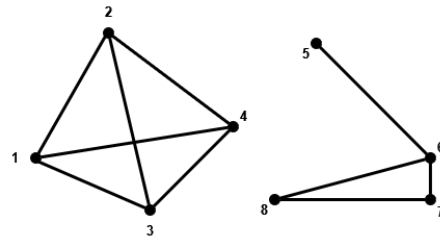
Definisi (Vasudev, 2006). Panjang dari simpul mulai kesimpul akhir didalam graf G merupakan barisan yang berselang-seling antara simpul dan sisi. Pada Gambar 1, $\{1, e_4, 4, e_6, 3, e_3, 2, e_5, 5\}$ merupakan lintasan (*path*).

4.) Sirkuit (*circuit*)

Definisi (Wilson,R , 1996). Lintasan tertutup dapat dikatakan sebagai sirkuit. Simpul 1, 3, 4, 1 pada Gambar 1 merupakan sebuah sirkuit.

5.) Terhubung (*Connected*)

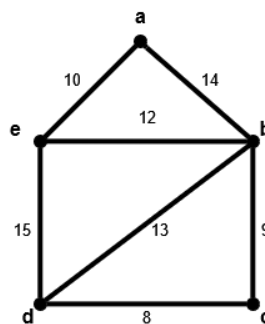
Definisi (Munir, 2014). Sebuah lintasan yang terdapat pada u dan v , maka disebut sebagai terhubung. G_1 dan G_2 pada Gambar 1 merupakan graf terhubung, sedangkan untuk gambar graf tak-terhubung seperti pada Gambar 2:



Gambar 2. Graf Tak-terhubung
(Sumber: Munir, 2014)

6.) Graf Berbobot (*Weighted Graph*)

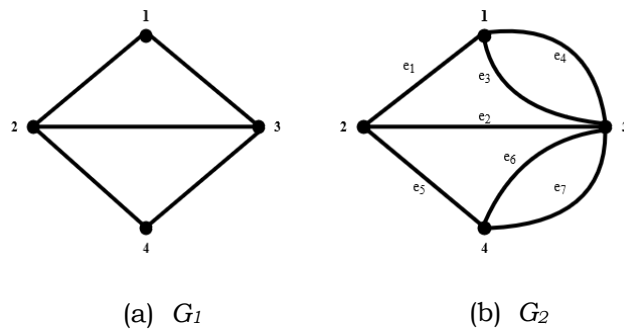
Definisi (Wahyuningrum, T dan E. Usada, 2019). Suatu jaringan yang memiliki nilai ialah graf berbobot, seperti pada Gambar 3.



Gambar 3. Graf Berbobot

2.3 Jenis-Jenis Graf

Menurut Munir (2014), jenis graf yang dilihat dari orientasi arah dibagi menjadi 2 bagian, yaitu:



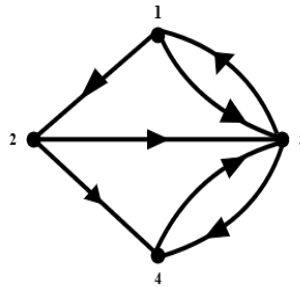
Gambar 4. (a) Graf Sederhana, (b) Graf Ganda
(Sumber: Munir, 2014)

2.3.1 Graf tak-berarah (*undirected graph*)

Disebutkan sebagai graf tak berarah, karena pada sisi yang ada tidak membentuk orientasi arah (Wirawan. T. P, 2008). Urutan pasangan simpul pada graf tak-berarah yang dihubungkan oleh sisi tidak diperhatikan. Maka, $(u, v) = (v, u)$ dikatakan sisi yang sama. Gambar 4 adalah graf tak-berarah.

2.3.2 Graf berarah (*directed graph* atau *digraph*)

Graf berarah yaitu graf yang sisinya terdapat orientasi arah, dimana (u, v) dan (v, u) merupakan dua sisi yang tidak sama, dengan kata lain $(u, v) \neq (v, u)$. Pada sisi (u, v) , simpul u dinamakan dengan simpul awal dan v dinamakan dengan simpul akhir.



Gambar 5. Graf Berarah

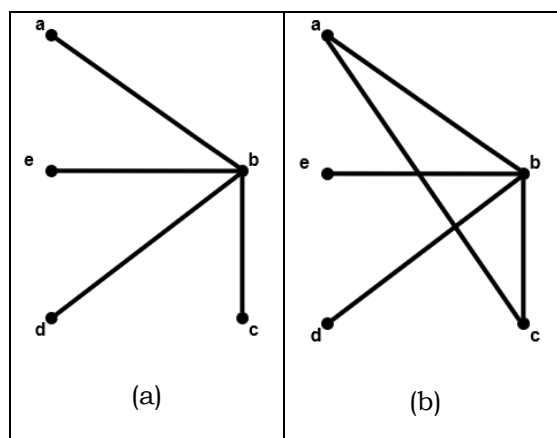
(Sumber: Munir, 2014)

2.4 Pohon (*Tree*)

Pohon ialah salah satu dari bentuk khusus pada graf. Seorang matematikawan yang berasal dari Inggris bernama Arthur Cayley menerapkan konsep pohon pada tahun 1870-an dalam menghitung molekul kimia. Pada karya terbaru dibuktikan bahwa pohon dapat digunakan pada banyak bidang, seperti komputer.

Definisi (Pratama dkk, 2013), Dikatakan sebagai pohon apabila suatu graf terhubung tidak membentuk sebuah subgraf yang membentuk sirkuit.

Definisi (Siang, 2011), Dimisalkan G merupakan suatu graf sederhana (tidak memiliki sisi ganda maupun *loop*), maka G tersebut dikatakan pohon apabila G tidak memiliki sirkuit dan G merupakan graf terhubung.

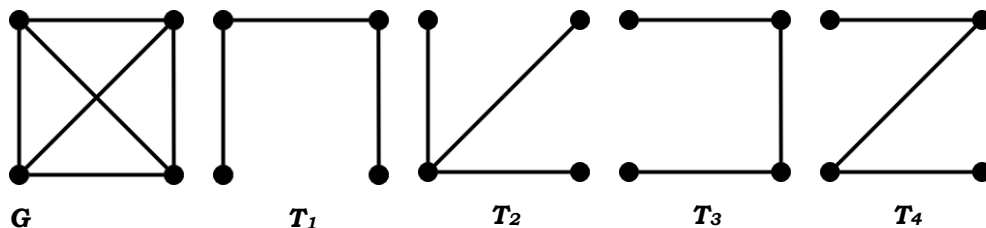


Gambar 6. (a) Pohon, (b) Bukan Pohon

Menurut Wayangkau (2015), sifat dari pohon yaitu misalkan $G = (V, E)$ dinamakan graf tak berarah sederhana dengan jumlah simpul n buah, maka graf G disebut pohon.

2.5 Pohon Merentang (*Spanning Tree*)

Misalkan $G = (V, E)$ merupakan suatu yang graf tak-berarah dan terhubung yang tidak pohon, berarti G mengandung suatu sirkuit. G dapat diubah menjadi pohon $T = (V_1, E_1)$ dengan cara menghilangkan semua sirkuit pada graf tersebut, sehingga pada graf tersebut tidak mengandung satu sirkuit pun, maka graf tersebut dapat dikatakan dengan pohon merentang.



Gambar 7. Graf lengkap G dan empat buah pohon merentang, T_1, T_2, T_3, T_4 .

(Sumber: Munir, 2014)

2.6 Pohon Merentang Minimum (*Minimum Spanning Tree*)

Definisi (Ramdhan, 2017). Suatu sub-graf yang mempunyai bobot minimum dari sub-graf lainnya pada graf dinamakan sebagai pohon merentang minimum.

Permasalahan yang terjadi pada pohon merentang minimum hampir menyerupai permasalahan untuk mencari lintasan terpendek, dimana perbedaannya terlihat pada rute yang ditempuh serta jumlah simpul. Pencarian Pohon Merentang Minimum, setiap simpul wajib saling terhubung dan menghasilkan jarak terdekat maksimal dari graf tersebut dan tidak boleh membentuk sirkuit. Sedangkan untuk pencarian Lintasan Terpendek, setiap simpul yang ada tidak wajib terhubung satu sama lain (Ismail, T dan Setiadi, 2014).

2.7 Algoritma Sollin

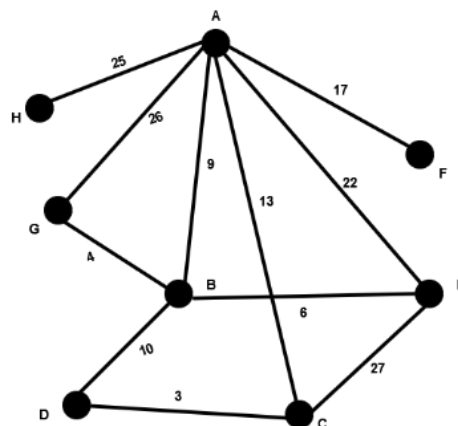
Algoritma Sollin dapat dikatakan gabungan dari Algoritma Prim dan juga Algoritma Kruskal. Pada setiap iterasi, algoritma Solin menggunakan konsep tetangga terdekat untuk menghasilkan jarak minimum antara dua simpul. Jadi, pada setiap simpul dilakukan pencarian simpul dengan jarak terkecil dari simpul tersebut (Anggraeni. W, 2015)

Menurut Khoiroh (2010), Algoritma *Sollin* ditemukan pada tahun 1960. Dalam algoritma *Sollin*, pencarian MST dilihat dari semua sisi dengan berbobot maksimum, sisi yang menyebabkan graf membentuk sirkuit dihilangkan. Penghapusan diberhentikan ketika tidak terdapat sisi yang membentuk sebuah sirkuit.

Adapun langkah-langkah yang dilakukan untuk menggunakan Algoritma *Sollin* menurut Khoiroh (2010), yaitu sebagai berikut:

1. Urutkan bobot graf menurut bobot terbesar hingga terkecil
2. Menghapus sisi yang membentuk suatu sirkuit, dimana sisi yang dihapus dilakukan dari sisi yang berbobot terbesar.
3. Dilakukan berulang langkah pertama dan kedua sampai diperoleh pohon merentang minimum.

Contoh penerapan Algoritma *Sollin* menurut (Khoiroh, 2010) pada suatu graf, dimisalkan terdapat sebuah graf G yang memuat 8 simpul dan 11 sisi ditunjukkan pada gambar graf G berikut ini:



Gambar 8. Graf G

(Sumber: Khoiroh, 2010)

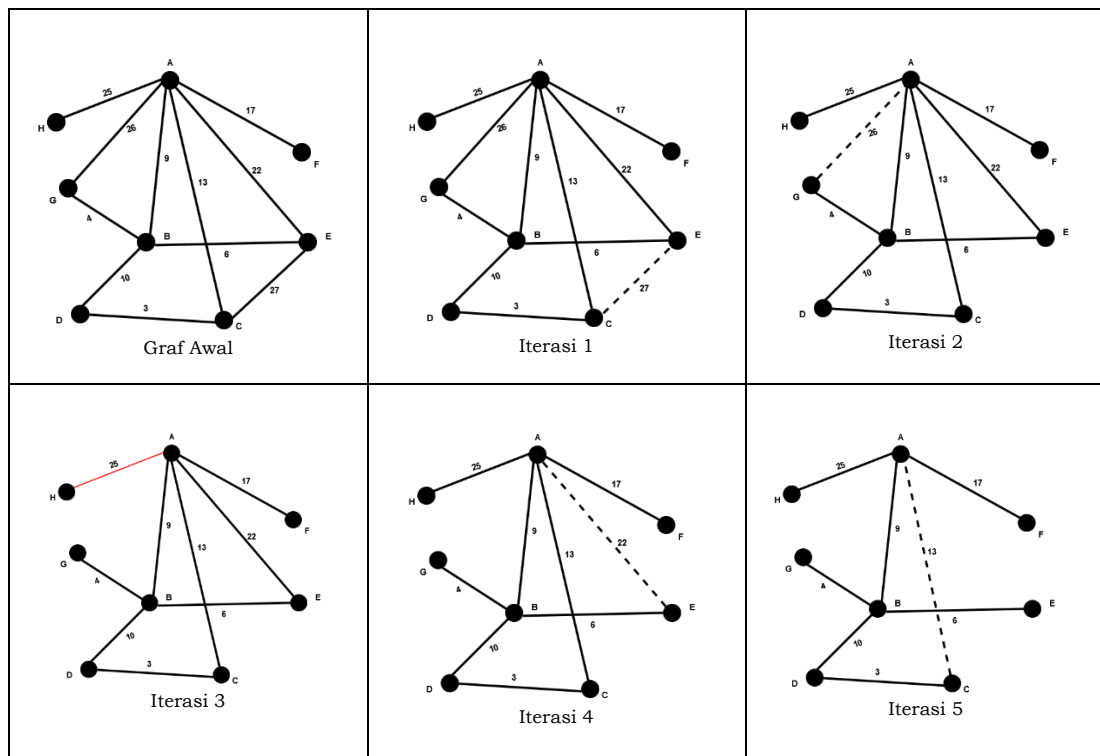
Berdasarkan Gambar 8, langkah awal yang dilakukan dengan menggunakan Algoritma *Sollin* dalam menentukan pohon merentang minimum, yaitu mengurutkan bobot yang terdapat pada graf yang dimulai dari bobot terbesar hingga terkecil, seperti pada Tabel 1 berikut ini:

Tabel 1 Urutan Panjang Bobot terbesar Hingga Terkecil pada Algoritma *Sollin*

Bobot	Sisi
27	(C, E)
26	(A, G)
25	(A, H)

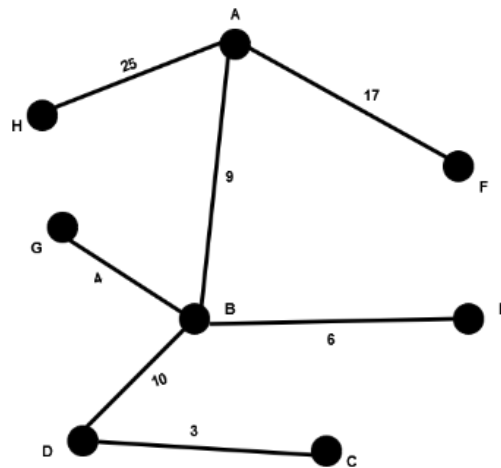
22	(A, E)
17	(A, F)
13	(A, C)
10	(B, D)
9	(A, B)
6	(B, E)
4	(B, G)
3	(C, D)

Setelah dilakukan pengurutan bobot yang dimulai dari bobot terbesar hingga yang terkecil, selanjutnya dilakukan penghapusan sisi yang memiliki bobot terbesar dan membentuk sebuah sirkuit.



Gambar 9. Iterasi Algoritma *Sollin*

Penyelesaian dengan menggunakan Algoritma *Sollin* pada iterasi ke-3, yaitu pada sisi yang berbobot 25 tidak dilakukan penghapusan karena pada sisi itu tidak membentuk suatu sirkuit. Iterasi berhenti pada saat iterasi yang ke-5 karena tidak ada lagi sisi yang dapat dihapus yang artinya semua simpul yang ada tetap terhubung tanpa adanya sisi yang membentuk sebuah sirkuit dan telah diperoleh pohon merentang minimum. Hasil dari pohon merentang minimum yang diperoleh dengan menggunakan Algoritma *Sollin*, pada Gambar 10.



Gambar 10. Hasil Algoritma *Sollin*

Adapun bobot yang didapat pada pohon merentang minimum dengan menggunakan Algoritma *Sollin*, yaitu:

$$(C, D) + (B, G) + (B, E) + (A, B) + (B, D) + (A, F) + (A, H) \\ = 3 + 4 + 6 + 7 + 9 + 10 + 17 + 25 = 74$$

Maka, pohon merentang minimum dengan $T = \{A, B, C, D, E, F, G, H, \}$ diperoleh bobot sebesar 74 dari 11 sisi dan 8 simpul, dengan 5 iterasi.

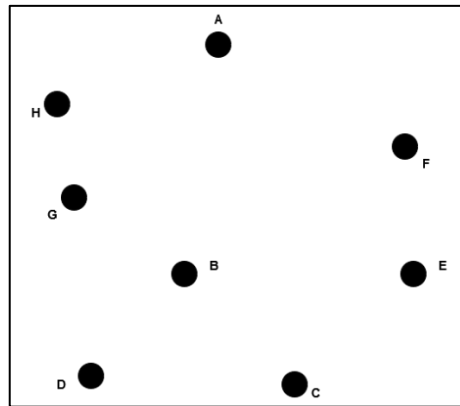
2.8 Algoritma *Boruvka*

Algoritma *Boruvka* ditemukan oleh Otakar *Boruvka* pada tahun 1926, dimana Algoritma *Boruvka* ini ialah algoritma pertama yang digunakan dalam menyelesaikan pohon merentang minimum (*Minimum Spanning Tree*). *Boruvka* adalah teknik optimasi data dimana keberadaan setiap simpul (*vertex*) ditentukan oleh jarak minimum. Dimulainya Algoritma *Boruvka* ini yaitu dengan mengosongkan sisi-sisi yang ada pada simpul, yang mana pada simpul akan dilakukan penambahan sisi-sisi yang mempunyai bobot minimum tanpa melihat sisi yang telah ditambahkan, sehingga terbentuknya sebuah pohon merentang minimum (Efendi dkk, 2021).

Dalam pencarian dengan menggunakan Algoritma *Boruvka* dapat dilakukan dengan langkah-langkah berikut (Chartrand dan Ortrud, 1993):

- Salin simpul dari graf G ke graf baru L yang kosong
- graf L yang tidak terhubung (artinya terbentuk sebuah hutan). Maka, setiap pohon di L , hubungkan sebuah simpul ke simpul lainnya pada pohon lain yang ada di L dengan menggunakan sisi yang mempunyai bobot minimum.

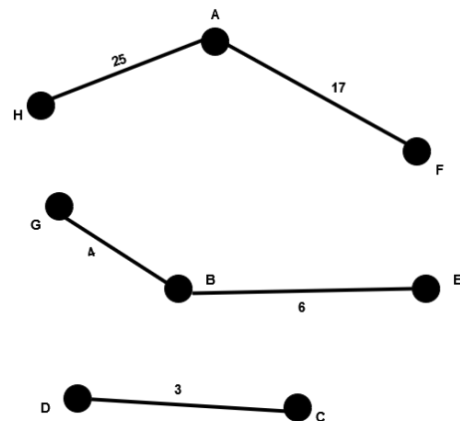
Contoh penerapan Algoritma *Boruvka* (Khoiroh, 2010) pada suatu graf, dengan menggunakan contoh graf G pada Gambar 8. Langkah awal yang harus dilakukan dalam menjalankan Algoritma *Boruvka* yaitu dengan menyalinkan simpul dari graf G kedalam graf baru L yang kosong, dapat dilihat seperti pada gambar di bawah ini:



Gambar 11. Iterasi 1 Algoritma *Boruvka*

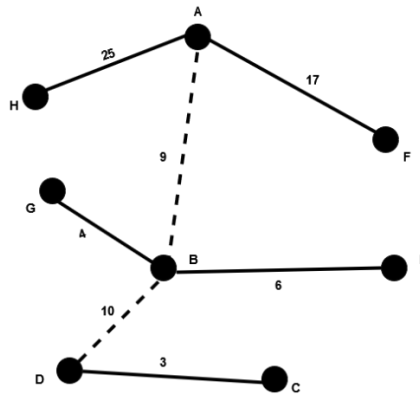
(Sumber: Khoiroh, 2010)

Setelah dilakukan penyalinan simpul dari graf G ke graf baru L yang kosong, dapat dilihat bahwa L ialah graf yang tidak terhubung yang artinya terbentuk hutan.



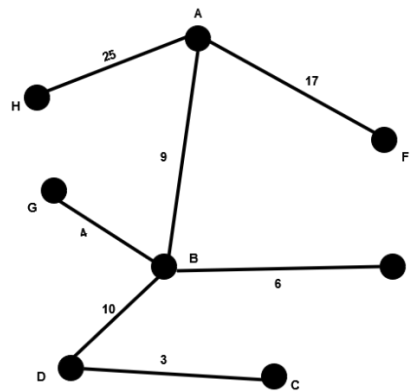
Gambar 12. Iterasi 2 Algoritma *Boruvka*

Dari gambar di atas, setelah terbentuk sebuah hutan yang terdiri dari 3 pohon. Setelah itu, untuk setiap pohon yang ada di L , setiap simpul dari masing-masing pohon dihubungkan dengan menambahkan sisi yang memiliki bobot minimum, dan diperoleh Gambar 13.



Gambar 13. Iterasi 3 Algoritma *Boruvka*

Setelah dihubungkan dengan sisi yang memiliki bobot minimum, maka langkah dapat dihentikan. Hasil dari pohon merentang minimum dengan menggunakan Algoritma *Boruvka*, sebagai berikut:



Gambar 14. Hasil Algoritma *Boruvka*

Pencarian pohon merentang minimum dengan menggunakan Algoritma *Boruvka* di atas mendapatkan bobot sebesar 74, dimana pada awal graf memiliki 8 simpul dan 11 sisi, setelah dilakukan pencarian menggunakan pohon merentang minimum diperoleh 8 simpul dan 7 sisi, dengan banyaknya iterasi adalah 3.

2.9 Jaringan Pipa

Jaringan atau sistem perpipaan memiliki fungsi sebagai pengalir zat cair dari satu tempat ke tempat yang lainnya. Terjadinya aliran karena terdapat perbedaan tinggi pada tekanan di kedua tempat, sehingga terjadi karena adanya perbedaan elevasi muka air atau pompa. Salah satu dari contoh sistem jaringan pipa yaitu pengaliran jaringan air minum.

Pola jaringan perpipaan sistem distribusi PDAM Tirta Muaro Jambi secara garis besar dalam buku panduan dapat diklasifikasikan menjadi sistem jaringan melingkar, sistem jaringan bercabang, dan sistem kombinasi kedua, dengan

menggunakan sistem melingkar ini tidak optimal dikarenakan akan membutuhkan pipa yang lebih banyak dan alat penyambung / aksesoris pipa, sehingga diperlukannya biaya pengeluaran yang lebih besar lagi.

III. METODE PENELITIAN

3.1 Jenis dan Sumber Data

Data yang digunakan penulis dalam penelitian ini ialah data sekunder. Sumber data diperoleh dari PDAM Tirta Muaro Jambi. Bentuk data dalam penelitian ini yaitu jaringan pipa PDAM beserta bobotnya dalam satuan meter.

3.2 Metode Penelitian

1. Identifikasi masalah

Pada penelitian ini diawali dengan dilakukan observasi lapangan terhadap jaringan pipa PDAM Tirta Muaro Jambi yang mempunyai masalah pada penentuan *Minimum Spanning Tree*, selanjutnya dilakukan kajian pustaka tentang algoritma yang tepat dalam menyelesaikan masalah *Minimum Spanning Tree* dengan menggunakan Algoritma *Sollin* dan Algoritma *Boruvka*.

2. Pengumpulan data

Pengumpulan data diambil dari PDAM Tirta Muaro Jambi berupa bobot dan jaringan.

3. Membuat model graf

Langkah membuat model graf dari jaringan pipa, yang kemudian mencari pohon rentang minimum.

4. Pencarian pohon merentang minimum

- a. Pencarian menggunakan Algoritma *Sollin*

Setelah membuat graf berbobot, dilakukan perhitungan dan analisis data menggunakan Algoritma *Sollin* untuk menentukan pohon rentang minimum.

- b. Pencarian menggunakan Algoritma *Boruvka*

Setelah membuat graf berbobot, dilakukan perhitungan dan analisis data menggunakan Algoritma *Boruvka* untuk menentukan pohon rentang minimum.

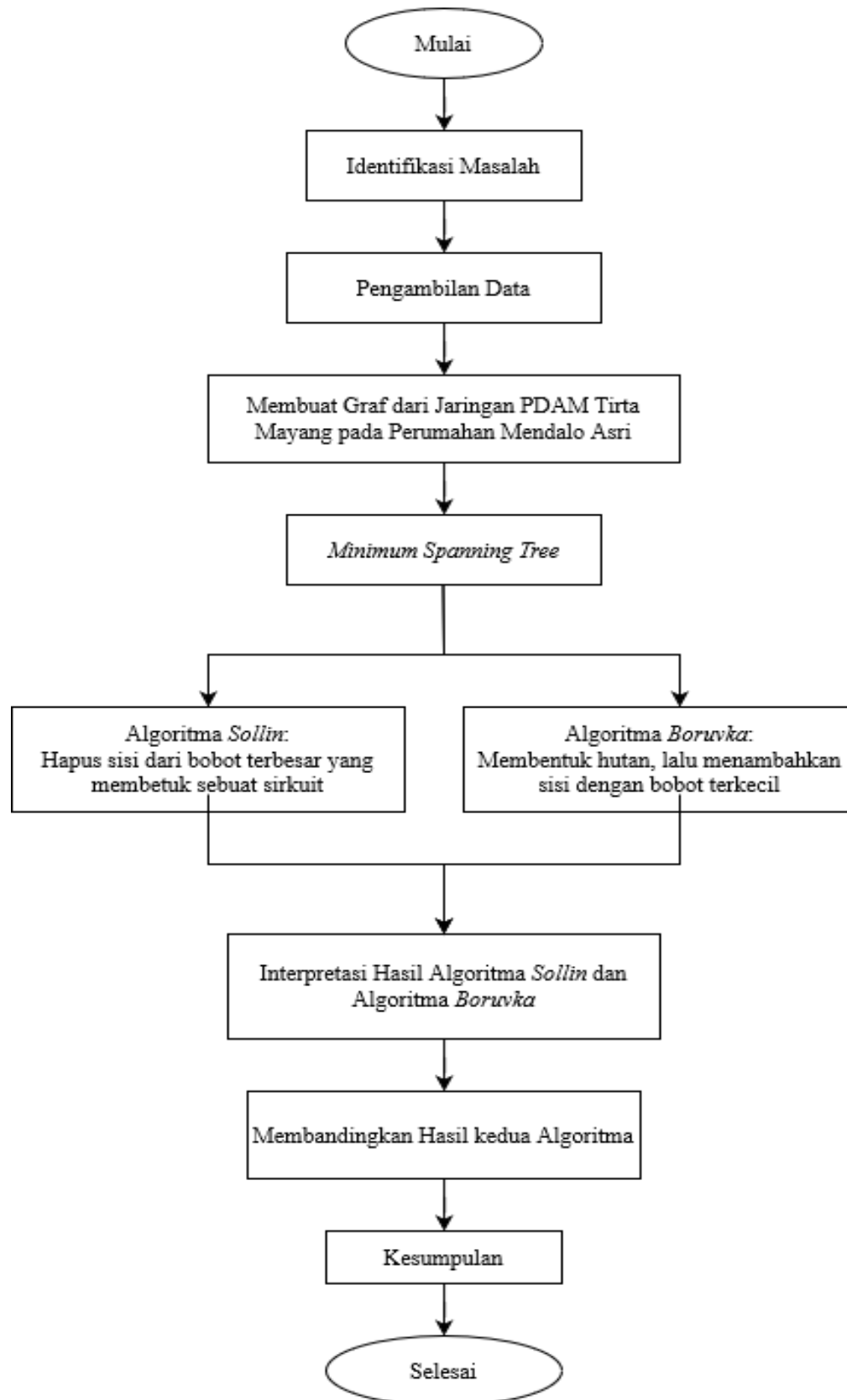
5. Membandingkan Model Graf

Dilakukan perbandingan model graf yang telah didapatkan dari kedua algoritma tersebut dan memperhatikan banyaknya iterasi dari masing-masing algoritma untuk menentukan algoritma mana yang lebih efektif.

6. Penarikan kesimpulan

Diambil kesimpulan setelah dilakukan penganalisan.

3.3 Alur Penelitian



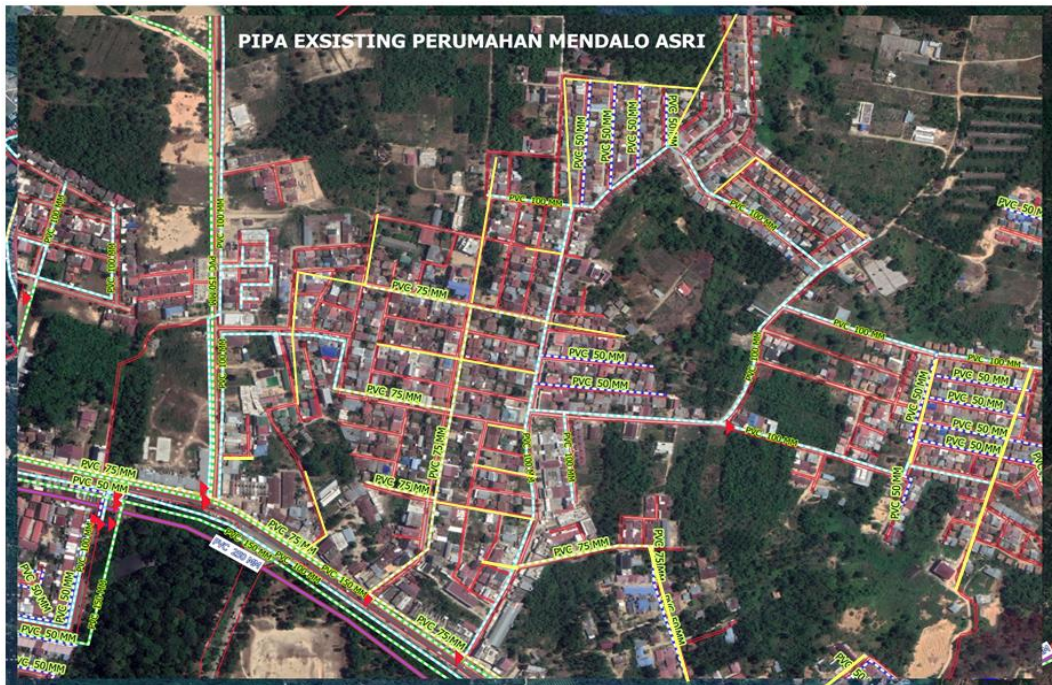
IV. HASIL DAN PEMBAHASAN

4.1 Hasil Penelitian

4.1.1 Pengumpulan Data

Penelitian ini dilakukan pencarian jaringan optimal dari sebuah jaringan distribusi PDAM Tirta Muaro Jambi, dimana pada penelitian ini mempunyai masalah pencarian pohon merentang minimum dengan menggunakan algoritma *Sollin* dan algoritma *Boruvka*.

Berdasarkan data peta yang didapatkan dari PDAM Tirta Muaro Jambi yang berupa jaringan pipa beserta bobotnya, dilakukan pembentukan susunan gambar jaringan. Berikut gambar peta yang menunjukkan denah perumahan dari PDAM Tirta Muaro Jambi.



Gambar 15. Denah Mendalo Asri

Dari Gambar yang telah didapatkan, diketahui data bobot dan letak titik pada jaringan pipa PDAM yaitu:

Tabel 2 Letak Titik Jaringan Pipa PDAM Tirta Muaro Jambi pada Perumahan Mendalo Asri

Titik (Verteks)	Letak (Alamat)
V1	Simpang Dermaga
V2	Simpang Urban
V3	RM Ampera Isse
V4	RKs. Azela
V5	RKs. Ferdian
V6	RKs. Mayang

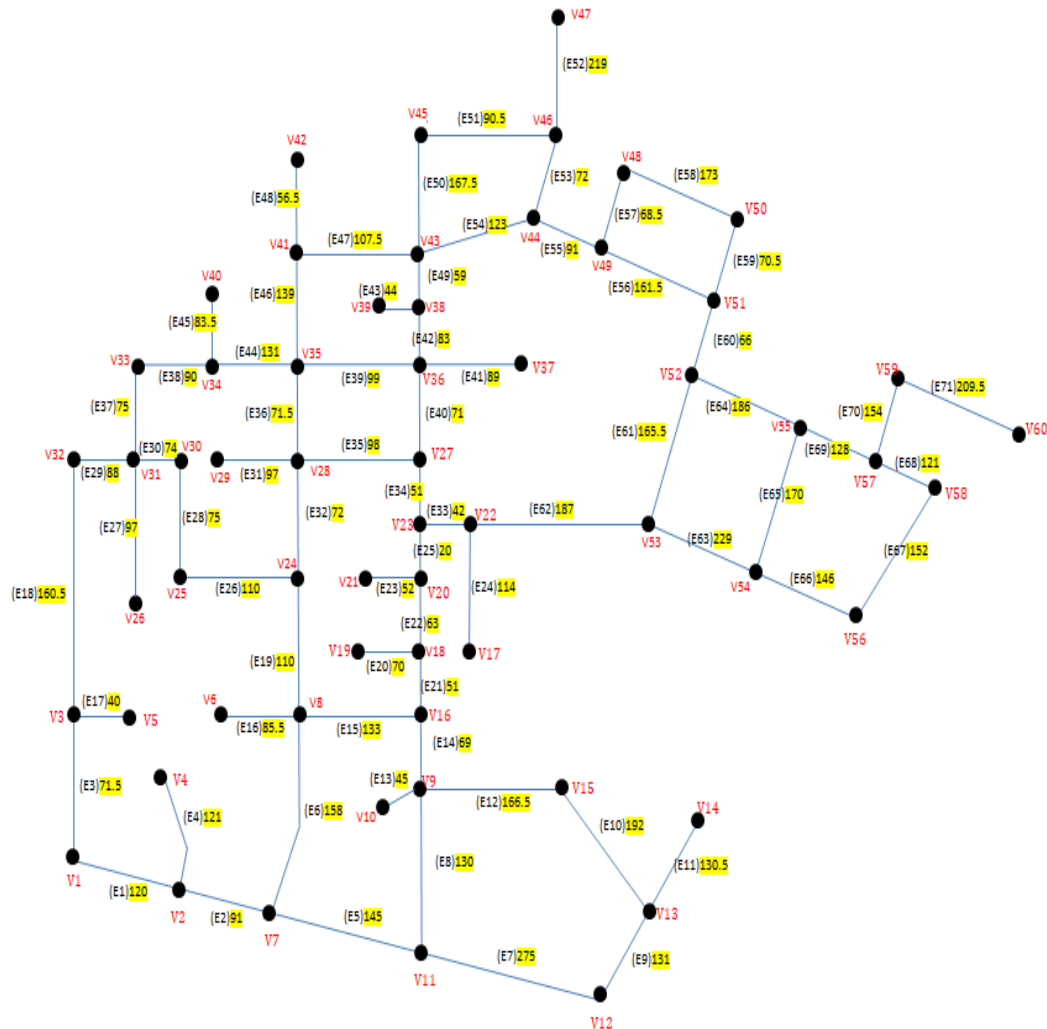
Titik (Verteks)	Letak (Alamat)
V7	Gapura Utama Mendalo Asri
V8	RKs. 5 Dara
V9	Depot Air
V10	RKs. Naufaza
V11	Simpang Ke-2 Mendalo Asri
V12	Simpang Asrama Az-Zahra
V13	Toko K-Link
V14	RKs. SRI
V15	RKs. Orange 02
V16	RKs. Puteri Mandiri
V17	RKn. Anugrah Mandiri A01-23
V18	Laundry Layla
V19	RKs. Redo 21
V20	MASJID BABUSSALAM
V21	RKn. Mendalo Asri C-05
V22	Gang Sungkai
V23	POS SATPAM Simp Arza
V24	Gang Cendana
V25	RKs. Puri Amanda
V26	RKs. Althree
V27	Jaya Fotocopy
V28	RM. Danau Duo
V29	RKn. Mendalo Asri A3-02
V30	RKs. Puri Pramiga
V31	Simpang 4 Mendalo Asri Blok B
V32	RKs. Srikayangan
V33	RKs. Baruga
V34	Virgo Water
V35	Wisma Nurul Ilmu
V36	RKs. Salma
V37	RKn. Mendalo Asri D-08
V38	RKs. Masturoh
V39	RKn. Mendalo Asri B2-11
V40	RKn. Mendalo Asri B1-07
V41	RKs. Green House
V42	RKn. Mendalo Asri B3-04
V43	Toko Yuyun
V44	TK RIZANI PUTRA
V45	POS SATPAM Arza Griya Mandiri Blok I
V46	Gang Apel
V47	RKn. Arza Griya Mandiri I-10
V48	RKn. Arza Griya Mandiri G-07
V49	Gang Jeruk
V50	POS SATPAM Arza Griya Mandiri Blok G
V51	Gang Kenangga
V52	Gapura Arza Griya Mandiri
V53	RKs. Haris
V54	RKs. Nadia
V55	Gang Haji Agus Salim
V56	Gang Dipati

Tabel 3 Data Panjang Jaringan Pipa PDAM Tirta Muaro Jambi pada Perumahan Mendalo Asri

Sisi	Titik Yang Dihubungkan	Panjang Pipa (Bobot) (m)
E1	V1-V2	120
E2	V2-V7	91
E3	V1-V3	71,5
E4	V2-V4	121
E5	V7-V11	145
E6	V7-V8	158
E7	V11-V12	275
E8	V9-V11	130
E9	V12-V13	131
E10	V13-V15	192
E11	V13-V14	130,5
E12	V9-V15	166,5
E13	V9-V10	45
E14	V9-V16	69
E15	V8-V16	133
E16	V6-V8	85,5
E17	V3-V5	40
E18	V3-V32	160,5
E19	V8-V24	110
E20	V18-V19	70
E21	V16-V18	51
E22	V18-V20	63
E23	V20-V21	52
E24	V17-V22	114
E25	V20-V23	20
E26	V24-V25	110
E27	V26-V31	97
E28	V25-V30	75
E29	V31-V32	88
E30	V30-V31	74
E31	V28-V29	97
E32	V24-V28	72
E33	V22-V23	42

Sisi	Titik Yang Dihubungkan	Panjang Pipa (Bobot) (m)
E34	V23-V27	51
E35	V27-V28	98
E36	V28-V35	71,5
E37	V31-V33	75
E38	V33-V34	90
E39	V35-V36	99
E40	V27-V36	71
E41	V36-V37	89
E42	V36-V38	83
E43	V38-V39	44
E44	V34-V35	131
E45	V34-V40	83,5
E46	V35-V41	139
E47	V41-V43	107,5
E48	V41-V42	56,5
E49	V38-V43	59
E50	V43-V45	167,5
E51	V45-V46	90,5
E52	V46-V47	219
E53	V44-V46	72
E54	V43-V44	123
E55	V44-V49	91
E56	V49-V51	161,5
E57	V48-V49	68,5
E58	V48-V50	173
E59	V50-V51	70,5
E60	V51-V52	66
E61	V52-V53	165,5
E62	V22-V53	187
E63	V53-V54	229
E64	V52-V55	186
E65	V54-V55	170
E66	V54-V56	146
E67	V56-V58	152
E68	V57-V58	121
E69	V55-V57	128
E70	V57-V59	154
E71	V59-V60	209,5
Total Bobot (meter)		7.898

Dari data PDAM Tirta Muaro Jambi telah didapatkan, maka dapat dilihat bahwa jaringan pipa mempunyai 60 titik dan 71 sisi, dan dari data tersebut dapat dimodelkan dalam bentuk graf sebagai berikut ini:



Gambar 16. Model Denah Dalam Bentuk Graf

4.1.2 Analisis Minimum Spanning Tree (MST) dengan Menggunakan Algoritma *Sollin*.

Pembentukan pohon merentang minimum dengan Algoritma *Sollin*, dapat dilakukan dengan menggunakan langkah-langkah, sebagai berikut:

1. Mengurutkan setiap sisi pada graf, berdasarkan bobot yang terbrsars hingga yang terkecil.
2. Dilakukan penghapusan setiap sisi yang membentuk sebuah sirkuit, dilakukan dengan penghapusan dari bobot yang terbesar.
3. Ulangi Langkah ke-2 hingga didapatkan pohon merentang minimum.

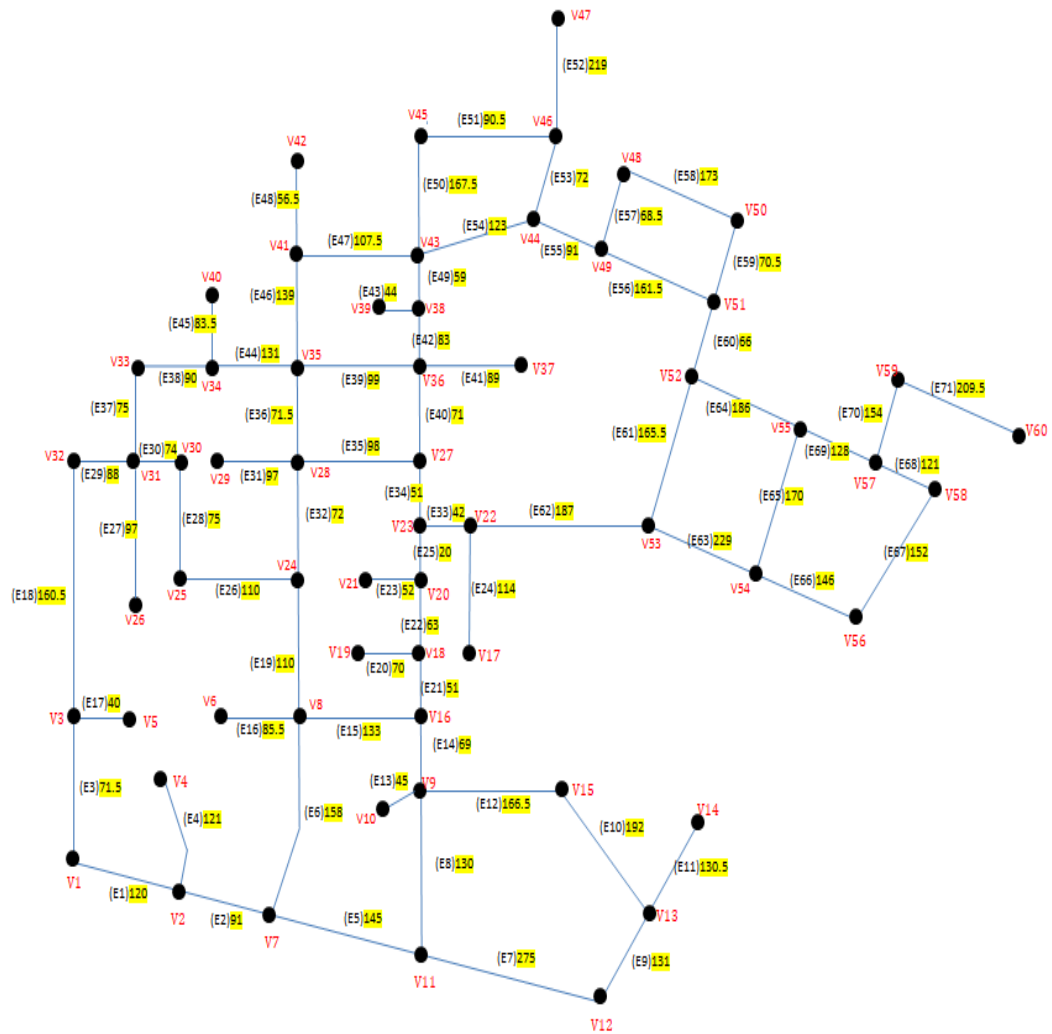
Dari langkah-langkah yang telah diketahui, mula-mula dilakukan pengurutan bobot jaringan pipa PDAM Muaro Jambi dari bobot yang terbesar hingga yang terkecil, yang tertera pada Tabel 4.

Tabel 4 Pengurutan Bobot Jaringan pipa PDAM Muaro Jambi dari Bobot yang Terbesar Hingga yang Terkecil

Sisi	Titik Yang Dihubungkan	Panjang Pipa (m)
E7	V11-V12	275
E63	V53-V54	229
E52	V46-V47	219
E71	V59-V60	209,5
E10	V13-V15	192
E62	V22-V53	187
E64	V52-V55	186
E58	V48-V50	173
E65	V54-V55	170
E50	V43-V45	167,5
E12	V9-V15	166,5
E61	V52-V53	165,5
E56	V49-V51	161,5
E18	V3-V32	160,5
E6	V7-V8	158
E70	V57-V59	154
E67	V56-V58	152
E66	V54-V56	146
E5	V7-V11	145
E46	V35-V41	139
E15	V8-V16	133
E9	V12-V13	131
E44	V34-V35	131
E11	V13-V14	130,5
E8	V9-V11	130
E69	V55-V57	128
E54	V43-V44	123
E4	V2-V4	121
E68	V57-V58	121
E1	V1-V2	120
E24	V17-V22	114
E19	V8-V24	110
E26	V24-V25	110
E47	V41-V43	107,5
E39	V35-V36	99
E35	V27-V28	98
E27	V26-V31	97

E31	V28-V29	97
E2	V2-V7	91
E55	V44-V49	91
E51	V45-V46	90,5
E38	V33-V34	90
E41	V36-V37	89
E29	V31-V32	88
E45	V34-V40	83,5
E42	V36-V38	83
E28	V25-V30	75
E37	V31-V33	75
E30	V30-V31	74
E32	V24-V28	72
E53	V44-V46	72
E3	V1-V3	71,5
E36	V28-V35	71,5
E40	V27-V36	71
E59	V50-V51	70,5
E20	V18-V19	70
E14	V9-V16	69
E57	V48-V49	68,5
E60	V51-V52	66
E22	V18-V20	63
E49	V38-V43	59
E48	V41-V42	56,5
E23	V20-V21	52
E21	V16-V18	51
E34	V23-V27	51
E13	V9-V10	45
E43	V38-V39	44
E33	V22-V23	42
E17	V3-V5	40
E25	V20-V23	20
E16	V6-V8	85,5
Total (meter)		7898

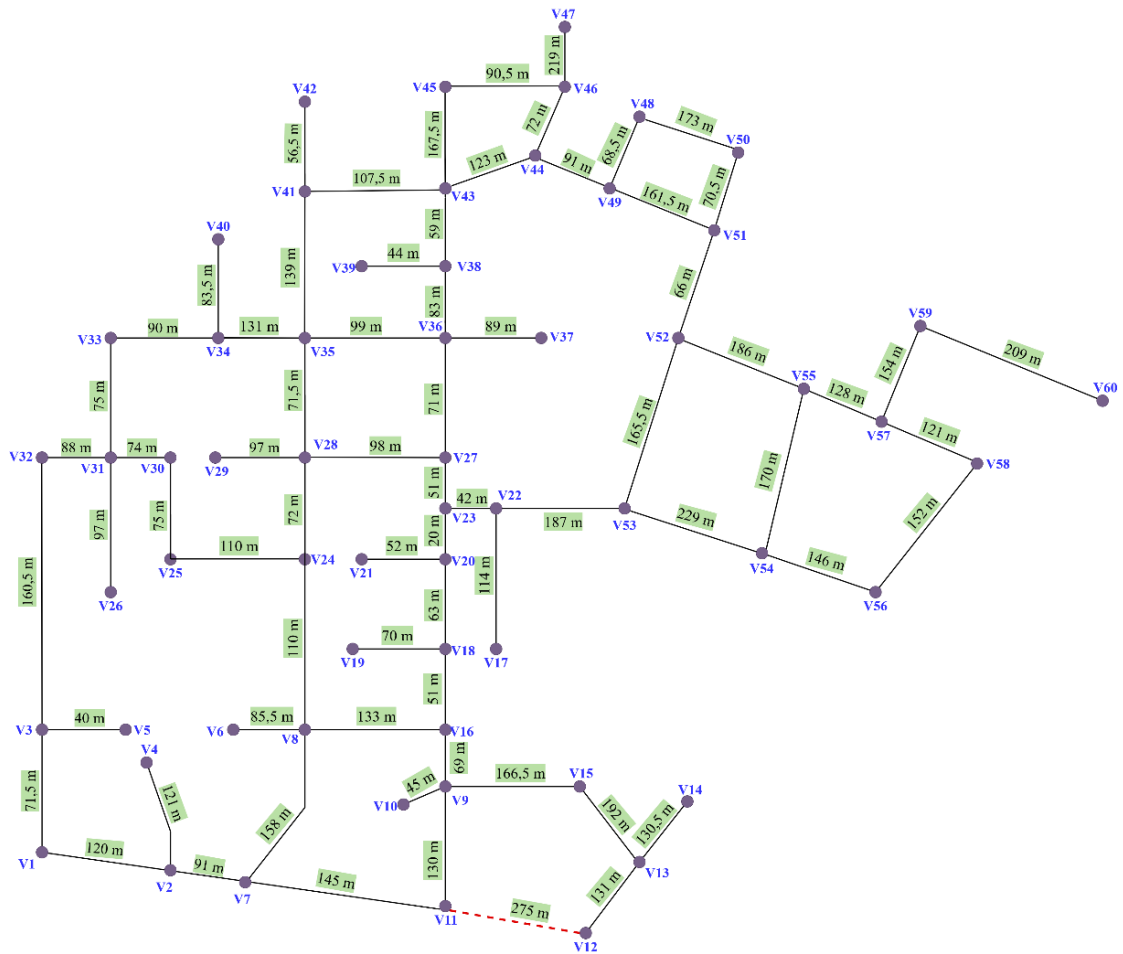
Selanjutnya dilakukan penghapusan sisi yang membentuk sebuah sirkuit dari bobot yang terbesar sampai kebobot yang terkecil, sehingga didapatkan sebuah pohon merentang minimum:



Gambar 17. Graf Awal yang Masih Memiliki Sirkuit

a. Iterasi 1

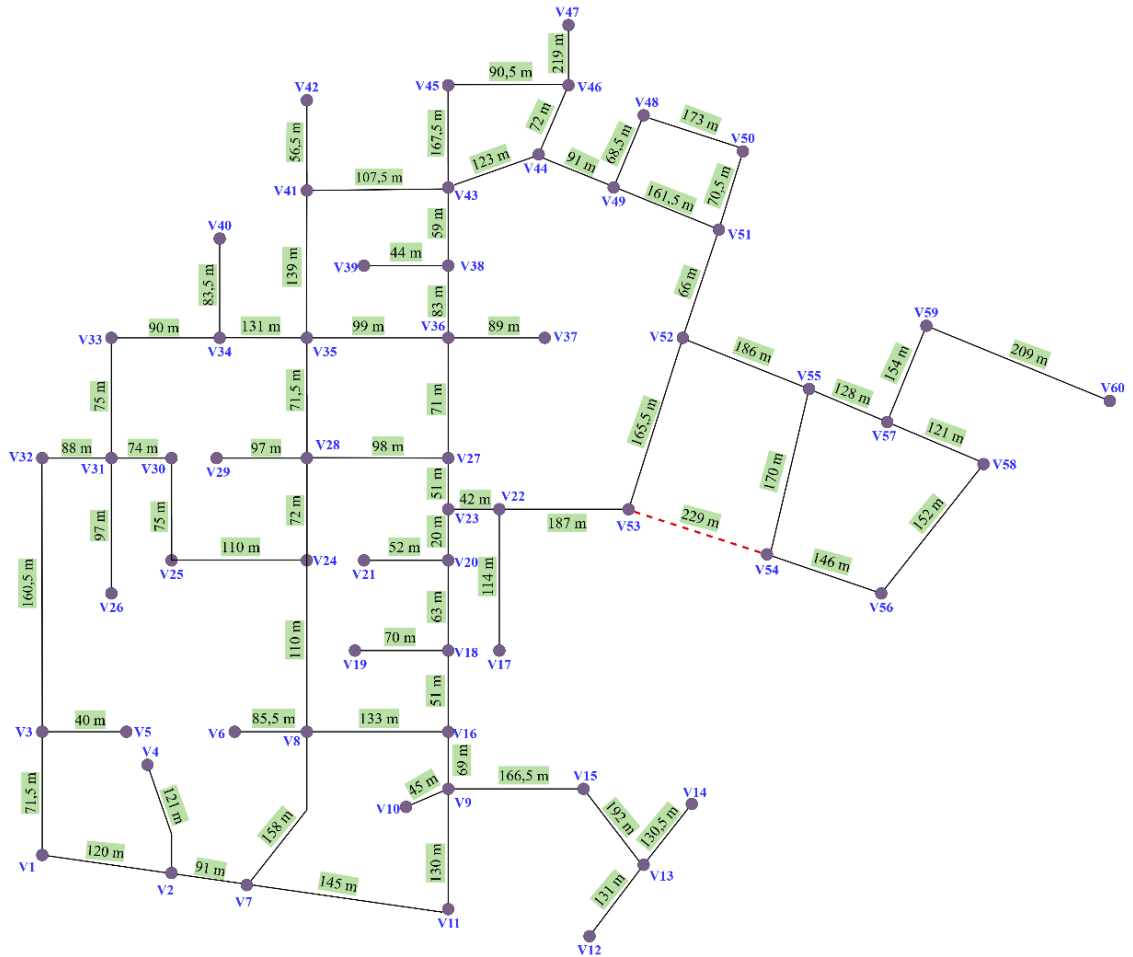
Sisi dari V11-V12 dengan bobot sebesar 275m diketahui membentuk sirkuit, maka sisi tersebut dilakukan penghapusan.



Gambar 18. Iterasi 1 Algoritma Sollin

b. Iterasi 2

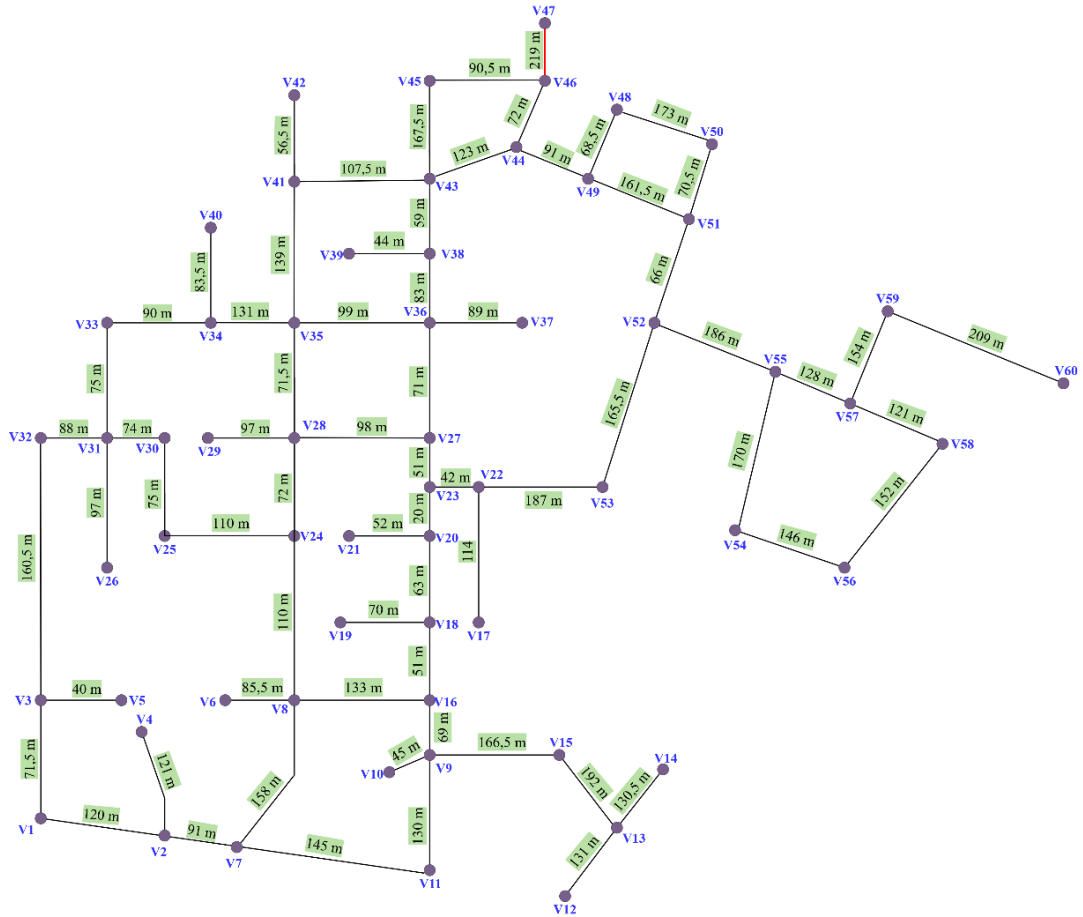
Sisi V53-V54 dengan bobot sebesar 229m juga dilakukan penghapusan, karena membentuk sebuah sirkuit.



Gambar 19. Iterasi 2 Algoritma Sollin

c. Iterasi 3

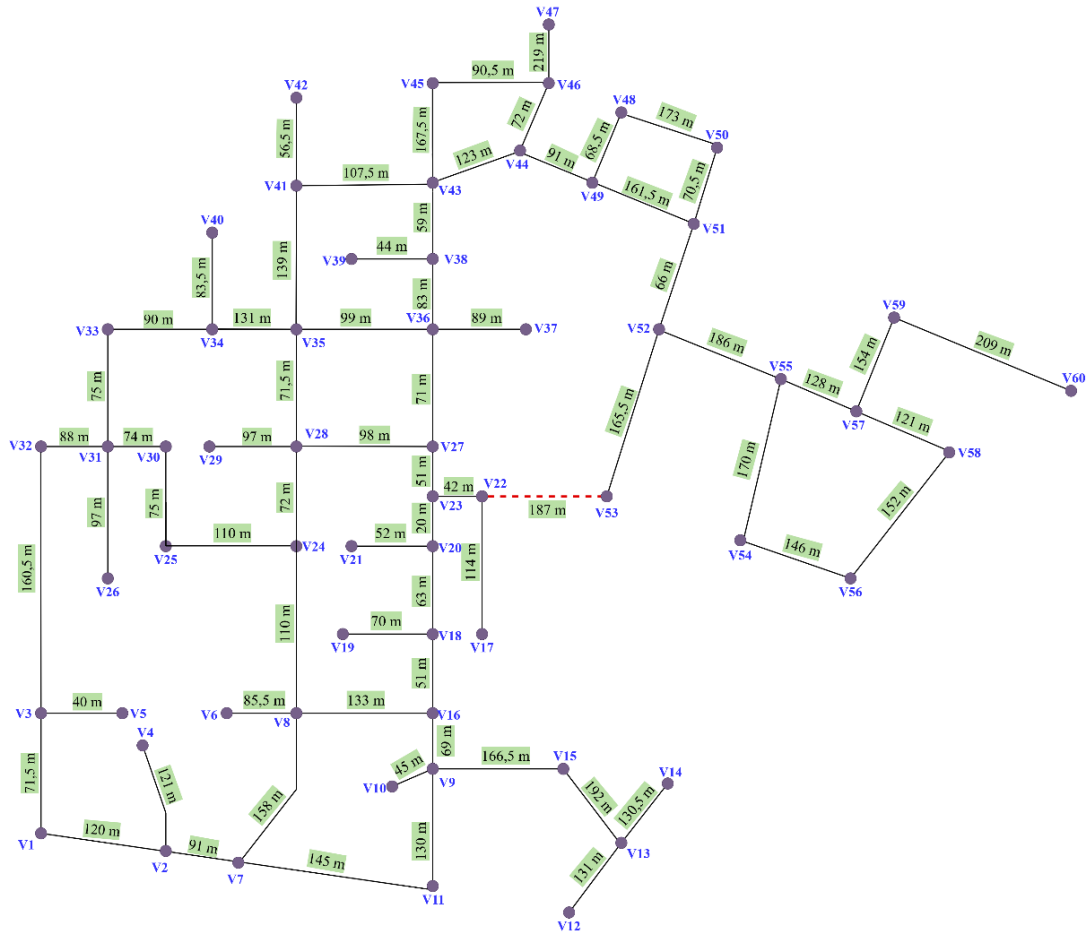
Sisi terbesar selanjutnya yaitu V46-V47 dimana sisi tersebut sebesar 219, karena sisi tersebut tidak membentuk suatu sirkuit maka tidak di hapus.



Gambar 20. Iterasi 3 Algoritma Sollin

d. Iterasi 6

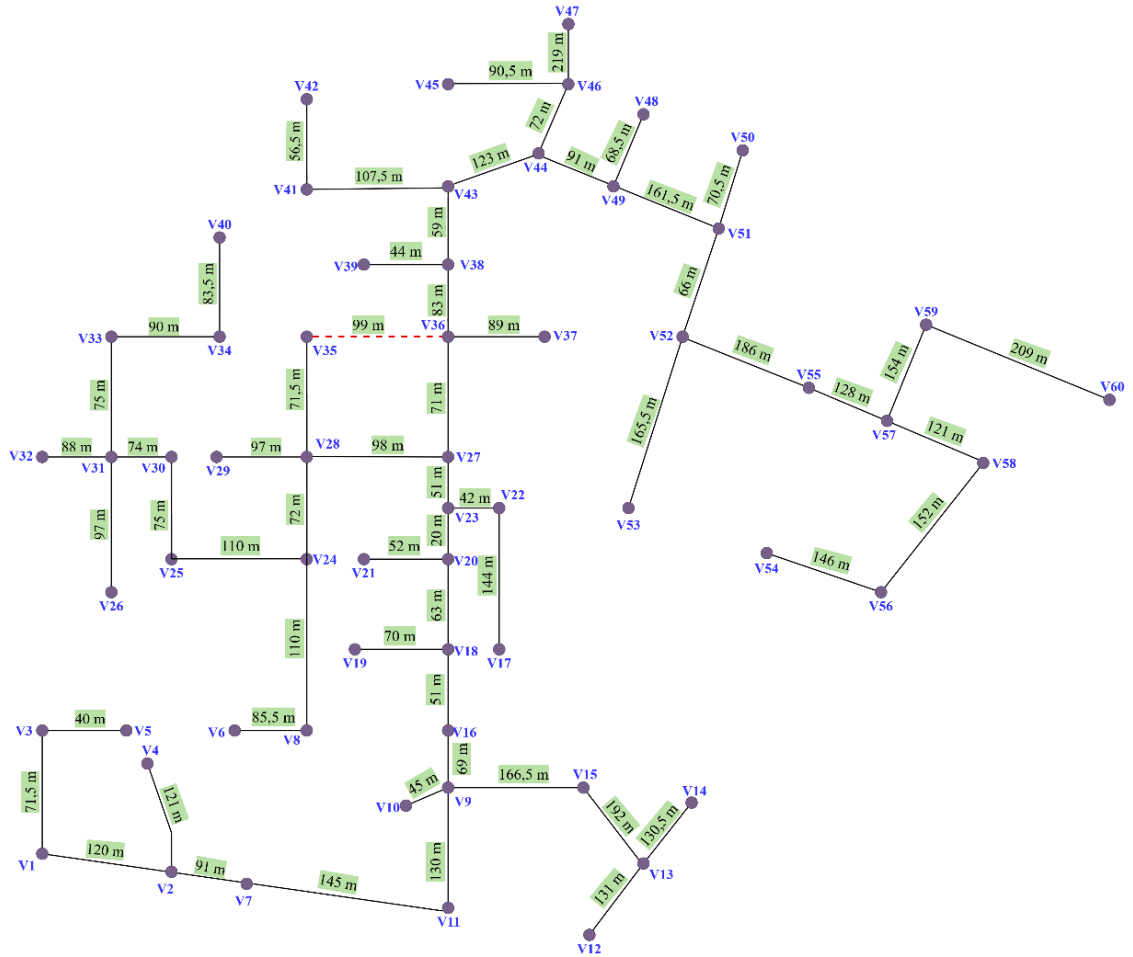
Sisi V22-V53 dengan bobot sebesar 187m dihapus, karena membentuk sebuah sirkuit.



Gambar 21. Iterasi 6 Algoritma Sollin

e. Iterasi 35

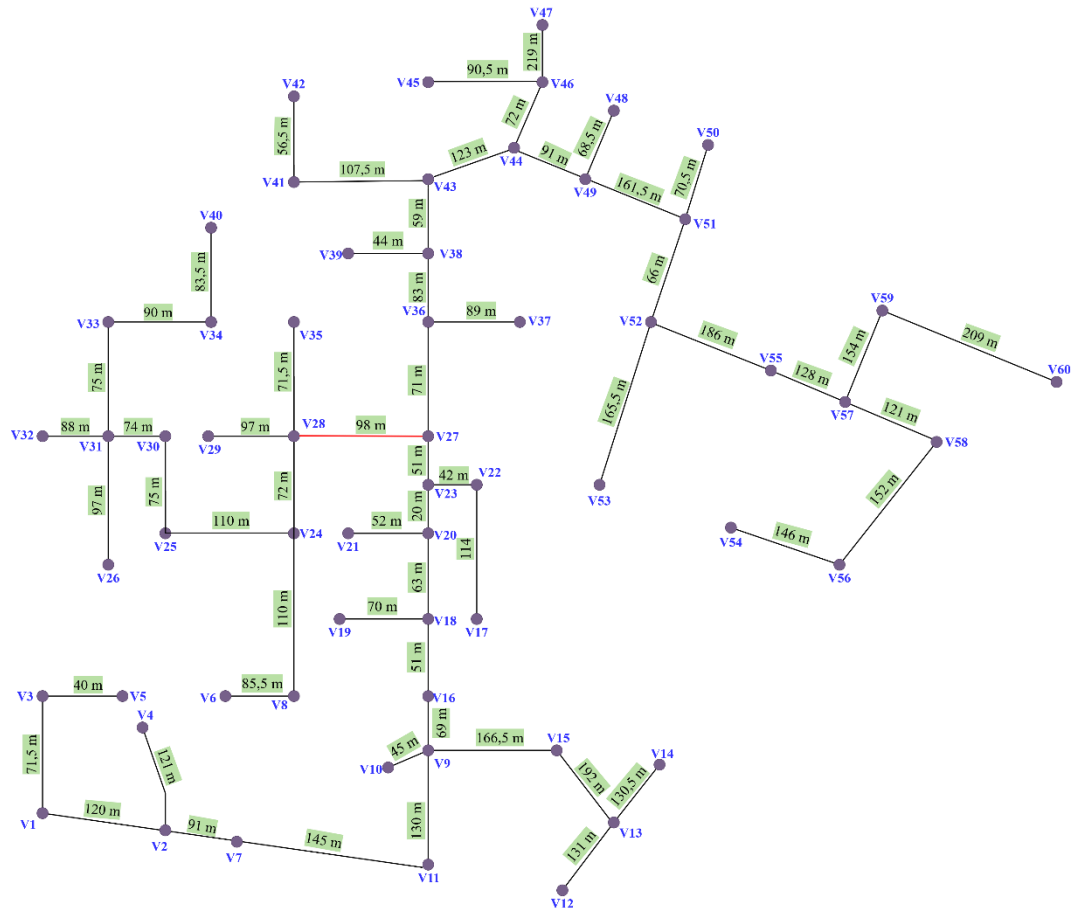
Sisi V35-V36 dengan bobot sebesar 99m dihapus, karena membentuk sebuah sirkuit.



Gambar 22. Iterasi 35 Algoritma Sollin

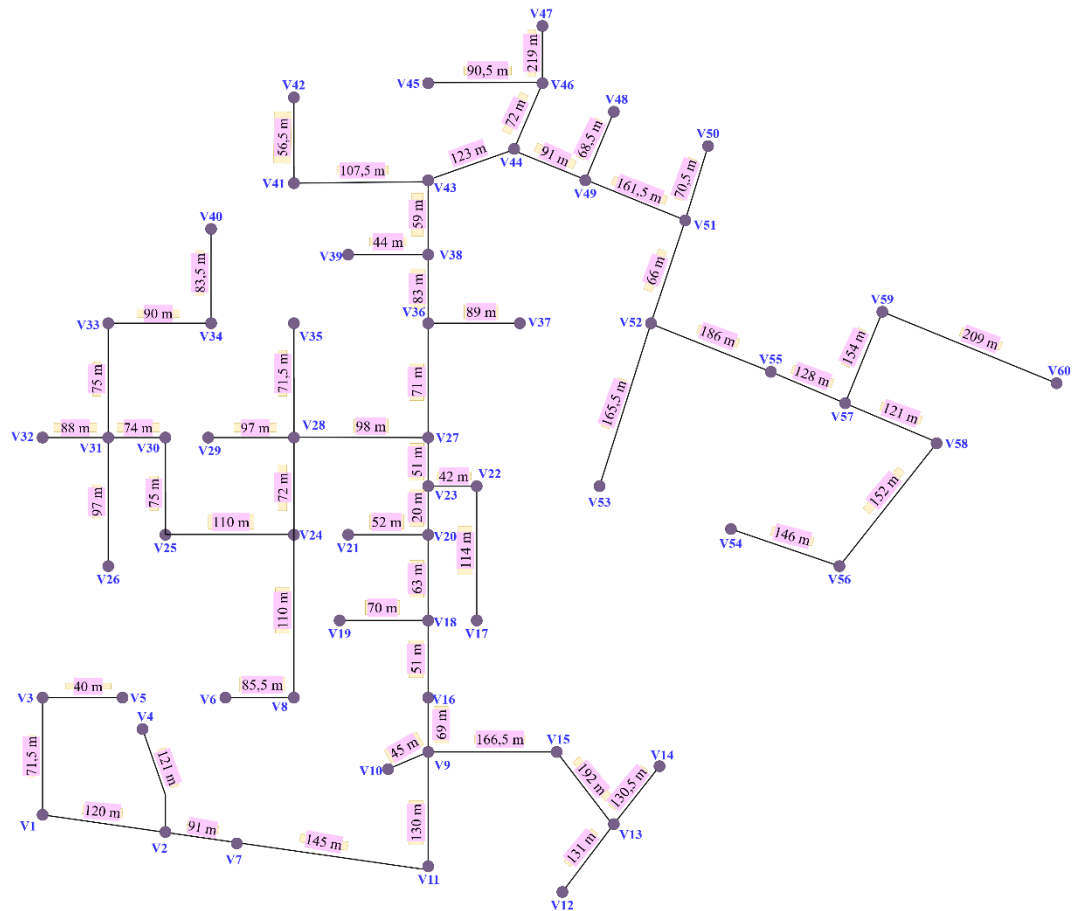
f. Iterasi 36

Sisi selanjutnya yang memiliki sisi tersebar yaitu V27-V28 yaitu sebesar 98 m dan tidak membentuk sebuah sirkuit, maka sisi tidak dihapus. Karena tidak ada lagi simpul pada graf yang membentuk sebuah sirkuit dan semua simpul sudah saling terhubung, maka iterasi dihentikan.



Gambar 23. Iterasi 36 Algoritma Sollin

Dari langkah-langkah yang telah dilakukan untuk pencarian pohon merentang minimum dengan menggunakan Algoritma Sollin, pada iterasi awal yang memiliki bobot terbesar yaitu 275 m pada sisi V11-V12, maka dilakukan penghapusan. Dilakukan pencarian terus menerus sehingga semua simpul pada graf tetap terhubung tanpa adanya sebuah sirkuit. Dari pencarian yang telah dilakukan, didapatkan hasil pohon merentang minimum dengan total bobot panjang pipa yaitu sebesar 5.876 m dengan banyaknya iterasi yaitu 36 iterasi, sebagai berikut:



Gambar 24. Hasil Model Graf Menggunakan Algoritma *Sollin*

Sisi-sisi yang terhapus pada proses pencarian pohon merentang minimum dengan menggunakan Algoritma *Sollin*, yaitu:

Tabel 5 Sisi-Sisi yang Terhapus dalam Proses Algoritma *Sollin*

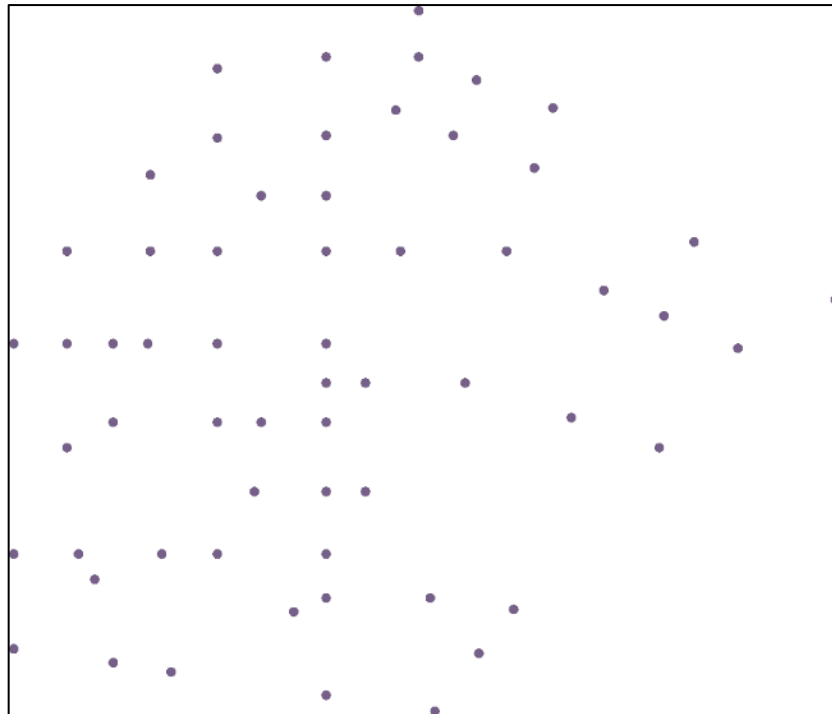
No	Iterasi	Sisi	Bobot
1	1	V11-V12	275
2	2	V53-V54	229
3	6	V22-V53	187
4	8	V48-V50	173
5	9	V54-V55	170
6	10	V43-V45	167,5
7	14	V3-V32	160,5
8	15	V7-V8	158
9	20	V35-V41	139
10	21	V8-V16	133
11	23	V34-V35	131
12	35	V35-V36	99
Total (meter)			2022

4.1.3 Analisis Minimum Spanning Tree (MST) dengan Menggunakan Algoritma *Boruvka*.

Pencarian MST dengan Algoritma *Boruvka* dilakukan dengan menggunakan langkah- berikut ini:

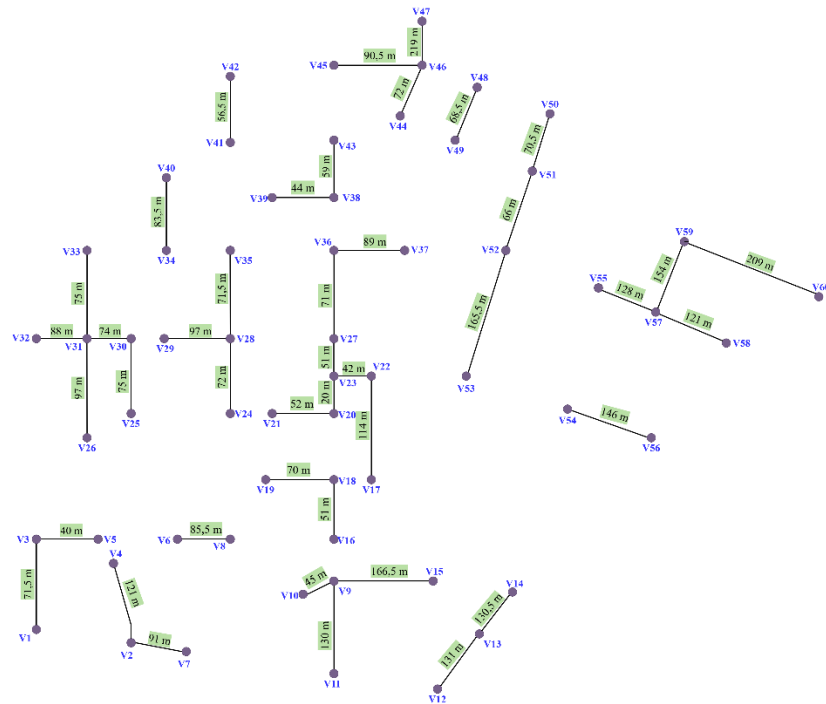
1. Salin simpul dari graf G ke graf baru L , yang kosong.
2. Graf L yang tidak terhubung (artinya terbentuk sebuah hutan). Maka, setiap pohon di L , hubungkan sebuah simpul ke simpul lainnya pada pohon lain yang ada di L dengan menggunakan sisi yang mempunyai bobot minimum.

Dari langkah-langkah yang telah di ketahui, maka dilakukan penyalinan simpul yang ada di graf G kedalam graf L yang kosong, sebagai berikut:



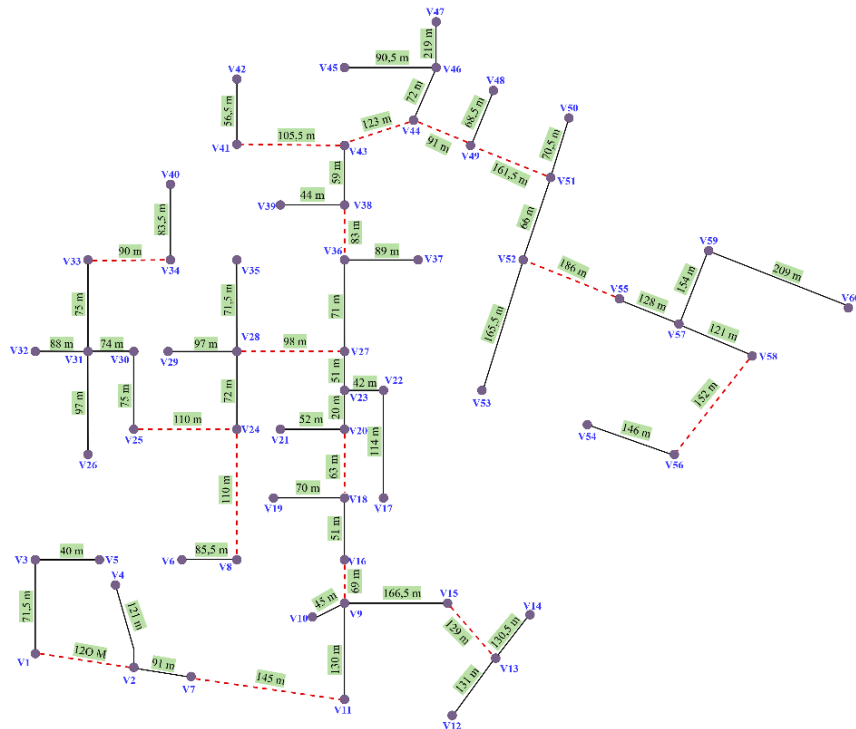
Gambar 25. Iterasi 1 Algoritma *Boruvka*

Setelah dilakukan penyalinan ke dalam graf L yang kosong, maka L dapat disebut sebagai graf tidak terhubung, yang artinya membentuk sebuah hutan yang terdiri dari beberapa pohon, sebagai berikut:



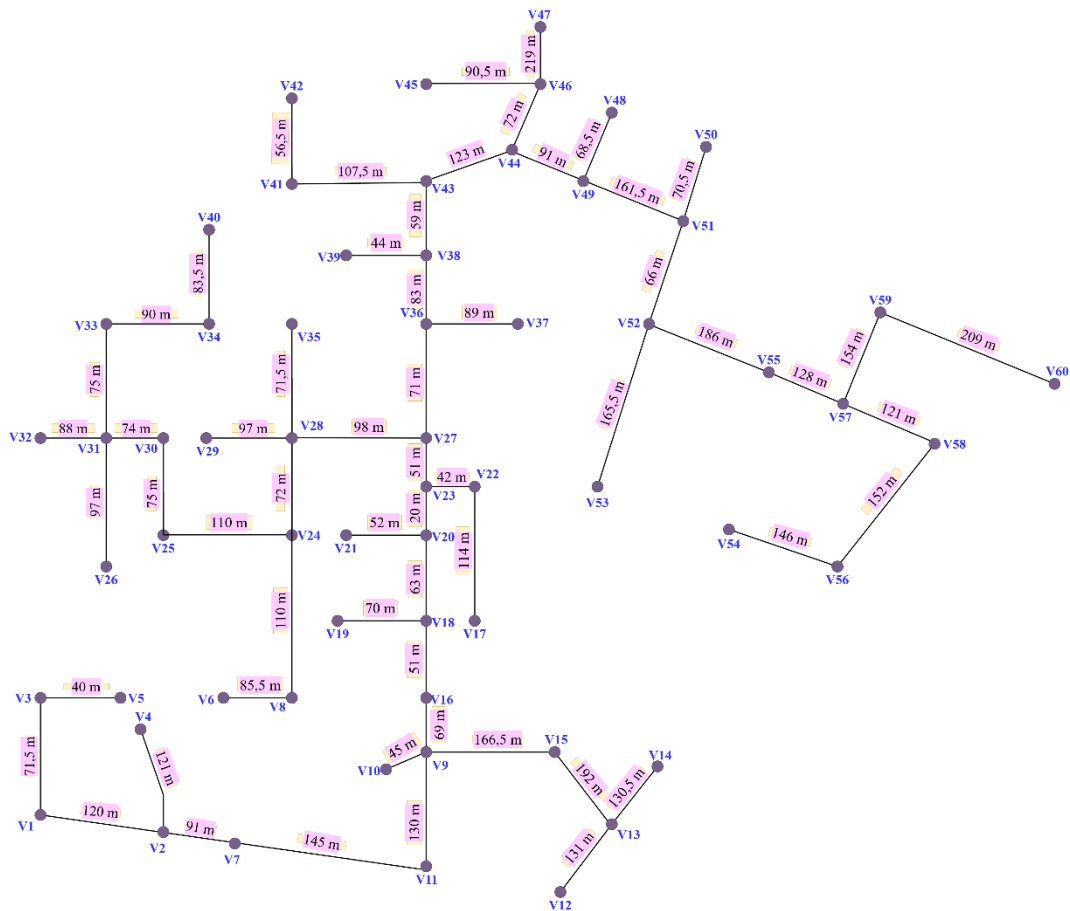
Gambar 26. Iterasi 2 Algoritma *Boruvka*

Dapat disebut bahwa graf L sebuah hutan. Setelah itu pada setiap pohon yang ada di L , sebuah simpul dari semua pohon dilakukan penghubung dengan menambahkan sisi yang berbobot minimum, sebagai berikut:



Gambar 27. Iterasi 3 Algoritma *Boruvka*

Karena telah memperoleh pohon merentang minimum, proses selesai. Hasil akhir pencarian MST, yaitu:

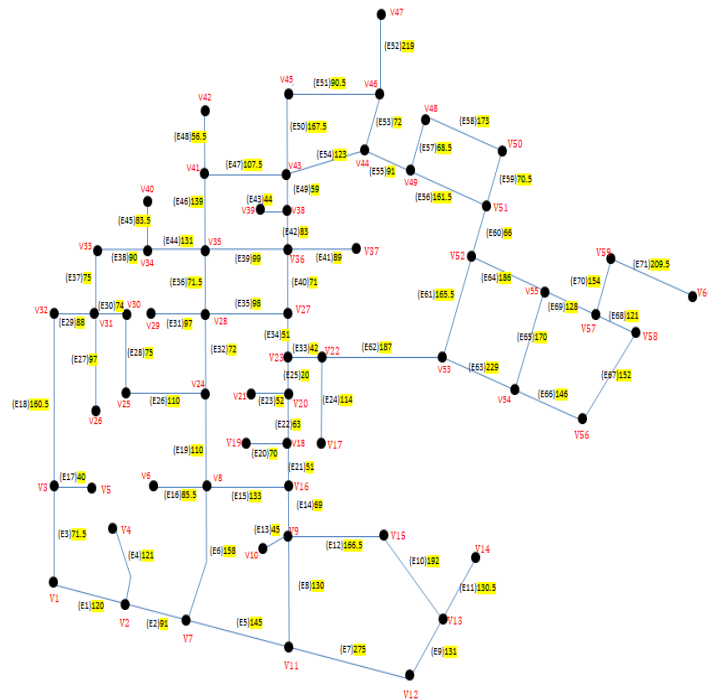


Gambar 28. Hasil Model Graf Menggunakan Algoritma *Boruvka*

Setelah dilakukan pencarian dengan menggunakan Algoritma *Boruvka*, didapatkan hasil perhitungan pohon merentang minimum dengan banyak bobot sebesar 5.876 m yang terdiri dari 59 sisi, 60 simpul dan banyak langkah yang di tempuh yaitu 3.

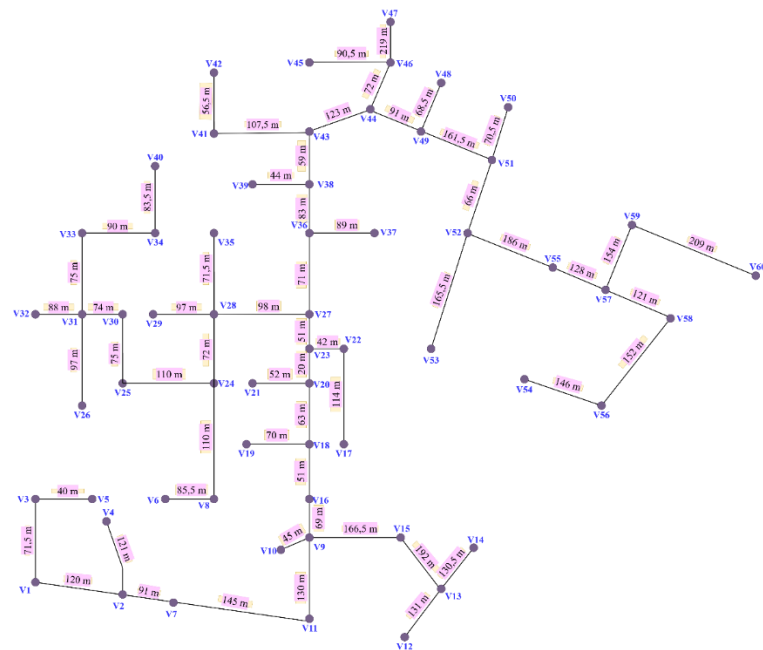
4.2 Pembahasan

Jaringan PDAM Tirta Muaro Jambi pada Perumahan Mendalo Asri dalam bentuk Graf yang memiliki 60 titik dan 71 sisi.



Gambar 29. Graf Awal Jaringan PDAM

Gambaran jaringan pipa PDAM Tirta Muaro Jambi sesudah dilakukan pengoptimalan menggunakan Algoritma *Sollin* dan Algoritma *Boruvka* sebagai berikut:



Gambar 30. Hasil Graf dengan *Minimum Spanning Tree*

Dalam pencarian MST pada jaringan, dilakukan penyelesaian dengan menggunakan Algoritma *Sollin* dan Algoritma *Boruvka*. Dimana pada hasil pencarian ini dapat dilihat bahwa agar mendapat pohon merentang minimum diketahui bahwa dengan menghapuskan 12 sisi, yaitu:

1. V11-V12 dengan bobot sebesar 275 m
2. V53-V54 dengan bobot sebesar 229 m
3. V22-V53 dengan bobot sebesar 187 m
4. V48-V50 dengan bobot sebesar 173 m
5. V54-V55 dengan bobot sebesar 170 m
6. V43-V45 dengan bobot sebesar 167,5 m
7. V3-V32 dengan bobot sebesar 160,5 m
8. V7-V8 dengan bobot sebesar 158 m
9. V35-V41 dengan bobot sebesar 139 m
10. V8-V16 dengan bobot sebesar 133 m
11. V34-V35 dengan bobot sebesar 131 m
12. V35-V36 dengan bobot sebesar 99 m

Dilakukannya penghapusan sisi-sisi ini dikarenakan sebanyak 12 sisi tersebut menyebabkan terbentuknya beberapa sirkuit, dimana terbentuknya sirkuit tersebut menyebabkan pemborosan dalam penggunaan pipa pada jaringan PDAM. Apabila pada sisi yang dilakukan penghapusan terdapat beberapa rumah, maka yang dilakukan agar rumah tersebut tetap dapat tersalurkan air yaitu dengan menyambungkan pipa tersier pada pipa sekunder.

Berdasarkan hasil pencarian yang telah dilakukan dengan menggunakan Algoritma *Sollin* menghasilkan total bobot panjang pipa yaitu sebesar 5.876 m dengan banyaknya iterasi yaitu 36 iterasi. Penyelesaian dengan menggunakan Algoritma *Boruvka* menghasilkan total bobot sebesar 5.876 m dengan iterasi yang ditempuh yaitu 3 iterasi. Dapat dilihat hasil akhir dengan menggunakan Algoritma *Sollin* dan Algoritma *Boruvka* menghasilkan hasil yang sama, yaitu menghasilkan bobot sebesar 5.876 m, dan terdiri dari 59 sisi serta 60 simpul. PDAM Tirta Muaro Jambi yang masih berpatokan pada konssep sederhana, dimana diklasifikasikan menjadi sistem jaringan bercabang (*branch sistem*), sistem jaringan melingkar (*circuit system*), dan kombinasi dari keduanya, sehingga tidak memiliki hasil yang optimal. Ramadhan (2017) menyatakan Graf G dapat diubah menjadi pohon $T = (V1, E1)$, dengan menghapus sisi yang membentuk sirkuit. Langkah awal yang dilakukan yaitu memilih sebuah sirkuit, selanjutnya sisi yang membentuk sirkuit tersebut harus dihapus. Proses ini dilakukan secara berulang sampai setiap sirkuit yang terdapat di G hilang dan menjadi sebuah pohon T yang dinamakan pohon perentang. Maka, dapat

diasumsikan dengan menggunakan Algoritma *Sollin* dan Algoritma *Boruvka* jaringan pipa PDAM Tirta Mayang Jambi dapat dioptimalkan sebanyak 2.022 m dari hasil awal.

Berdasarkan dari selisih jumlah bobot yang terjadi pada jaringan pipa PDAM tersebut, maka didapatkan bahwa hasil dengan menggunakan pohon merentang minimum pada jaringan pipa lebih optimal untuk digunakan. Hal ini dikarenakan, semakin dikit penggunaan pipa pada jaringan, maka akan semakin dikit pula anggaran yang dikeluarkan pada pemasangan jaringan pipa PDAM.

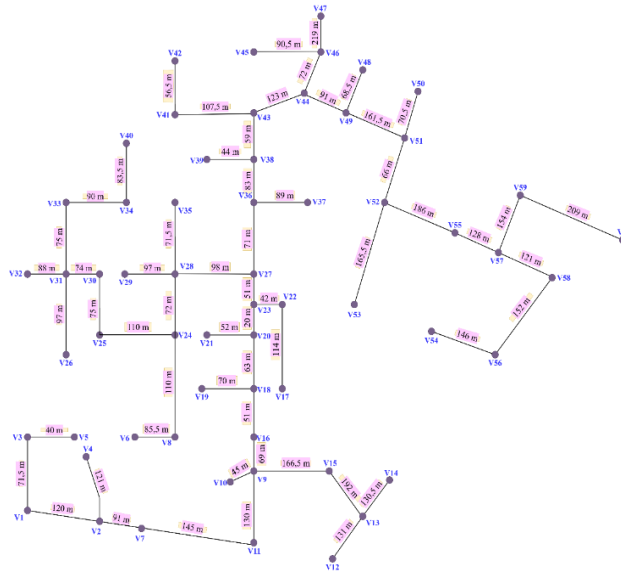
Dari langkah-langkah yang terdapat pada Algoritma *Sollin* dan Algoritma *Boruvka* dalam menyelesaikan permasalahan pohon merentang minimum, dapat di lihat perbandingan dari kedua algoritma tersebut, yaitu pada Algoritma *Sollin* disajikan dalam bentuk graf utuh yang kemudian bobot pada jaringan tersebut diurutkan dari bobot yang terbesar hingga terkeci dan dilakukan penghapusan sisi yang memiliki bobot terbesar dan membentuk sebuah sirkuit. Sedangkan pada Algoritma *Boruvka*, graf yang disajikan yaitu graf yang hanya memuat simpul saja dan dilakukan penambahan sisi, dimana sisi tersebut memiliki bobot minimum.

Dari hasil pencarian pohon merentang minimum pada jaringan pipa PDAM Tirta Muaro Jambi, dapat diketahui bahwa Algoritma *Sollin* dan Algoritma *Boruvka* menghasilkan jumlah bobot dan struktur jaringan yang sama, sehingga dapat dinyatakan bahwa Algoritma *Sollin* maupun Algoritma *Boruvka* sama baiknya untuk digunakan dalam pengoptimalan panjang jaringan pipa PDAM Tirta Muaro Jambi.

V. PENUTUP

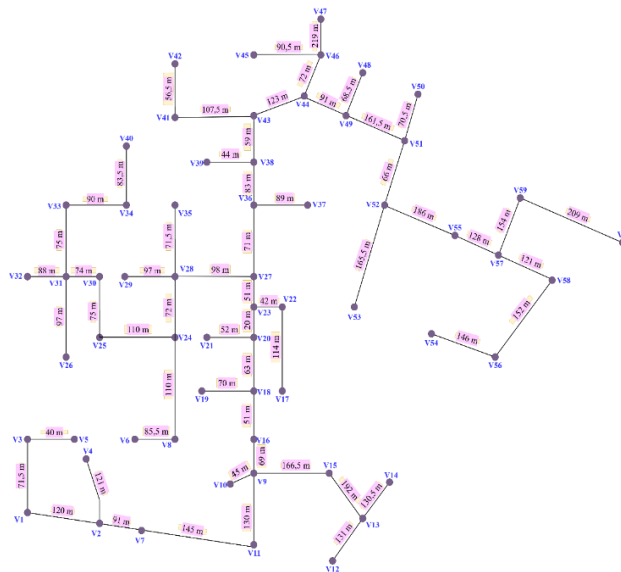
5.1 Kesimpulan

1. Model graf dari pendistribusian PDAM Tirta Muaro Jambi dengan menggunakan Algoritma *Sollin* dan Algoritma *Boruvka*, sebagai berikut:



Dimana jaringan PDAM Tirta Muaro Jambi pada Perumahan Mendalo Asri terdiri dari 59 sisi dan 60 simpul.

2. Penerapan pencarian pohon merentang minimum (*Minimum Spanning Tree/MTS*) dalam mendistribusikan jaringan PDAM Tirta Muaro Jambi dengan menggunakan Algoritma *Sollin* dan Algoritma *Boruvka* memiliki hasil dan model graf yang sama, yaitu memiliki 59 sisi dan 60 simpul. Dimana panjang bobot yang dihasilkan yaitu sebesar 5.876 m dengan model graf sebagai berikut:



3. Perbandingan Algoritma *Sollin* dan Algoritma *Boruvka* dalam penyelesaian pohon merentang minimum, yaitu pada Algoritma *Sollin* disajikan dalam bentuk graf utuh yang kemudian bobot pada jaringan tersebut diurutkan dari bobot yang terbesar hingga terkeci dan dilakukan penghapusan sisi yang memiliki bobot terbesar dan membentuk sebuah sirkuit. Sedangkan pada Algoritma *Boruvka*, graf yang disajikan yaitu graf yang hanya memuat simpul saja dan dilakukan penambahan sisi, dimana sisi tersebut memiliki bobot minimum.

5.2 Saran

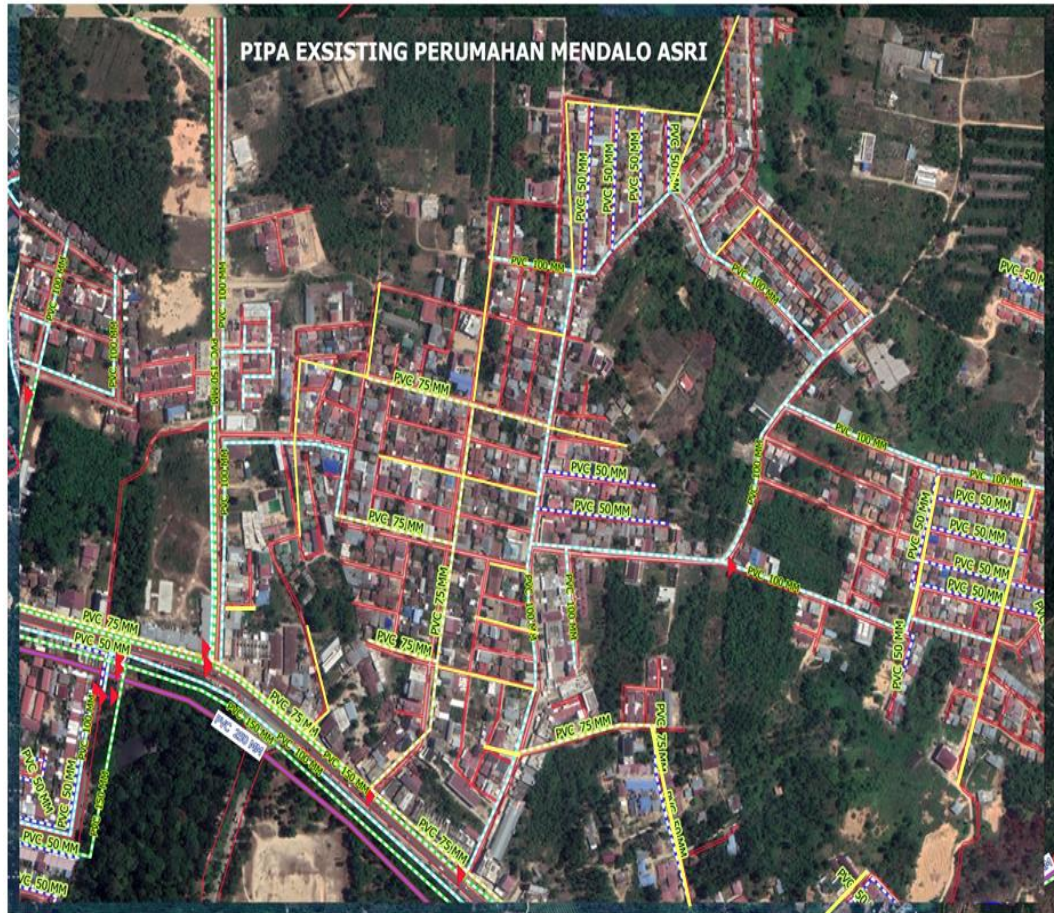
Berdasarkan penelitian yang telah dilakukan, untuk peneliti selanjutnya dapat dicari dengan menggunakan *software* untuk membentuk pohon merentang minimum (*Minimum Spanning Tree/MST*). Selanjutnya untuk PDAM Tirta Muaro Jambi, diperhatikan dalam membentuk jaringan pipa agar tidak membentuk suatu sirkuit, dikarenakan sirkuit dapat menyebabkan ketidak-optimalan pada jaringan dan juga biaya yang pemasangan dikeluarkan.

DAFTAR PUSTAKA

- Abori, M Dan N. Ubaidillah. 2014. Pengujian Optimisasi Jaringan Kabel Fiber Optic Di Universitas Islam Indonesia Menggunakan Minimum Spanning Tree. *Jurnal Fourier*. Vol 3(1): 49 – 58.
- Anggraeni, W. 2015. Aplikasi Algoritma *Sollin* Dalam Pencarian Pohon Perentang Minimum Provinsi Jawa Tengah. *Jurnal Faktor Exacta*. Vol 8 (4): 381 – 391.
- Chartrand, G dan Ortrud, R.O. 1993. *Applied and Algorithmic Graph Theory*. New York: McGraw-Hill, Inc.
- Efendi, dkk. 2021. Perbandingan Algoritma Boruvka dan Algoritma Sollin pada Optimasi Kebutuhan Kabel Fiber Optik Universitas Bengkulu. *Journal Scientific and Applied Informatics*. Vol 4 (2): 175-181.
- Ismail T, Dan T. Setiadi. 2014. Media Pembelajaran Strategi Algoritma Pada Pokok Bahasan Pohon Merentang Minimum Dan Pencarian Lintasan Terpendek. *Jurnal Sarjana Teknik Informatika*. Vol 2 (2): 1423 – 1430.
- Khoiroh, M. 2010. Keefektifan Penggunaan Algoritma *Boruvka*, Algoritma Prim, Algoritma Kruskal Dan Algoritma *Sollin* Dalam Menentukan Pohon Merentang Minimum. *Skripsi*. Tidak Diterbitkan. Fakultas Sains Dan Teknologi. Universitas Islam Negeri (UIN) Maulana Malik Ibrahim: Malang.
- Munir, R. 2014. *Matematika Diskrit*. Bandung: Informatika.
- Pratama A.P, DKK. 2013. Penggunaan Algoritma Kruskal Dalam Jaringan Pipa Air Minum Kecamatan Nganjuk Kabupaten Nganjuk. *Jurnal Sains Dan Seni Pomits*. Vol 1(1): 1 – 6.
- Ramadhan, A. F. 2017. Aplikasi Algoritma Prim Dalam Penentuan Pohon Merentang Minimum Untuk Jaringan Pipa Pdam Kota Tangerang. *Jurnal Ilmiah*. Vol 2 (1): 30 – 38.
- Siang, J. J. 2011. Riset Operasi Algoritma Is. Andi Offset.
- Sutarno, H, N. Priatna dan Nurjanah. 2013. *Matematika Diskrit*. Bandung: JICA.
- Vasudev, C. 2006. *Graph Theory with Applications*. New Age international.
- Wirawan, T.P. 2008. *Pemodelan Sistem Lalu Lintas dengan Graf Ganda Berarah Berbobot*. Teknik Informatika ITB: Bandung.
- Wahyuningrum, T Dan E, Usada. 2009. *Matematika Diskrit Dan Penerapannya Dalam Dunia Informatika*. Slemen: Deepublish – CV Budi Utama.
- Wayangkau, I.H. 2015. Optimisasi Particle Swarm Pada Pemasangan Jaringan Pipa Air PDAM. *Jurnal Ilmiah Mustek Anim*. Vol 4 (1): 1 – 6.

LAMPIRAN

Lampiran 1. Peta jaringan pipa PDAM Tirta Muaro Jambi pada Perumahan Mendalo Asri.

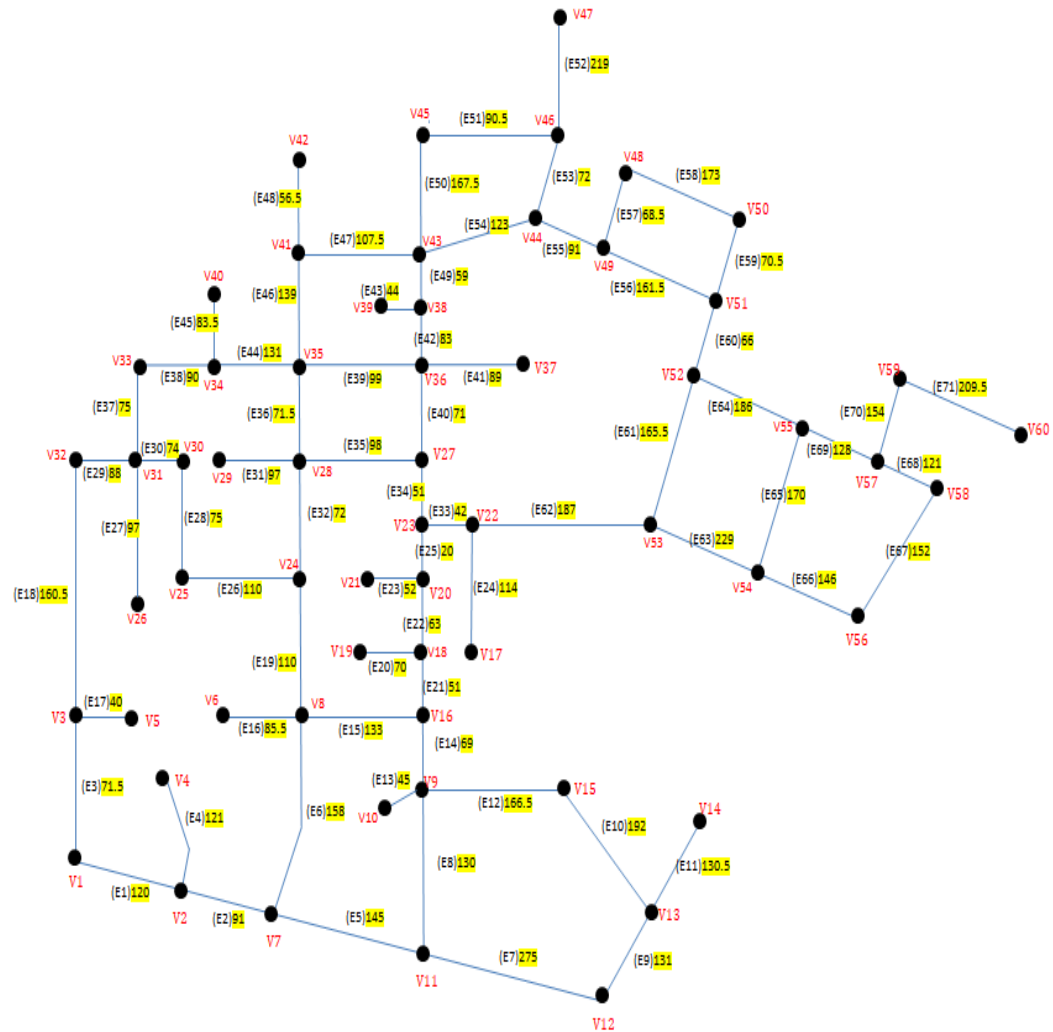


Lampiran 2. Data Panjang Jaringan Pipa PDAM Tirta Muaro Jambi pada Perumahan Mendalo Asri.

Sisi	Titik Yang Dihubungkan	Panjang Pipa (Bobot) (m)
E1	V1-V2	120
E2	V2-V7	91
E3	V1-V3	71,5
E4	V2-V4	121
E5	V7-V11	145
E6	V7-V8	158
E7	V11-V12	275
E8	V9-V11	130
E9	V12-V13	131
E10	V13-V15	192
E11	V13-V14	130,5
E12	V9-V15	166,5
E13	V9-V10	45
E14	V9-V16	69
E15	V8-V16	133
E16	V6-V8	85,5
E17	V3-V5	40
E18	V3-V32	160,5
E19	V8-V24	110
E20	V18-V19	70
E21	V16-V18	51
E22	V18-V20	63
E23	V20-V21	52
E24	V17-V22	114
E25	V20-V23	20
E26	V24-V25	110
E27	V26-V31	97
E28	V25-V30	75
E29	V31-V32	88
E30	V30-V31	74
E31	V28-V29	97
E32	V24-V28	72
E33	V22-V23	42
E34	V23-V27	51
E35	V27-V28	98
E36	V28-V35	71,5
E37	V31-V33	75
E38	V33-V34	90
E39	V35-V36	99

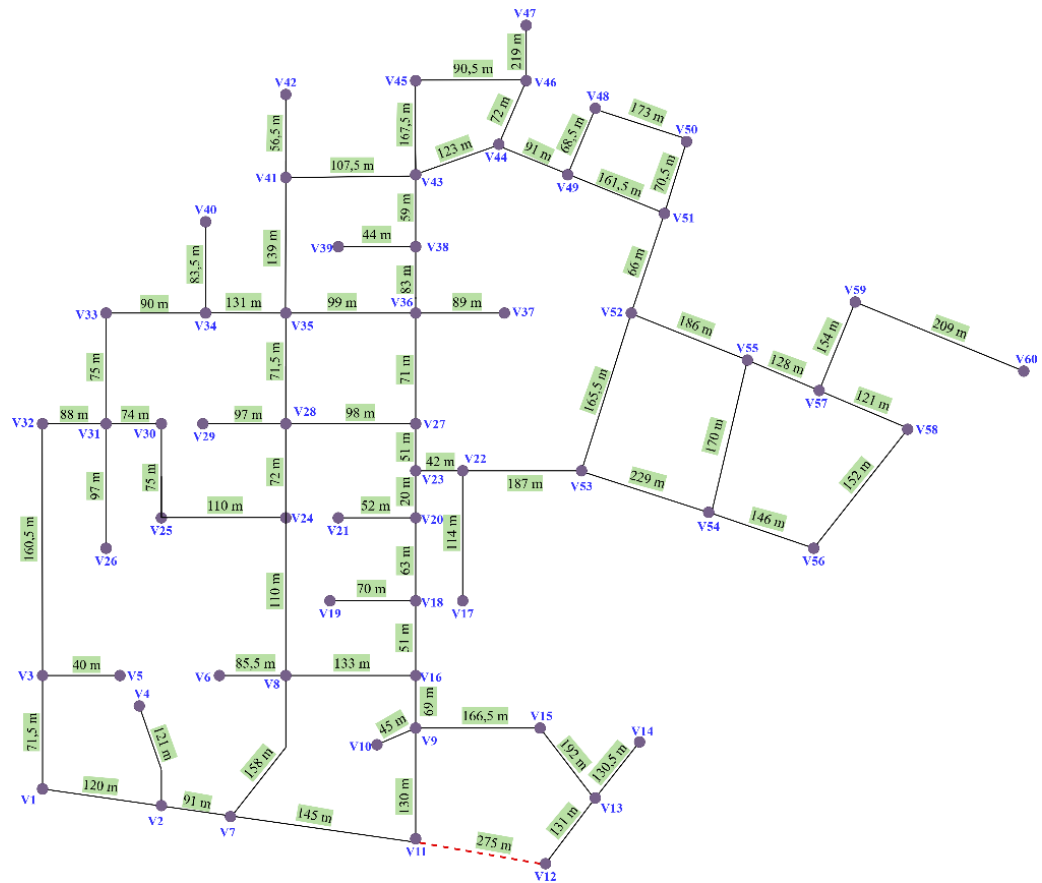
Sisi	Titik Yang Dihubungkan	Panjang Pipa (Bobot) (m)
E40	V27-V36	71
E41	V36-V37	89
E42	V36-V38	83
E43	V38-V39	44
E44	V34-V35	131
E45	V34-V40	83,5
E46	V35-V41	139
E47	V41-V43	107,5
E48	V41-V42	56,5
E49	V38-V43	59
E50	V43-V45	167,5
E51	V45-V46	90,5
E52	V46-V47	219
E53	V44-V46	72
E54	V43-V44	123
E55	V44-V49	91
E56	V49-V51	161,5
E57	V48-V49	68,5
E58	V48-V50	173
E59	V50-V51	70,5
E60	V51-V52	66
E61	V52-V53	165,5
E62	V22-V53	187
E63	V53-V54	229
E64	V52-V55	186
E65	V54-V55	170
E66	V54-V56	146
E67	V56-V58	152
E68	V57-V58	121
E69	V55-V57	128
E70	V57-V59	154
E71	V59-V60	209,5
Total Bobot (meter)		7.898

Lampiran 3. Jaringan awal pipa PDAM Tirta Muaro Jambi pada Perumahan Mendalo Asri Dalam Bentuk Graf.

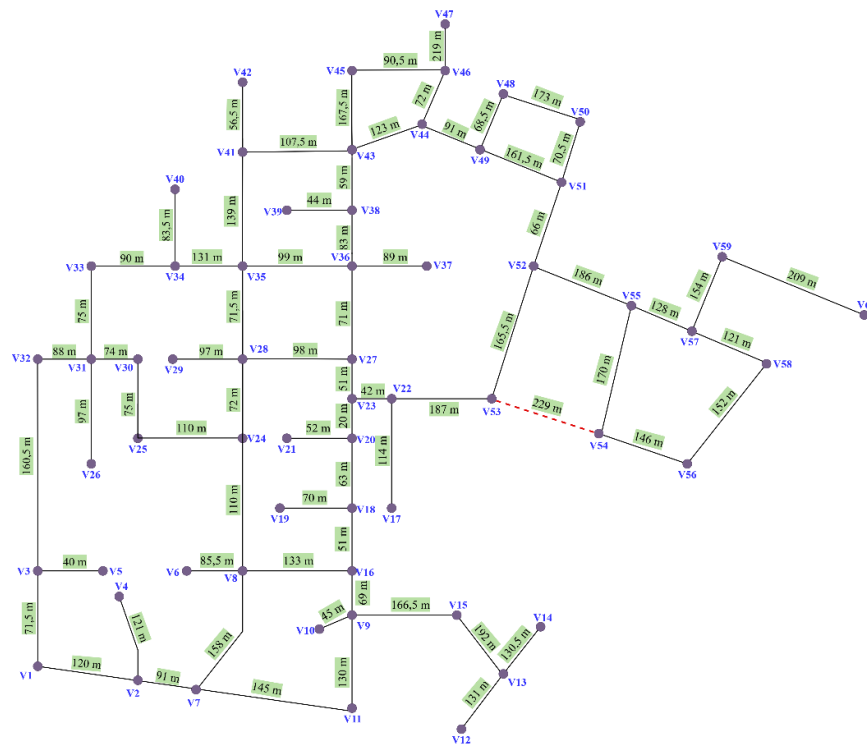


Lampiran 4. Analisis *Minimum Spanning Tree* (MTS) dengan menggunakan Algoritma *Sollin*.

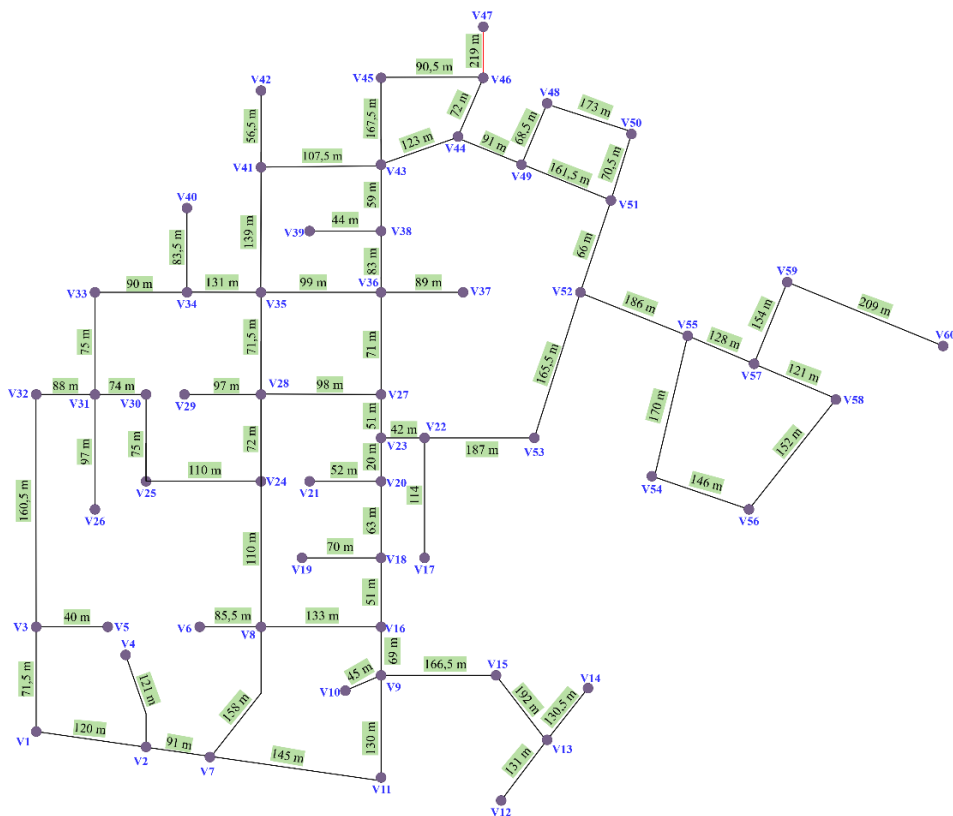
Iterasi 1. Menghapus sisi V11-V12 yang memiliki bobot terbesar 275m dan membentuk sirkuit.



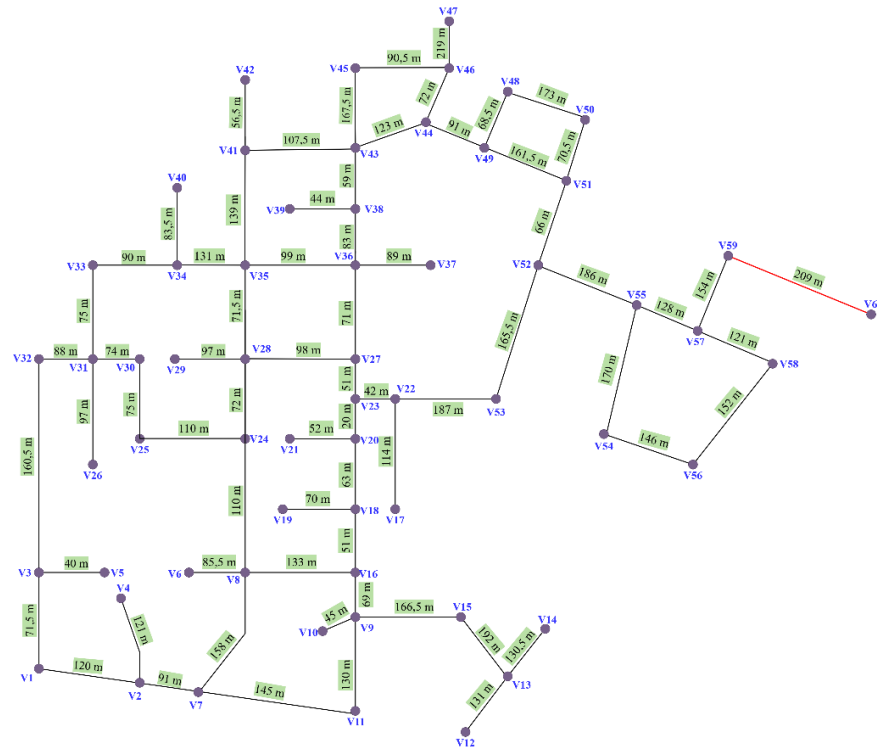
Iterasi 2. Menghapus sisi V53-V54 yang memiliki bobot sebesar 229m dan membentuk sirkuit. Dilakukan penyambungan pipa tersier pada pipa sekunder untuk menyalurkan air pada rumah yang ada.



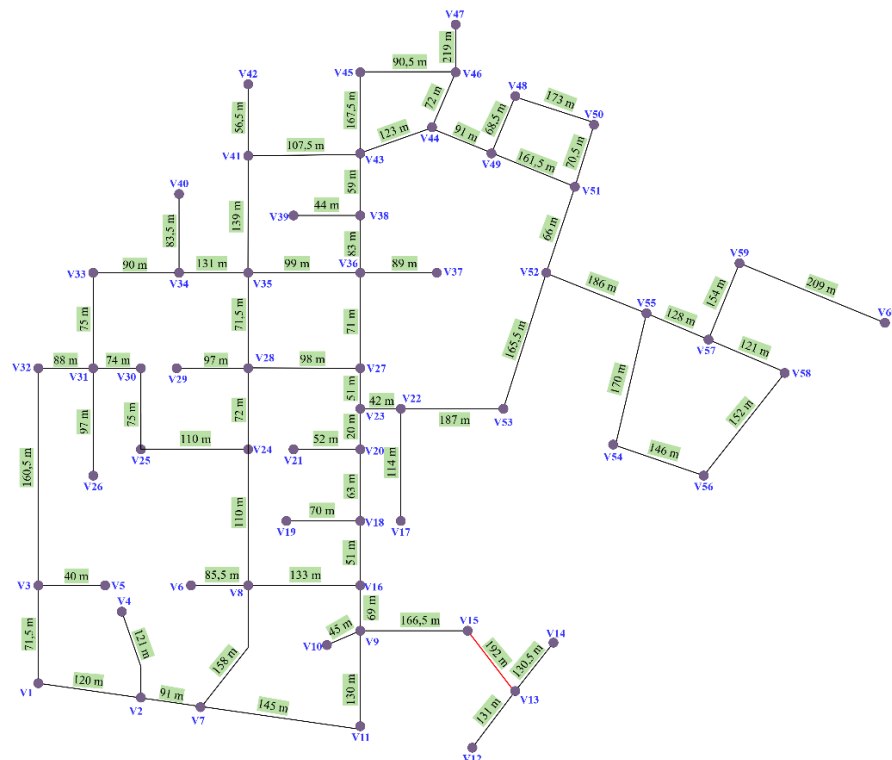
Iterasi 3. Sisi V47-V47 memiliki bobot sebesar 219 tidak dihapus, karena tidak membentuk sebuah sirkuit.



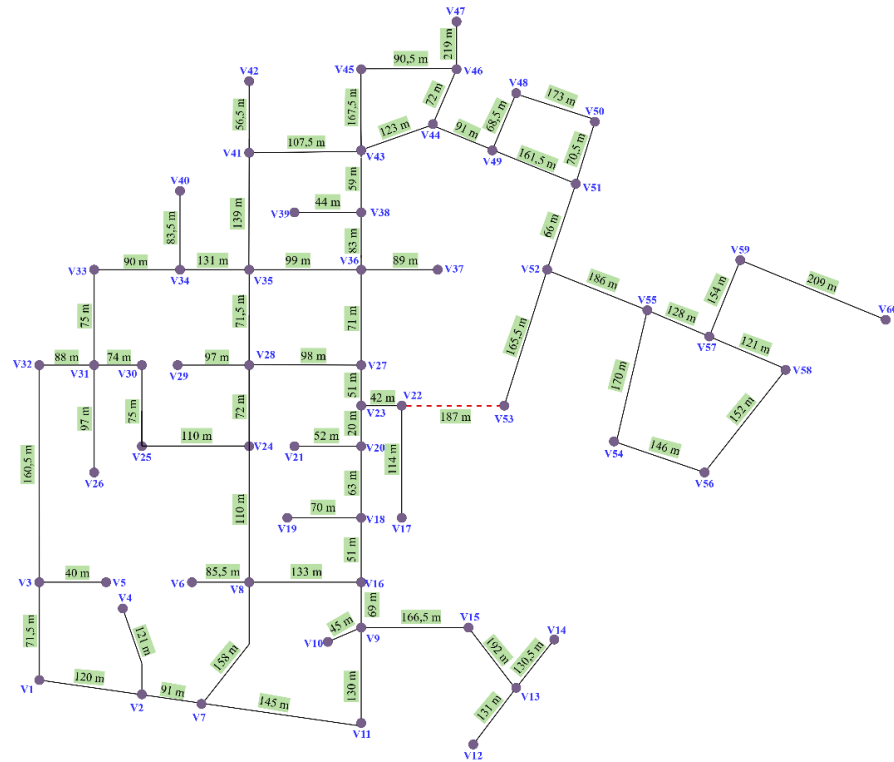
Iterasi 4. Sisi V59-V60 memiliki bobot sebesar 209,5m tidak dihapus, karena tidak membentuk sebuah sirkuit.



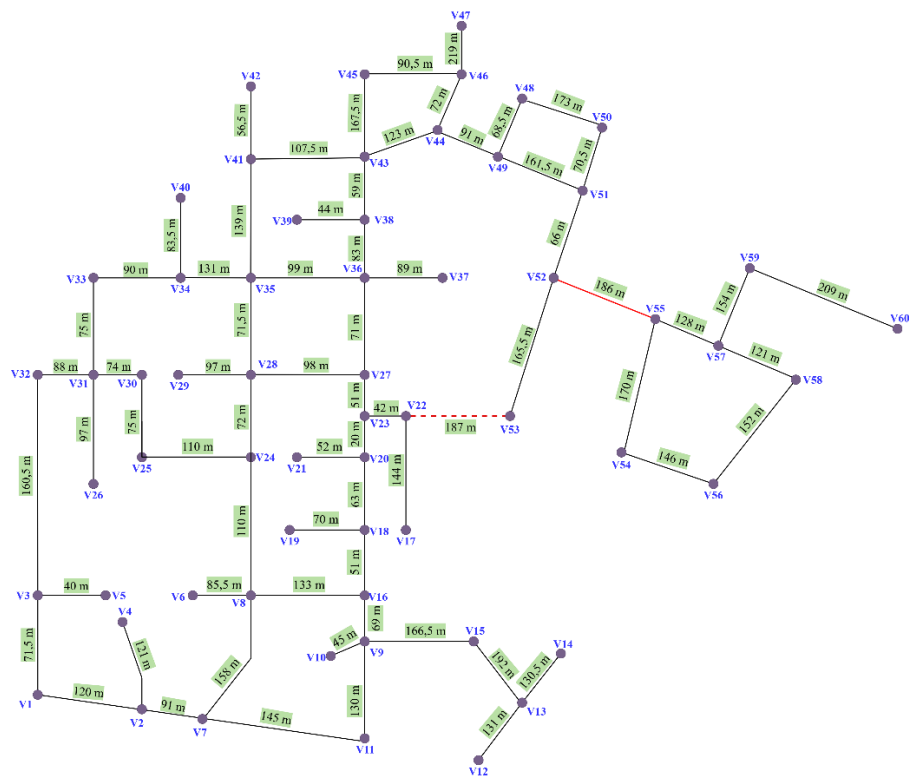
Iterasi 5. Sisi V113-V15 memiliki bobot sebesar 192 tidak dihapus, karena tidak membentuk sirkuit.



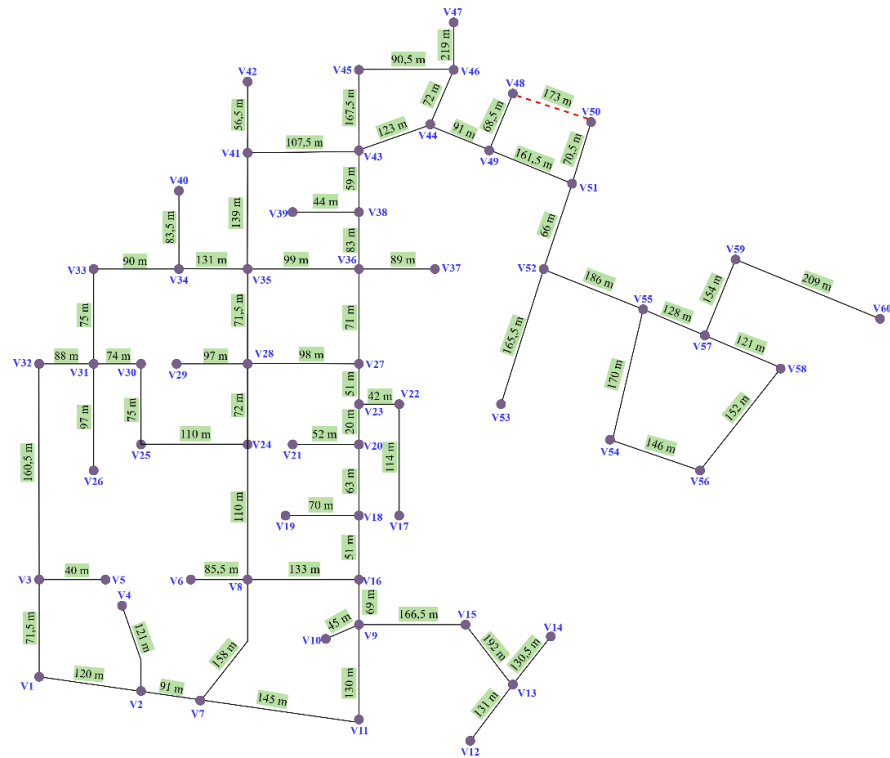
Iterasi 6. Menghapus sisi V22-V53 yang memiliki bobot sebesar 187m dan membentuk sirkuit.



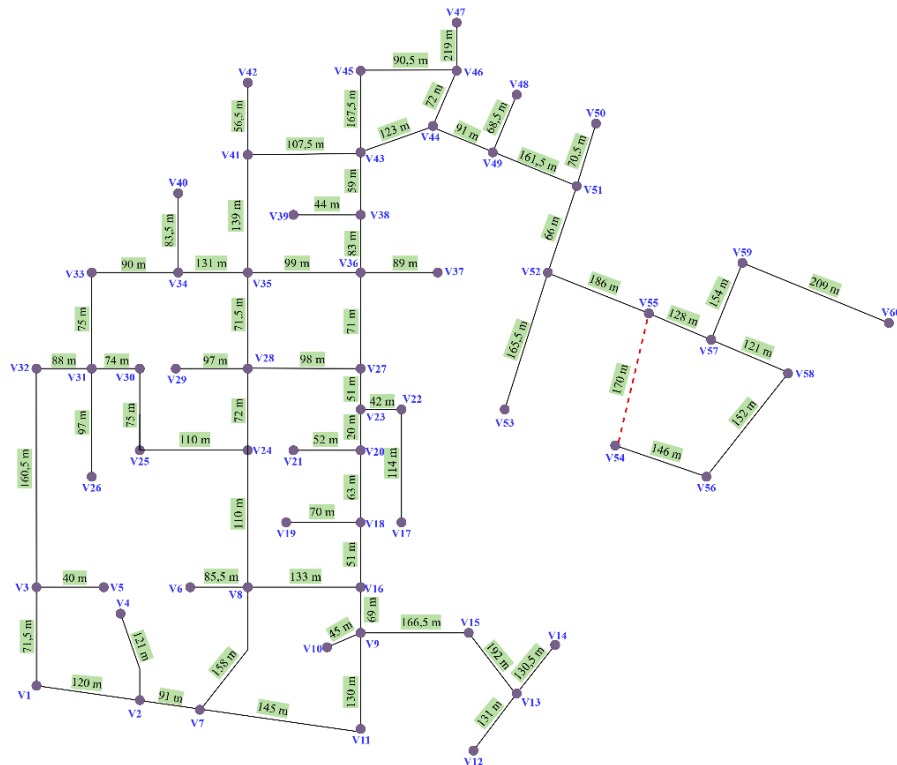
Iterasi 7. Sisi V52-V55 yang memiliki bobot sebesar 186m tidak dihapus, karena tidak membentuk sebuah sirkuit.



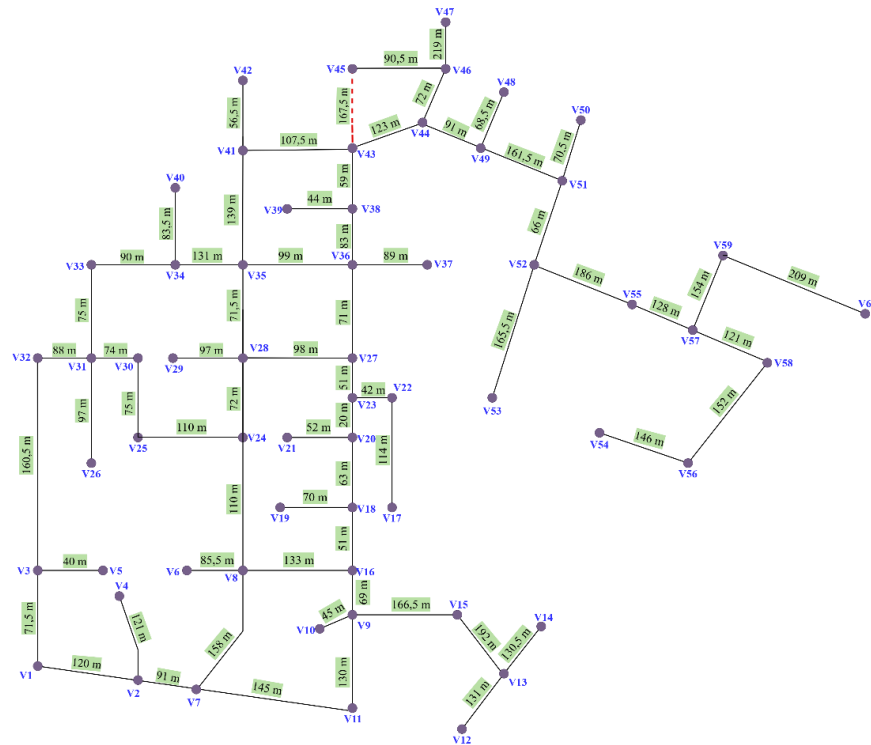
Iterasi 8. Menghapus sisi V48-V50 yang memiliki bobot sebesar 173m, karena membentuk sirkuit. Dilakukan penyambungan pipa tersier pada pipa sekunder untuk menyalurkan air pada rumah yang ada.



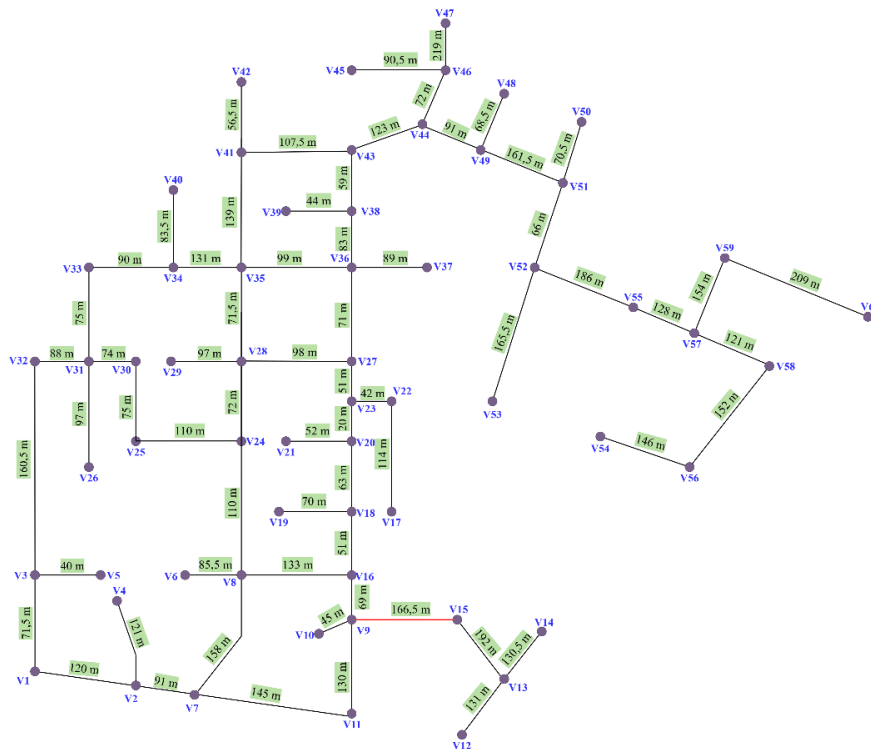
Iterasi 9. Menghapus sisi V54-V55 yang memiliki bobot sebesar 170m, karena membentuk sirkuit. Dilakukan penyambungan pipa tersier pada pipa sekunder untuk menyalurkan air pada rumah yang ada.



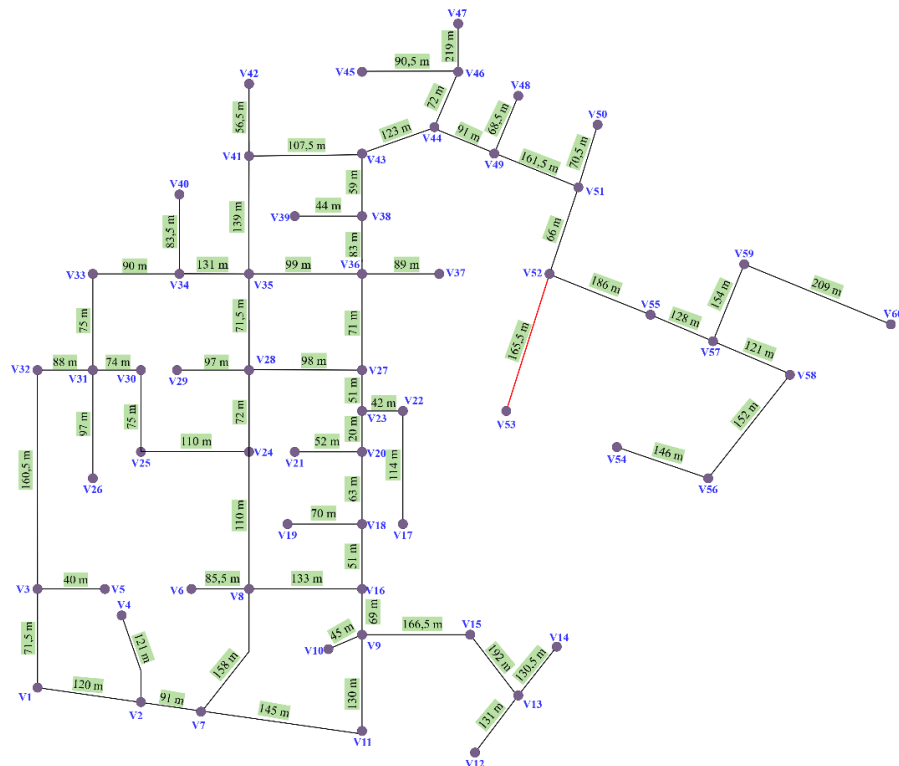
Iterasi 10. Menghapus sisi V43-V45 yang memiliki bobot sebesar 167,5m, karena membentuk sirkuit. Dilakukan penyambungan pipa tersier pada pipa sekunder untuk menyalurkan air pada rumah yang ada.



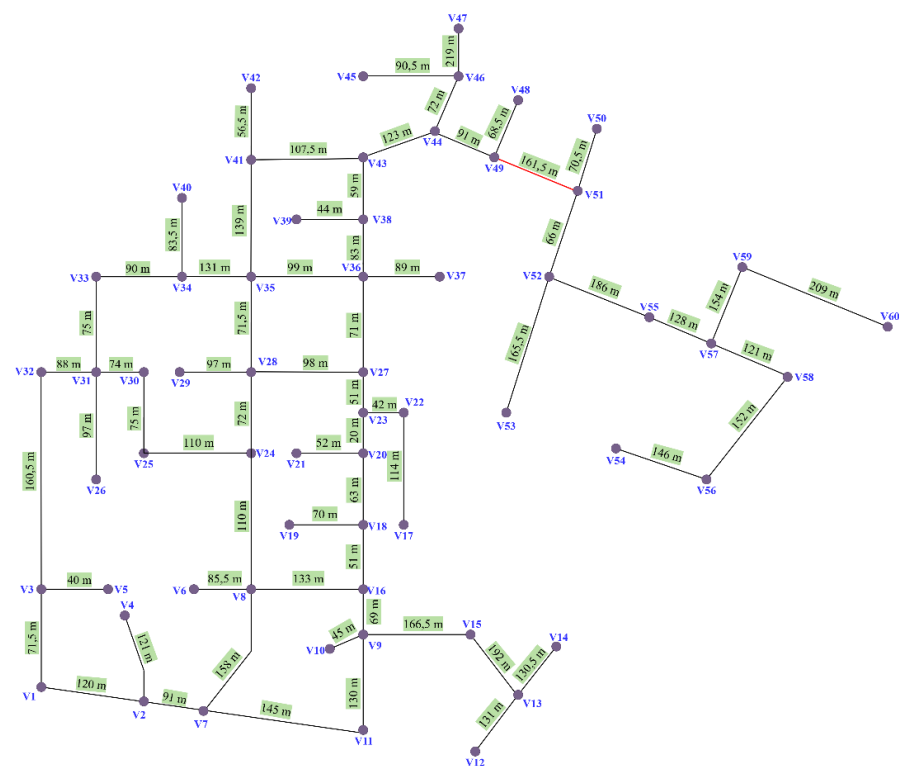
Iterasi 11. Sisi V9-V15 yang memiliki bobot sebesar 166,5m tidak dihapus, karena tidak membentuk sebuah sirkuit.



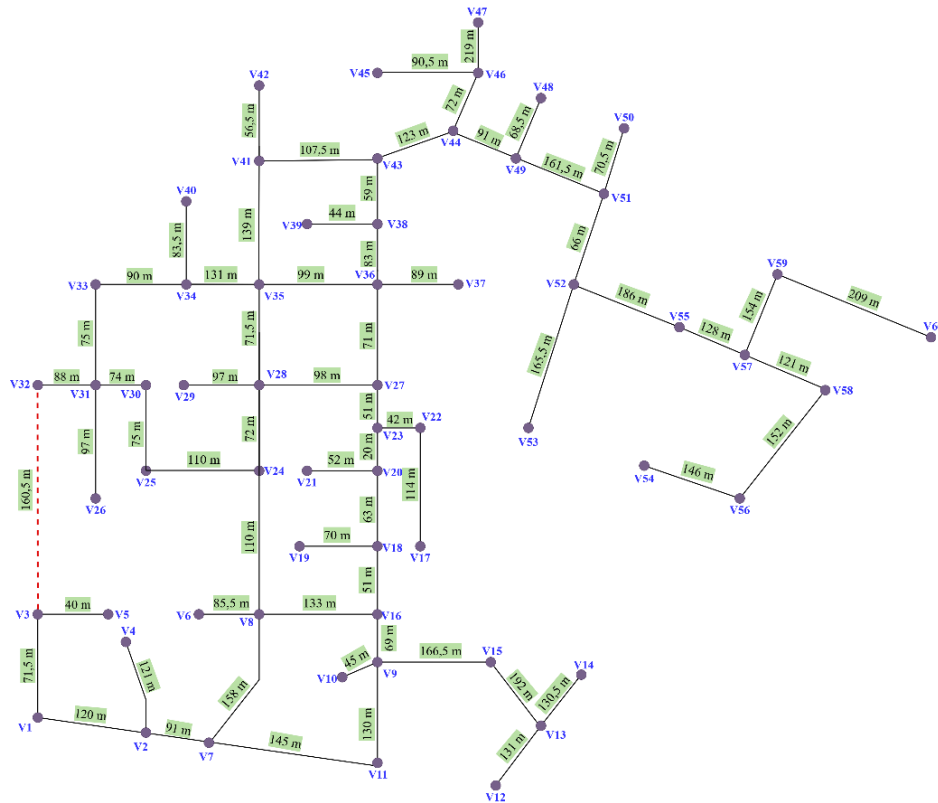
Iterasi 12. Sisi V52-V53 yang memiliki bobot sebesar 165,5m tidak dihapus, karena tidak membentuk sebuah sirkuit.



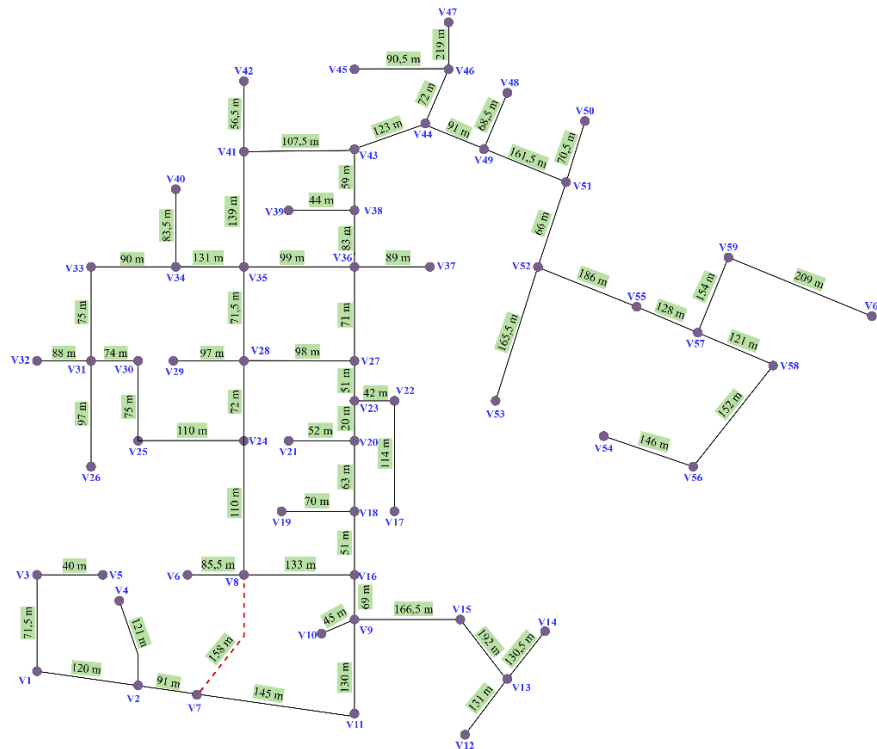
Iterasi 13. Sisi V49-V51 yang memiliki bobot sebesar 161,5m tidak dihapus, karena tidak membentuk sebuah sirkuit.



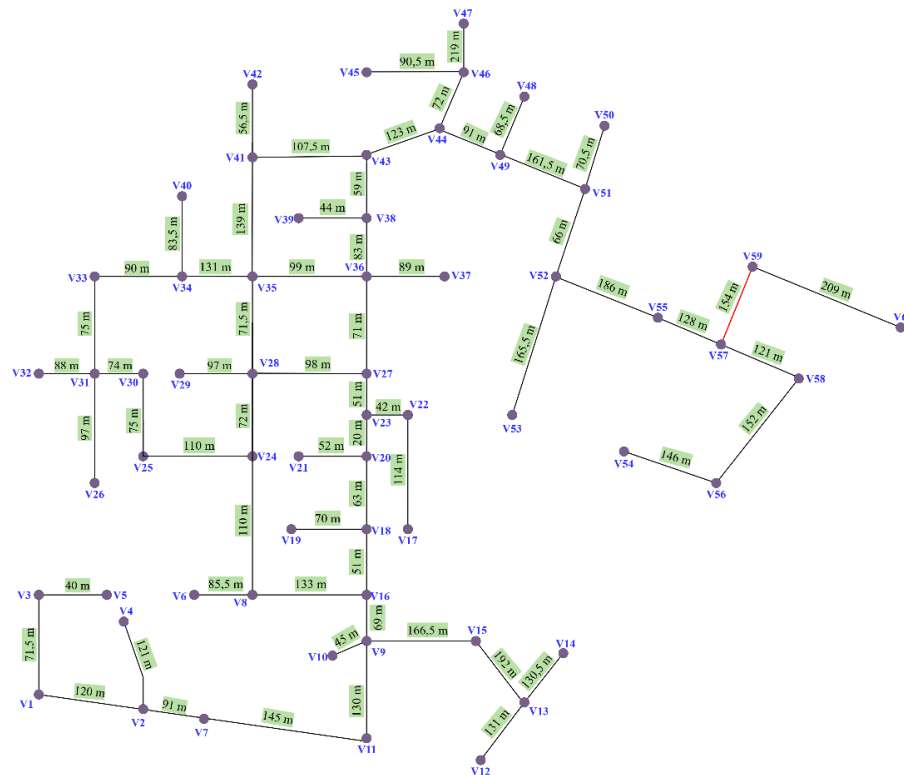
Iterasi 14. Menghapus sisi V3-V32 yang memiliki bobot sebesar 160,5m, karena membentuk sirkuit.



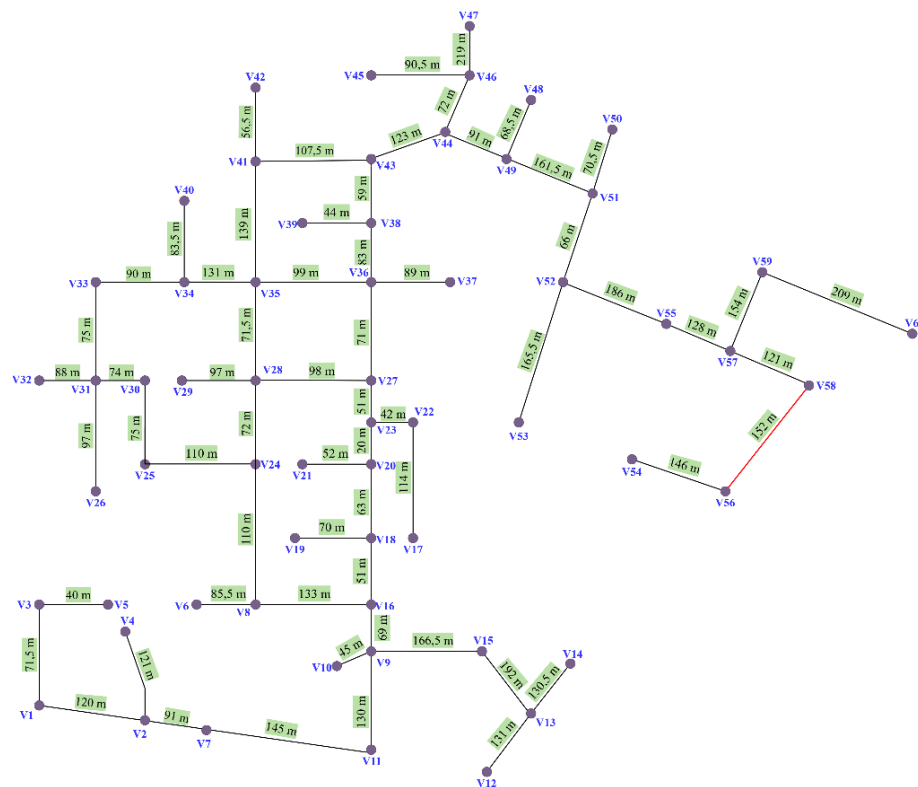
Iterasi 15. Menghapus sisi V7-V8 yang memiliki bobot sebesar 158m, karena membentuk sirkuit. Dilakukan penyambungan pipa tersier pada pipa sekunder untuk menyalurkan air pada rumah yang ada.



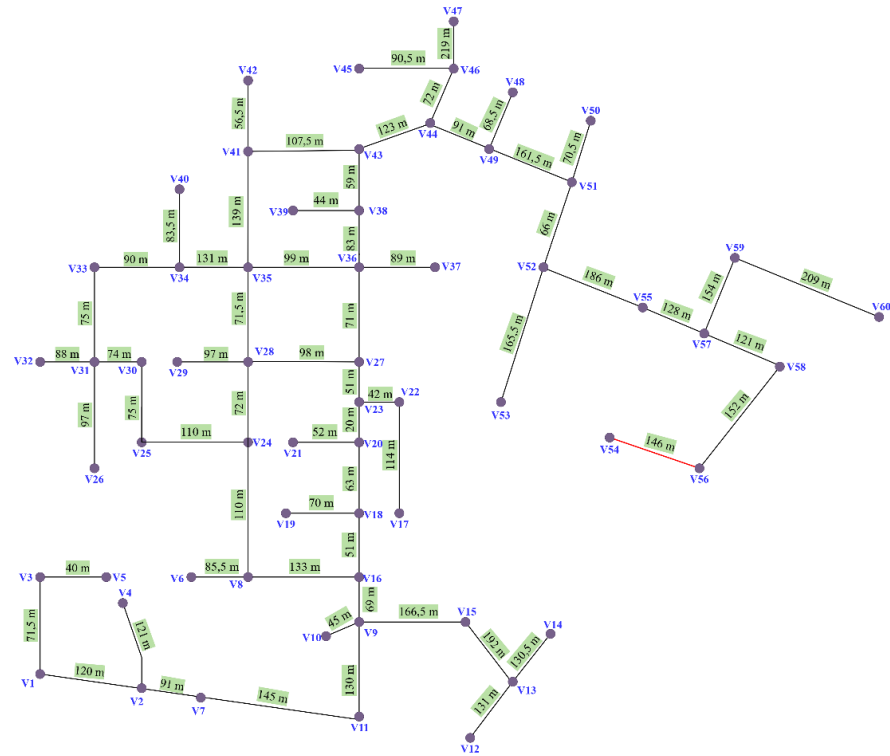
Iterasi 16. Sisi V57-V59 yang memiliki bobot sebesar 154m tidak dihapus, karena tidak membentuk sebuah sirkuit



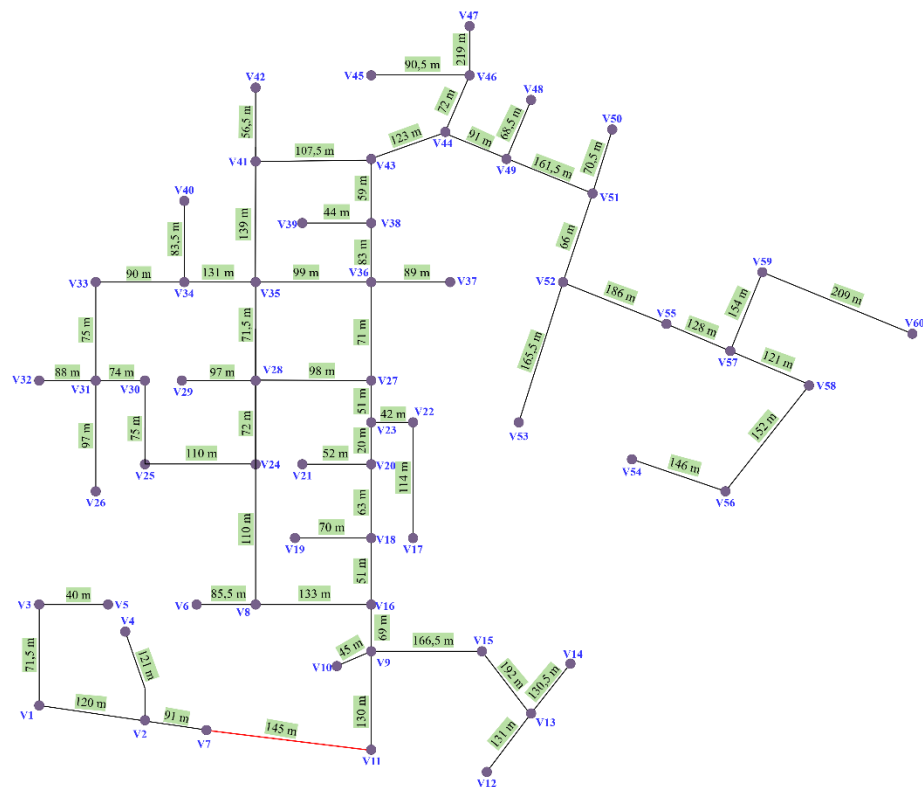
Iterasi 17. Sisi V56-V58 yang memiliki bobot sebesar 152m tidak dihapus, karena tidak membentuk sebuah sirkuit



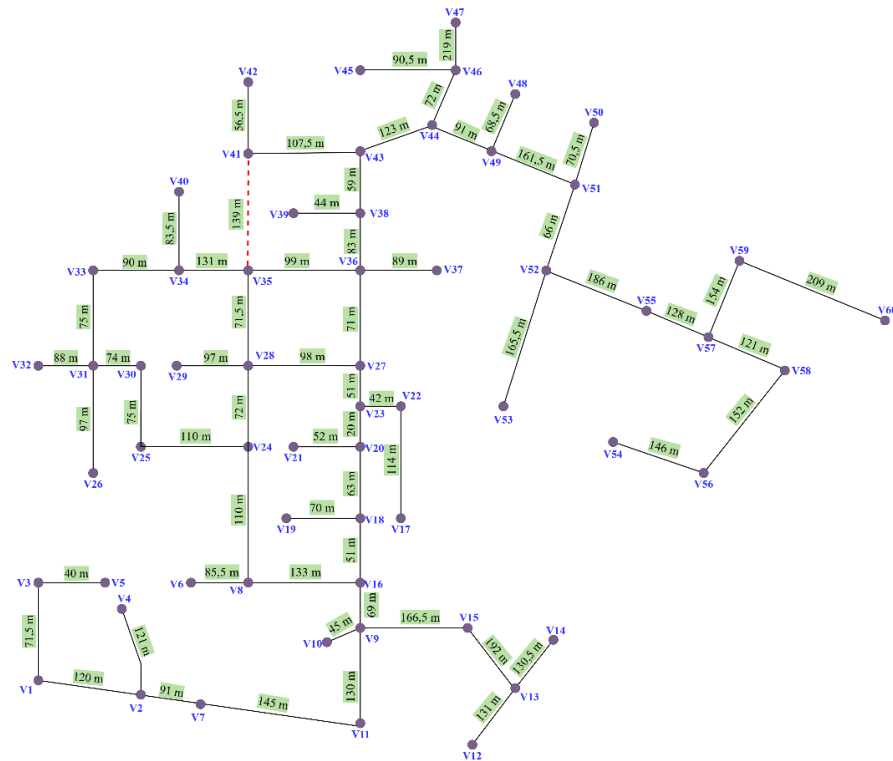
Iterasi 18. Sisi V54-V59 yang memiliki bobot sebesar 148m tidak dihapus, karena tidak membentuk sebuah sirkuit



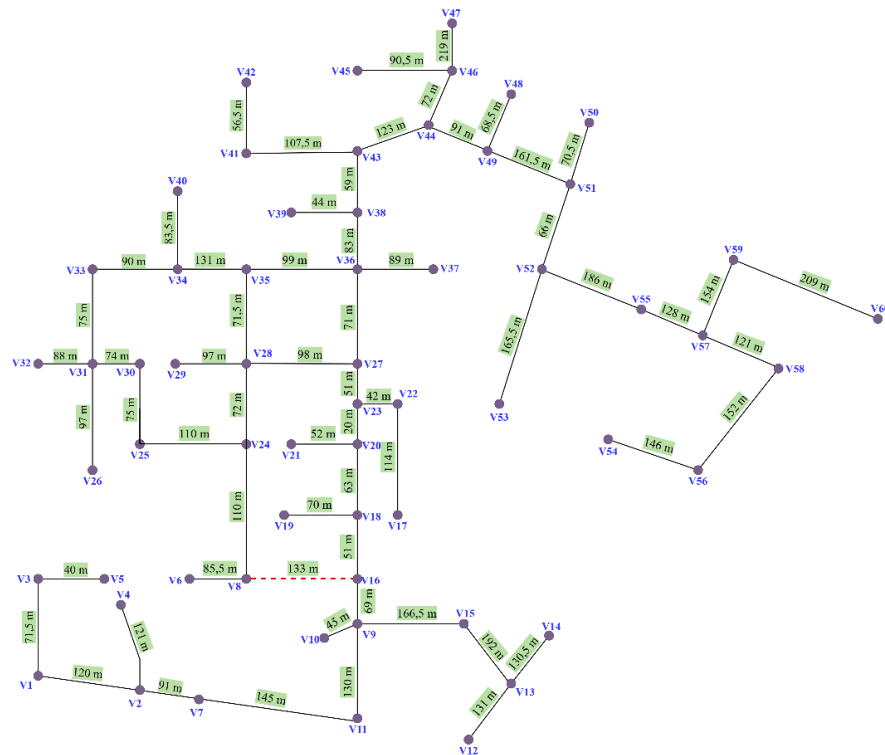
Iterasi 19. Sisi V7-V11 yang memiliki bobot sebesar 146m tidak dihapus, karena tidak membentuk sebuah sirkuit



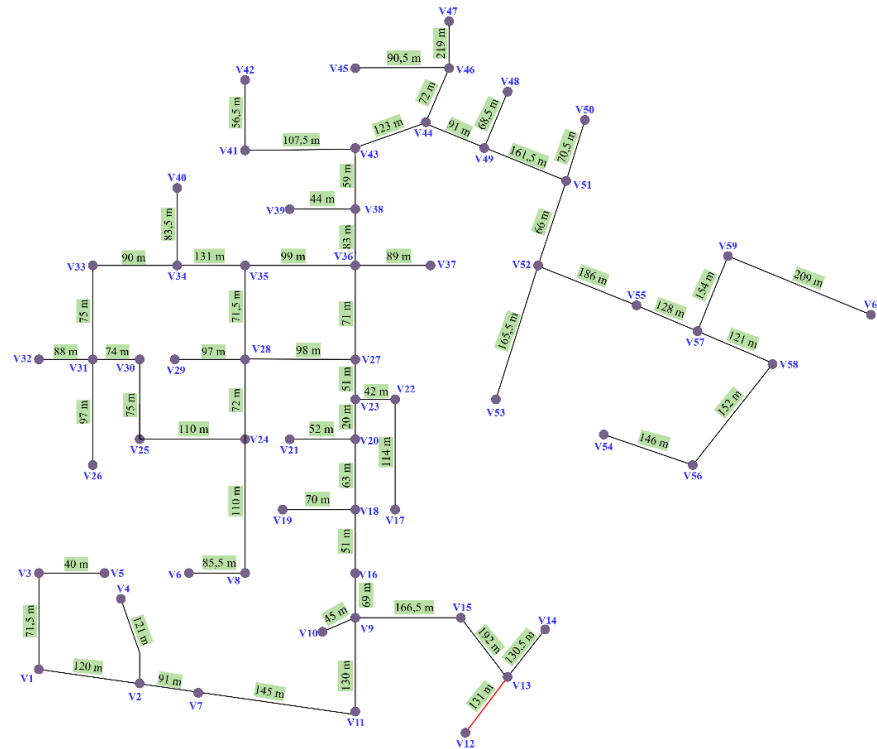
Iterasi 20. Menghapus sisi V35-V41 yang memiliki bobot sebesar 139m, karena membentuk sirkuit. Dilakukan penyambungan pipa tersier pada pipa sekunder untuk menyalurkan air pada rumah yang ada.



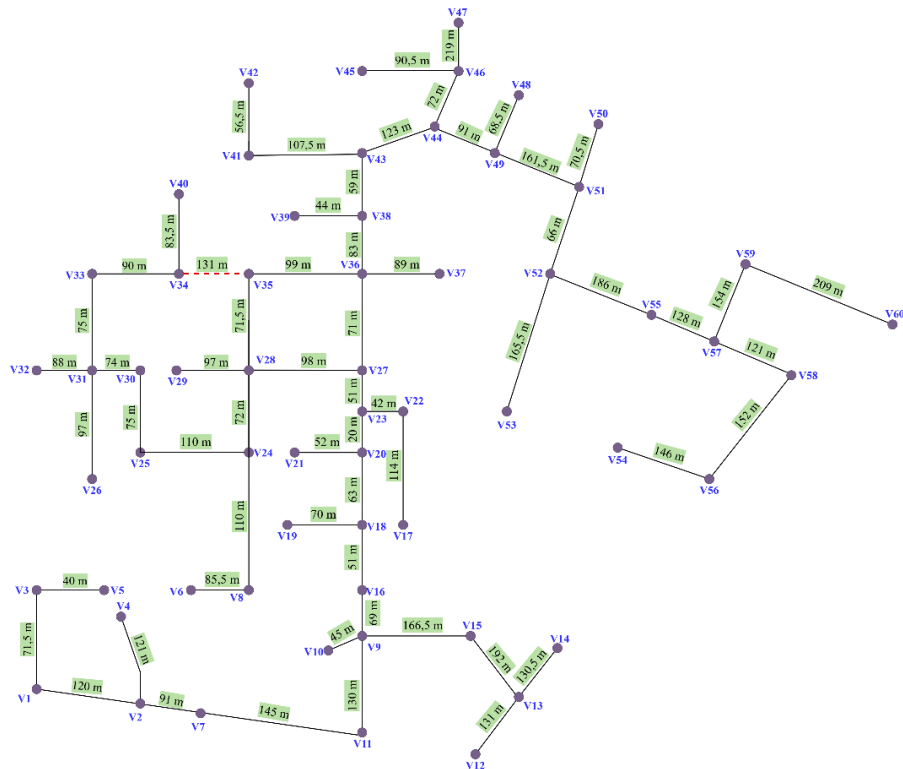
Iterasi 21. Menghapus sisi V8-V16 yang memiliki bobot sebesar 133m, karena membentuk sirkuit. Dilakukan penyambungan pipa tersier pada pipa sekunder untuk menyalurkan air pada rumah yang ada.



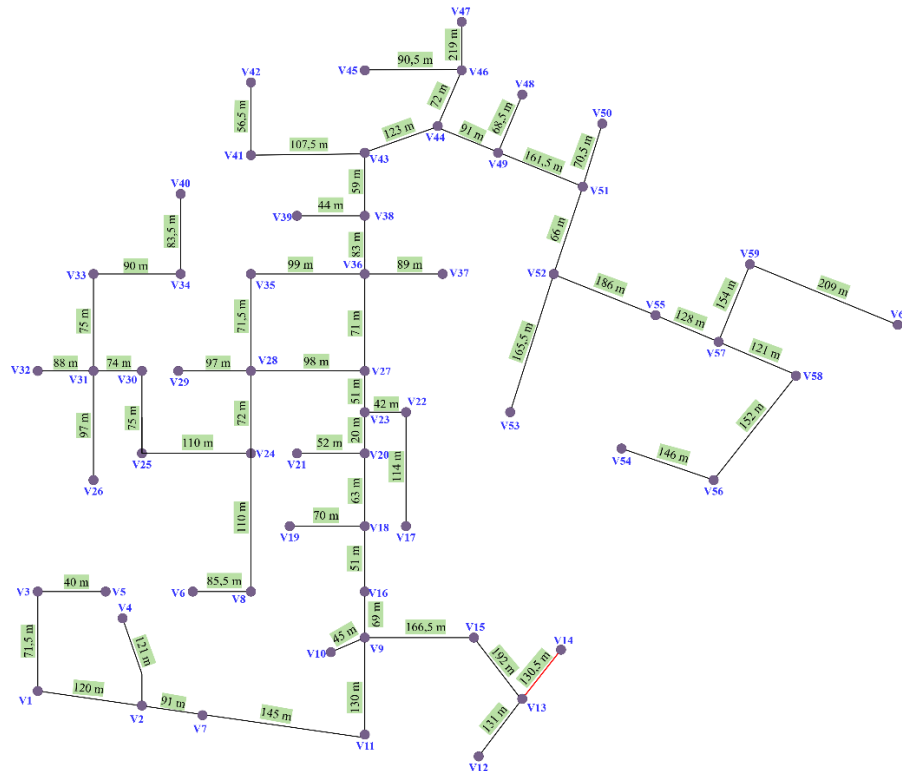
Iterasi 22. Sisi V12-V13 yang memiliki bobot sebesar 131m tidak dihapus, karena tidak membentuk sebuah sirkuit



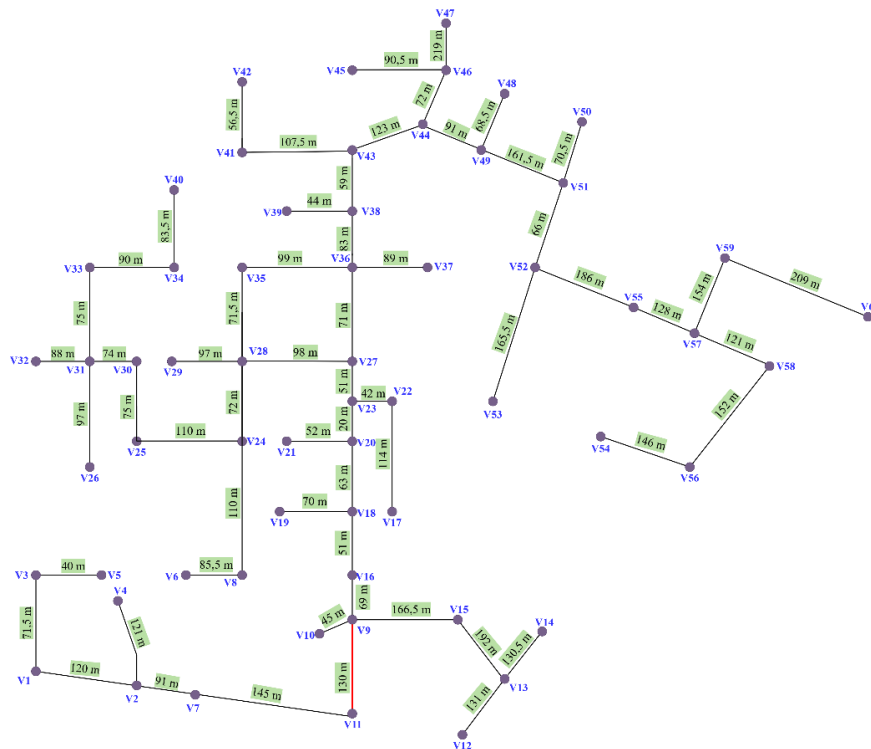
Iterasi 23. Menghapus sisi V34-V35 yang memiliki bobot sebesar 133m, karena membentuk sirkuit. Dilakukan penyambungan pipa tersier pada pipa sekunder untuk menyalurkan air pada rumah yang ada.



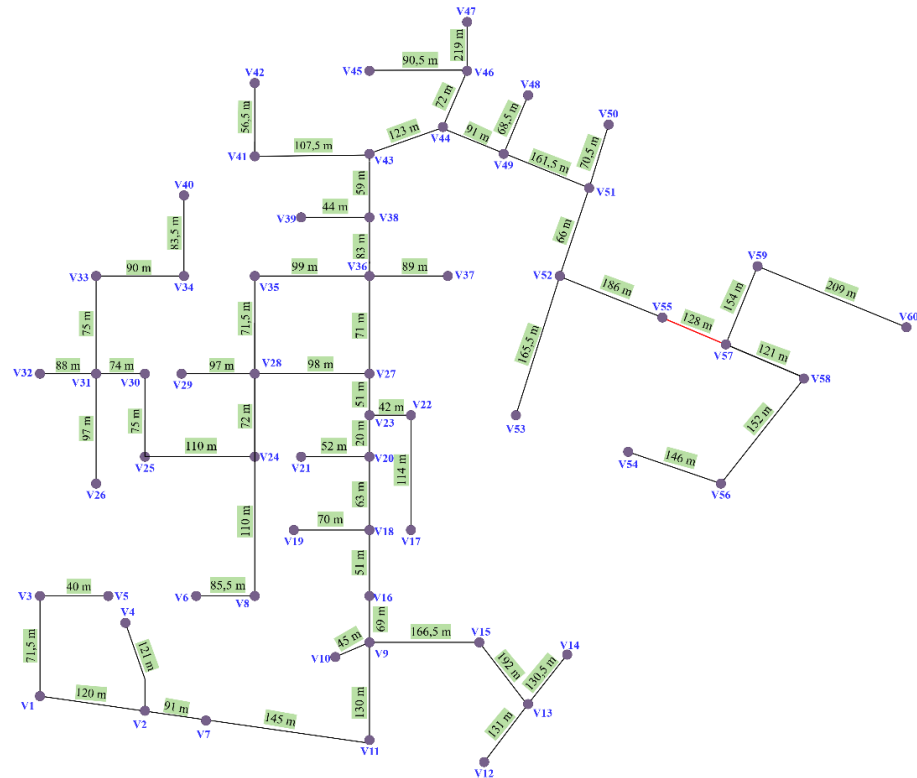
Iterasi 24. Sisi V13-V14 yang memiliki bobot sebesar 130,5m tidak dihapus, karena tidak membentuk sebuah sirkuit



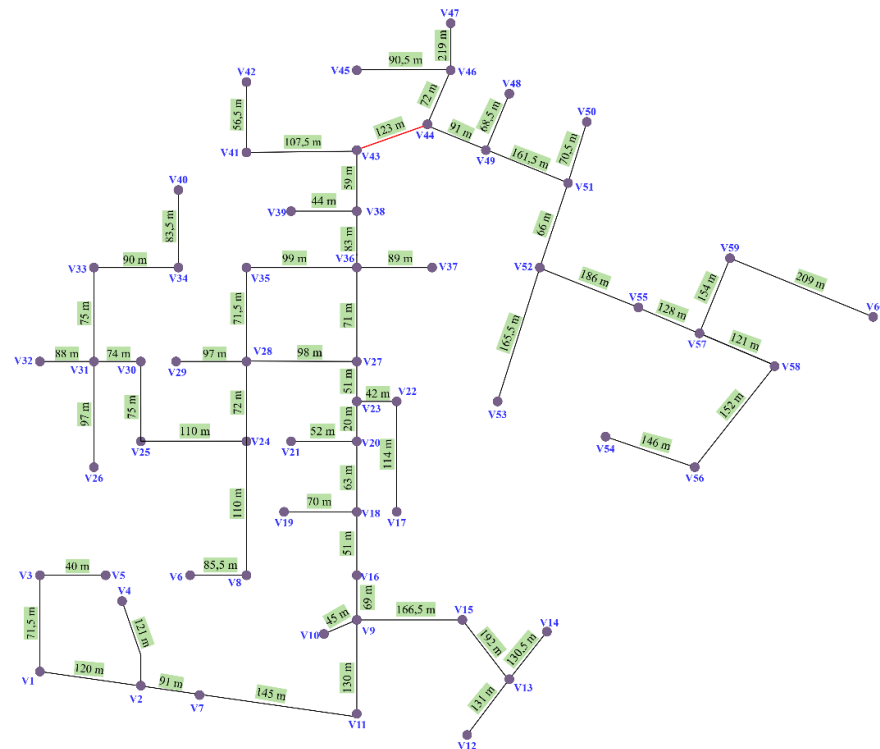
Iterasi 25. Sisi V9-V11 yang memiliki bobot sebesar 130m tidak dihapus, karena tidak membentuk sebuah sirkuit



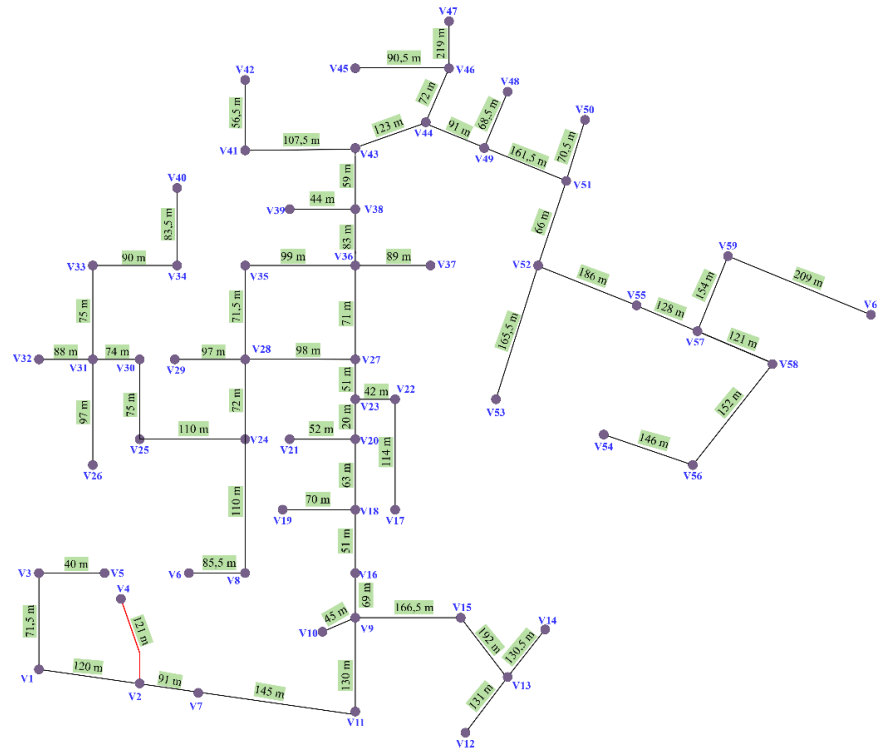
Iterasi 26. Sisi V55-V57 yang memiliki bobot sebesar 128m tidak dihapus, karena tidak membentuk sebuah sirkuit



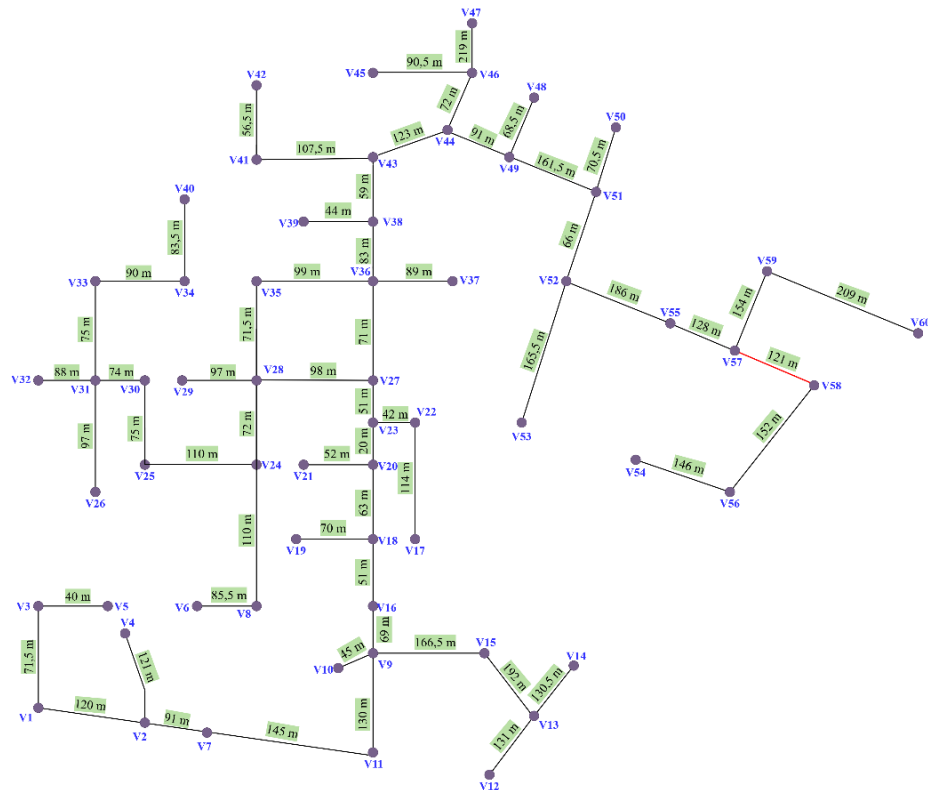
Iterasi 27. Sisi V43-V44 yang memiliki bobot sebesar 123m tidak dihapus, karena tidak membentuk sebuah sirkuit



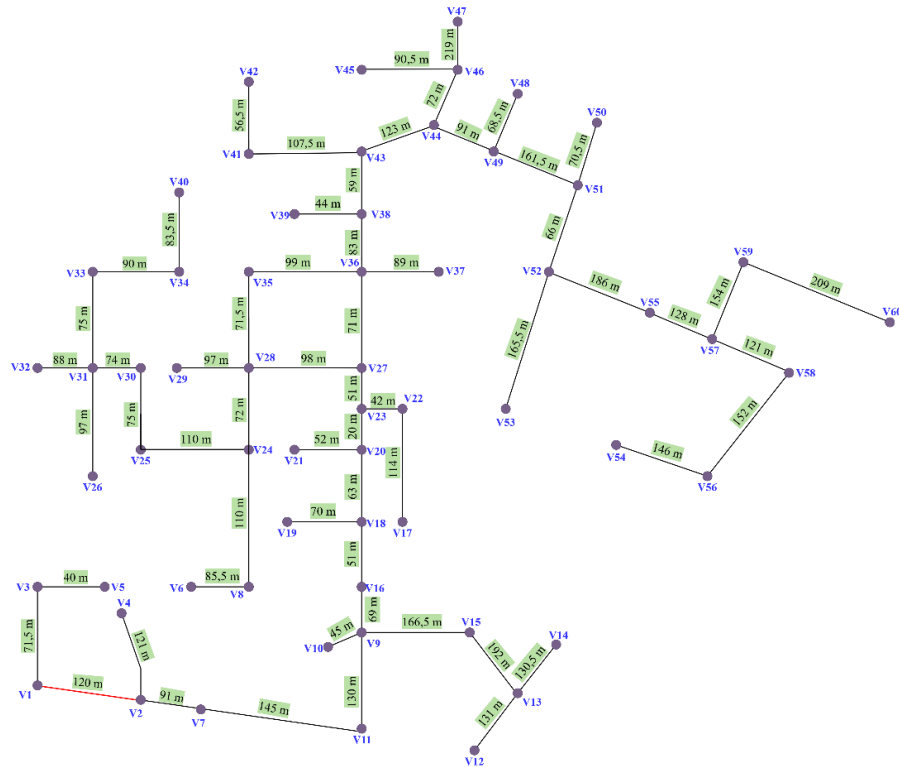
Iterasi 28. Sisi V2-V4 yang memiliki bobot sebesar 121m tidak dihapus, karena tidak membentuk sebuah sirkuit



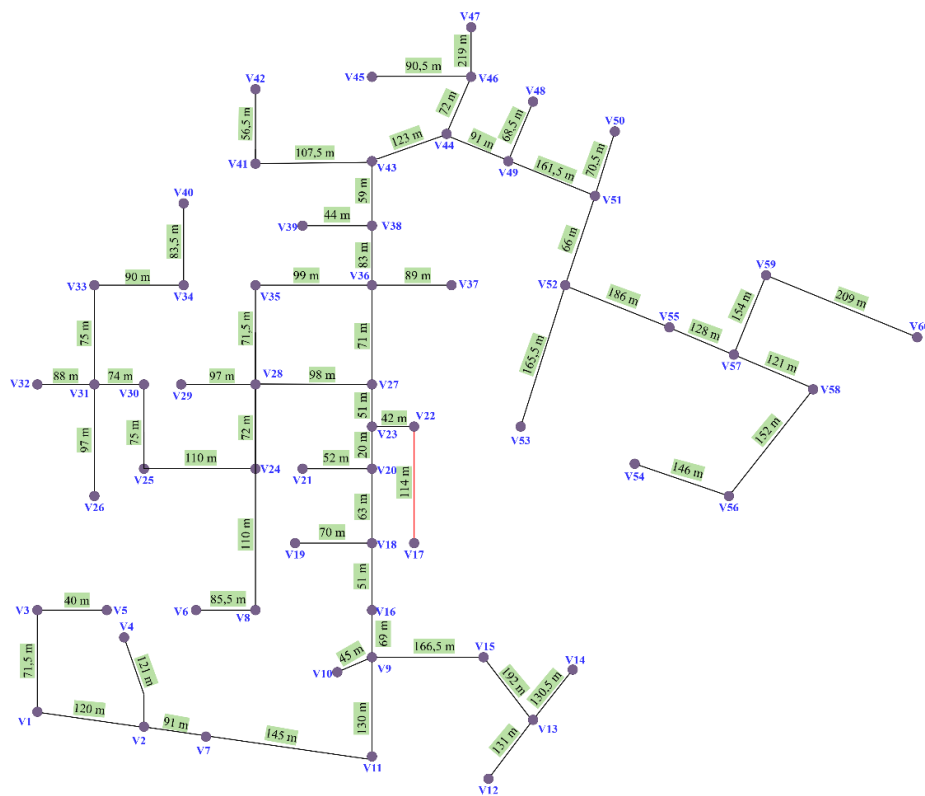
Iterasi 29. Sisi V57-V58 yang memiliki bobot sebesar 121m tidak dihapus, karena tidak membentuk sebuah sirkuit



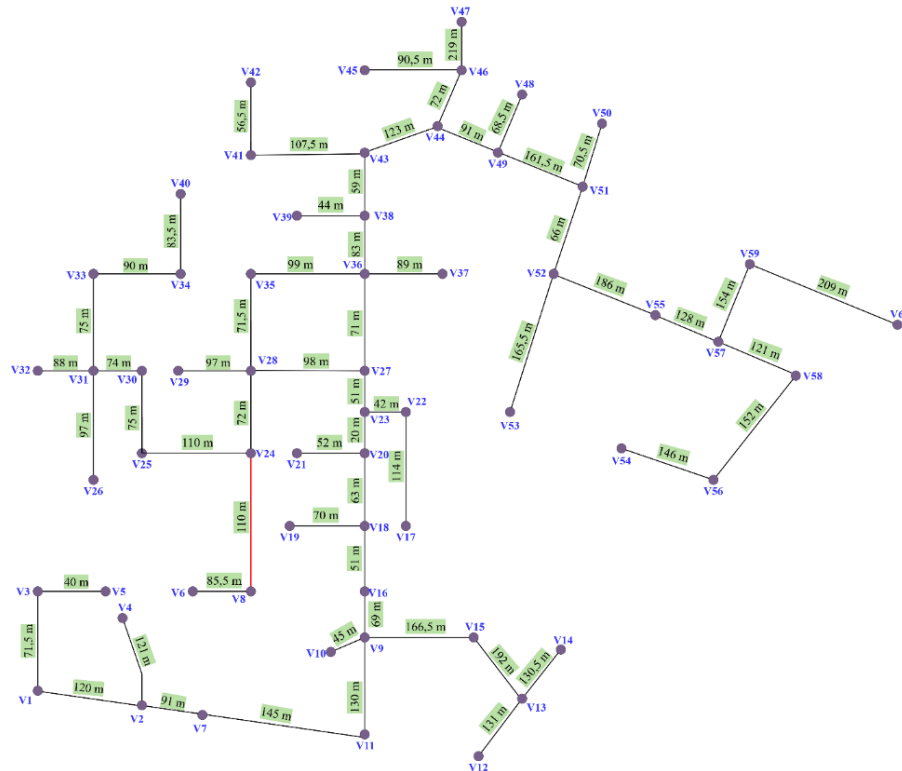
Iterasi 30. Sisi V1-V2 yang memiliki bobot sebesar 120m tidak dihapus, karena tidak membentuk sebuah sirkuit



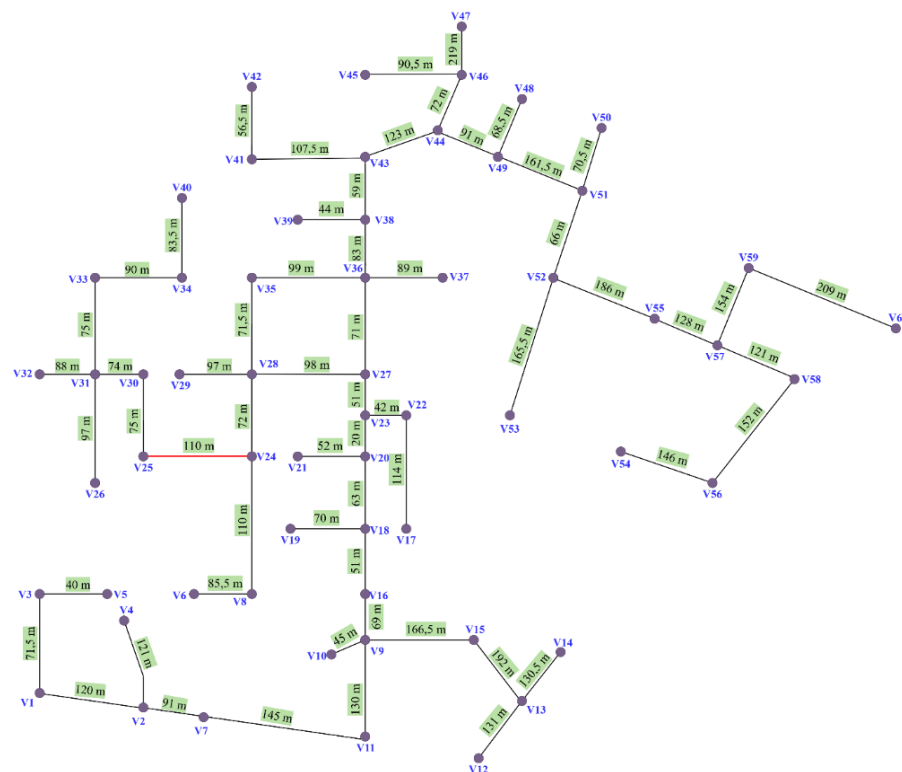
Iterasi 31. Sisi V17-V22 yang memiliki bobot sebesar 114m tidak dihapus, karena tidak membentuk sebuah sirkuit



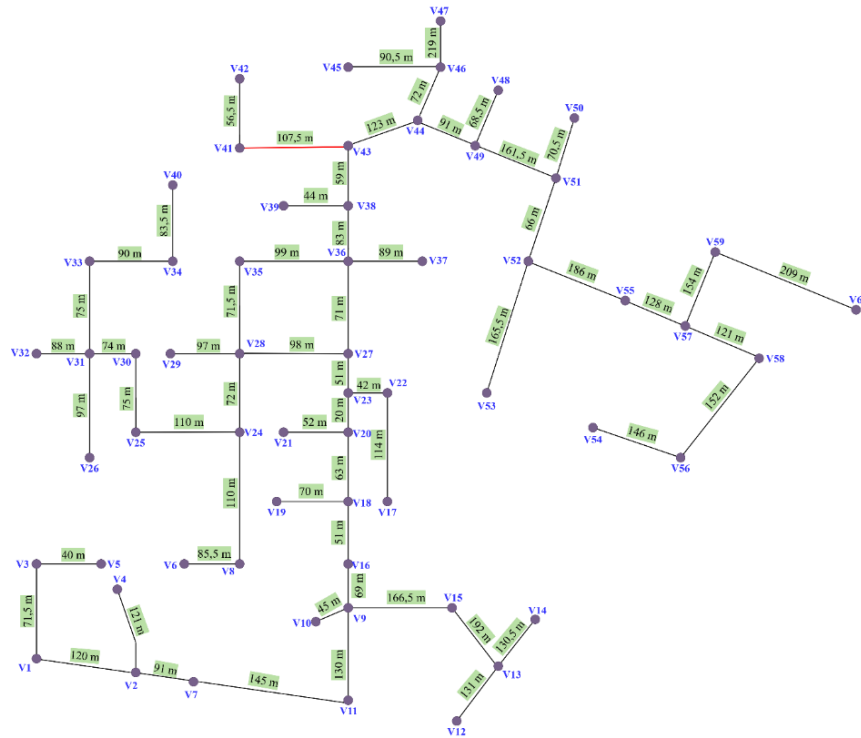
Iterasi 32. Sisi V8-V24 yang memiliki bobot sebesar 110m tidak dihapus, karena tidak membentuk sebuah sirkuit



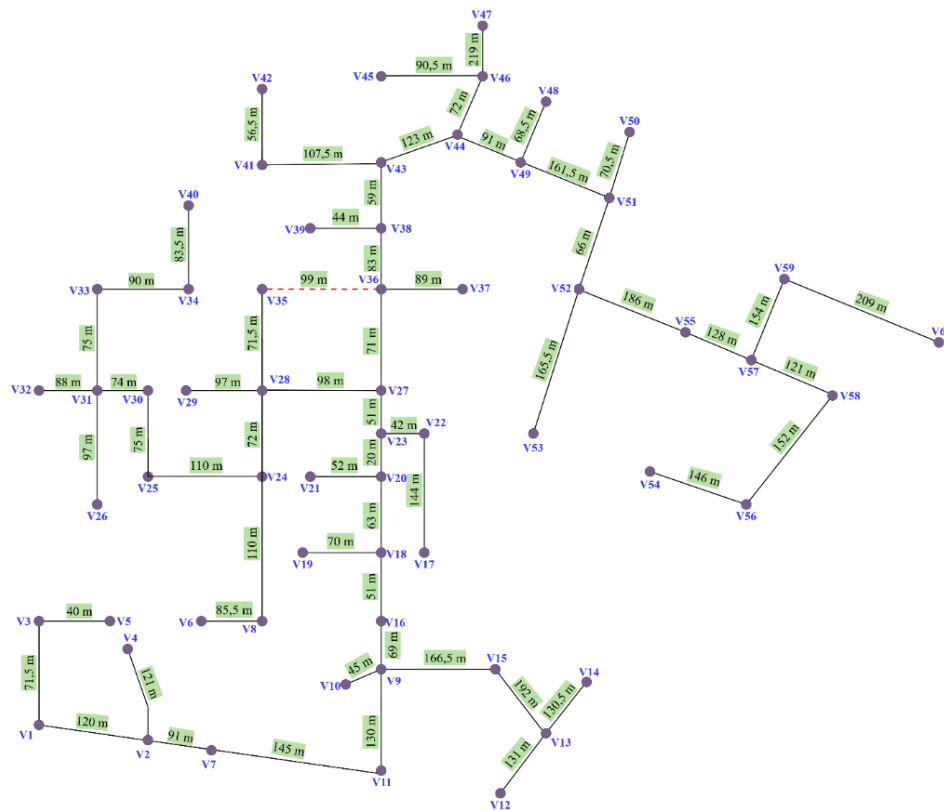
Iterasi 33. Sisi V24-V25 yang memiliki bobot sebesar 110m tidak dihapus, karena tidak membentuk sebuah sirkuit



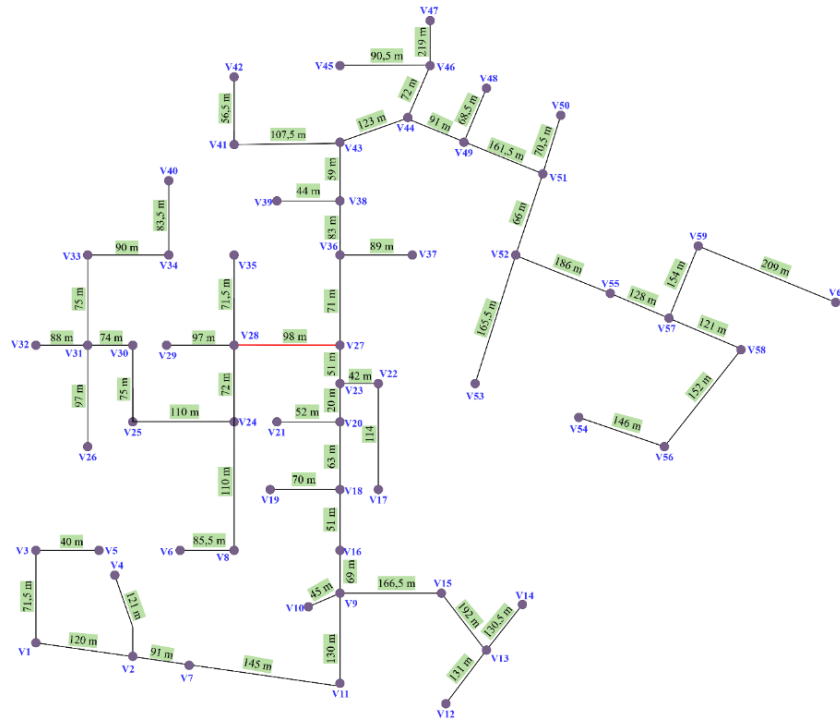
Iterasi 34. Sisi V41-V43 yang memiliki bobot sebesar 107,5m tidak dihapus, karena tidak membentuk sebuah sirkuit



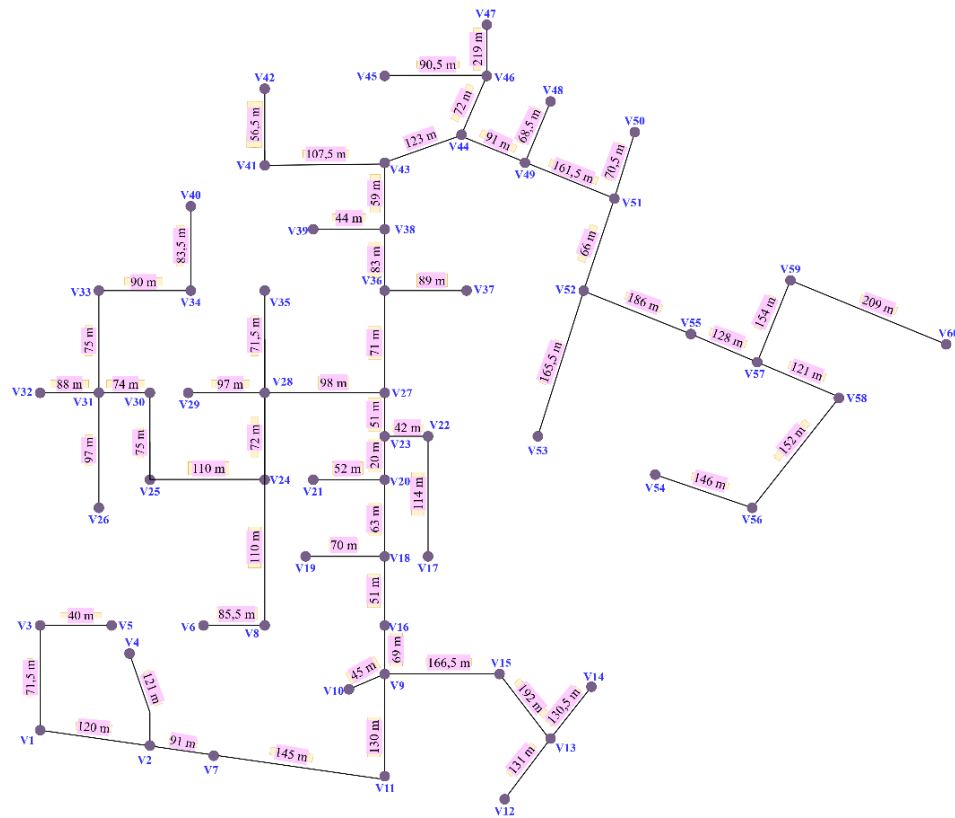
Iterasi 35. Menghapus sisi V35-V36 yang memiliki bobot sebesar 99m, karena membentuk sirkuit. Dilakukan penyambungan pipa tersier pada pipa sekunder untuk menyalurkan air pada rumah yang ada.



Iterasi 36. Sisi V27-V28 yang memiliki bobot sebesar 98m tidak dihapus, karena tidak membentuk sebuah sirkuit. Iterasi berhenti yang artinya selesai.



Hasil model graf *Minimum Spanning Tree* (MTS) dengan menggunakan Algoritma *Sollin*.

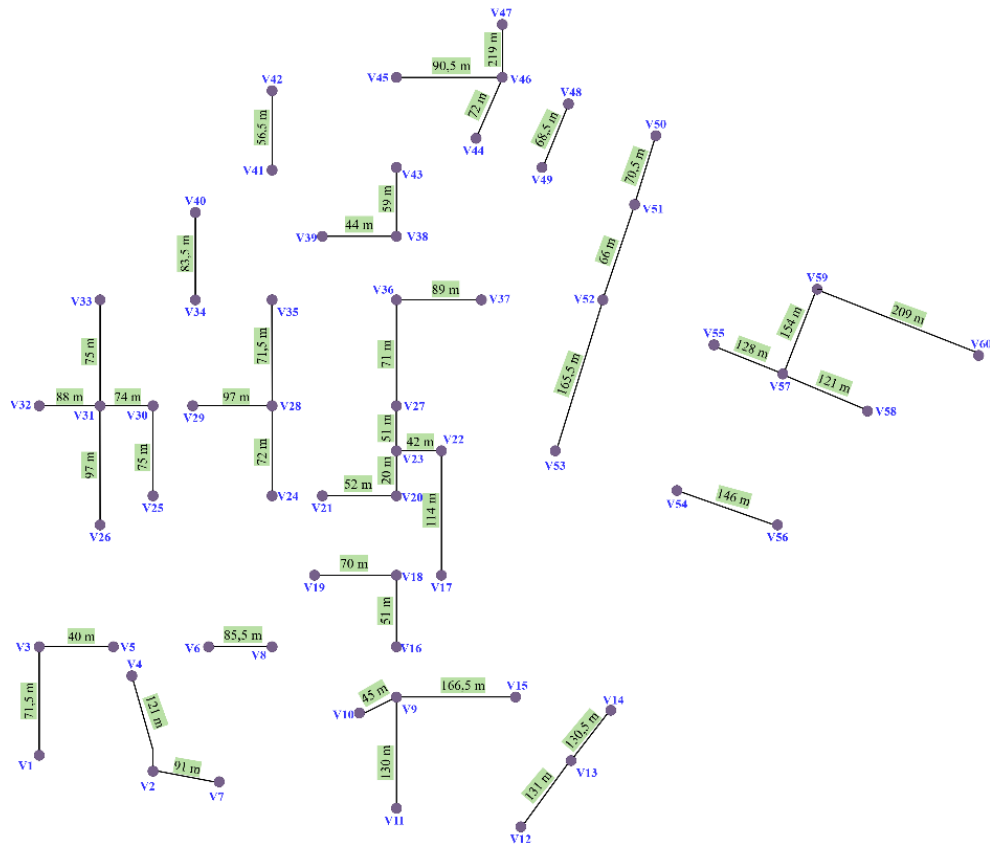


Lampiran 5. Analisis *Minimum Spanning Tree* (MST) dengan menggunakan Algoritma *Boruvka*.

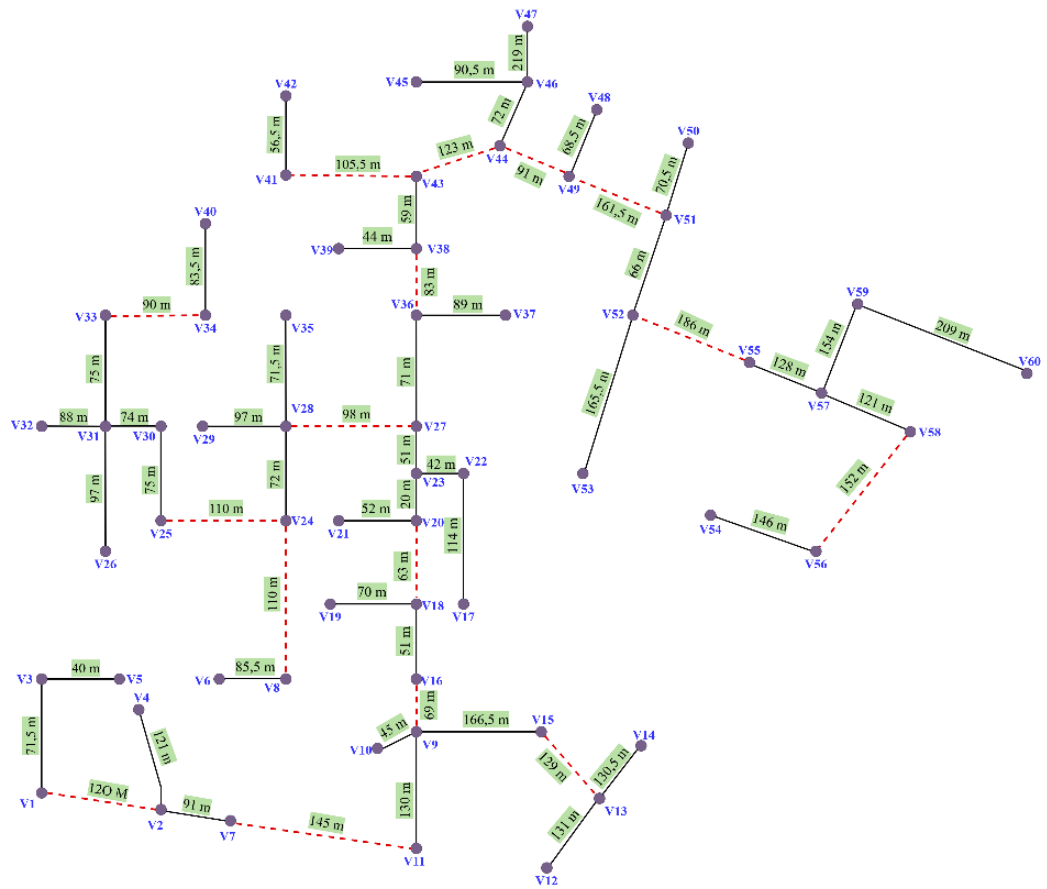
Iterasi 1. Melakukan penyalinan simpul yang ada di graf G kedalam graf L yang kosong



Iterasi 2. Membentuk sebuah hutan yang terdiri dari beberapa pohon.



Iterasi 3. Penambahan Sisi yang Berbobot Minimum pada setiap pohon ke pohon lainnya.



Hasil model *Minimum Spanning Tree* (MTS) dengan menggunakan Algoritma *Boruvka*

